6.2 Fiche d'exercices sur les équations de droites en trois dimensions avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Écrire une équation vectorielle d'une droite étant donné chaque vecteur directeur $\vec{m}$ et point P_0.

a) $\vec{m} = [2, -3, 5]$, $P_0(8, -11, 2)$ $[x, y, z] = [8, -11, 2] + t[2, -3, 5]$	b) $\vec{m} = [-3, 4, 7]$, $P_0(7, -1, 4)$ $[x, y, z] = [7, -1, 4] + t[-3, 4, 7]$

2) Écrire l'équation vectorielle de la droite passant par chaque paire de points.

a) $A(4, -3, 1)$, $B(2, -3, 7)$ $\vec{m} = [2-4, -3-(-3), 7-1]$ $\vec{m} = [-2, 0, 6] = -2[1, 0, -3]$ $[x, y, z] = [4, -3, 1] + t[1, 0, -3]$	b) $A(5, 6, -1)$, $B(0, -3, 2)$ $\vec{m} = [0-5, -3-6, 2-(-1)]$ $\vec{m} = [-5, -9, 3]$ $[x, y, z] = [5, 6, -1] + t[-5, -9, 3]$

3) Écrire les équations paramétriques pour chaque équation vectorielle.

a) $[x, y, z] = [0, 4, -7] + t[3, -4, 1]$ $\ell : \begin{cases} x = 3t \\ y = 4 - 4t \\ z = -7 + t \end{cases}$	b) $[x, y, z] = [7, 5, -4] + t[-2, 1, 3]$ $\ell : \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 5 + t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$

4) Écrire une équation vectorielle de chaque droite, étant donné les équations paramétriques.

a) $\ell : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 7 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ $[x, y, z] = [4, 7, 1] + t[3, -2, 1]$	b) $\ell : \begin{cases} x = 4t \\ y = 5 - 9t \\ z = -3 \end{cases}$ $[x, y, z] = [0, 5, -3] + t[4, -9, 0]$

5) Écrire une équation vectorielle et les équations paramétriques d'une droite passant par les points $A(7, 8, -3)$ et $B(-2, 3, 5)$.

$\vec{m} = [7-(-2), 8-3, -3-5]$

$\vec{m} = [9, 5, -8]$

$[x, y, z] = [7, 8, -3] + t[9, 5, -8]$

$\ell : \begin{cases} x = 7 + 9t \\ y = 8 + 5t \\ z = -3 - 8t \end{cases}$

6) Déterminer l'équation vectorielle d'une droite passant par $P_0(-1, -7, 7)$ et perpendiculaire à $[x, y, z] = [1, -7, 3] + t[4, -1, 2]$.

$\vec{n} = [4, -1, 2]$

Choisir $\vec{m}$ tel que $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$:

$\vec{m} = [0, 2, 1]$

$[x, y, z] = [-1, -7, 7] + t[0, 2, 1]$

7) Déterminer lesquels des points suivants sont sur la droite $[x, y, z] = [3, 1, -4] + t[2, 0, 5]$.

a) $(-5, 1, -24)$ $-5 = 3 + 2t \Rightarrow t = -4$ $1 = 1$ (toujours vrai) $-24 = -4 + 5t \Rightarrow t = -4$ Toutes les équations donnent $t = -4$. Le point EST sur la droite.	b) $(19, 1, 37)$ $19 = 3 + 2t \Rightarrow t = 8$ $1 = 1$ (toujours vrai) $37 = -4 + 5t \Rightarrow t = \frac{41}{5}$ Les valeurs de t ne sont pas égales. Le point N'EST PAS sur la droite.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

8) Donner des équations vectorielle, paramétrique, et symétrique possibles pour chacune des droites suivantes :

a) la droite passant par le point $P(-1,\ 2,\ 1)$ avec le vecteur directeur $(3,\ -2,\ 1)$

$[x,\ y,\ z] = [-1,\ 2,\ 1] + t[3,\ -2,\ 1]$

$\ell : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = z - 1$

b) la droite passant par les points $A(-1,\ 1,\ 0)$ et $B(-1,\ 2,\ 1)$

$\vec{m} = [-1-(-1),\ 2-1,\ 1-0]$

$\vec{m} = [0,\ 1,\ 1]$

$[x,\ y,\ z] = [-1,\ 1,\ 0] + t[0,\ 1,\ 1]$

$\ell : \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$

$y - 1 = z;\ x = -1$

c) la droite passant par le point $Q(1,\ 2,\ 4)$ et parallèle à l'axe des z

$\vec{m} = [0,\ 0,\ 1]$

$[x,\ y,\ z] = [1,\ 2,\ 4] + t[0,\ 0,\ 1]$

$\ell : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 4 + t \end{cases}$

Aucune équation symétrique n'est possible pour cette droite puisque deux des composantes du vecteur directeur sont nulles.

9) Déterminer les équations paramétriques de la droite dont le vecteur directeur est perpendiculaire aux vecteurs directeurs des deux droites $\frac{x}{-4} = \frac{y+10}{-7} = \frac{z+2}{3}$ et $\frac{x-5}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+5}{4}$ et qui passe par le point $(2,\ -5,\ 0)$.

$\vec{m_1} = [-4,\ -7,\ 3]$

$\vec{m_2} = [3,\ 2,\ 4]$

$\vec{m_1} \times \vec{m_2} = [(-7)(4) - 3(2),\ 3(3) - (-4)(4),\ (-4)(2) - (-7)(3)]$

$\vec{m_1} \times \vec{m_2} = [-34,\ 25,\ 13]$

$[x,\ y,\ z] = [2,\ -5,\ 0] + t[-34,\ 25,\ 13]$

$\ell : \begin{cases} x = 2 - 34t \\ y = -5 + 25t \\ z = 13t \end{cases}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.