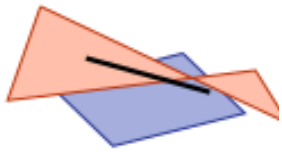
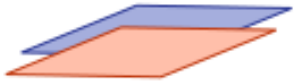
6.7 Leçon sur l'intersection de plans

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Intersection de 2 plans

Droite d'intersection	Infinité de solutions	Aucune solution
		
Si 2 plans distincts se croisent, la solution est l'ensemble des points qui se trouvent sur la droite d'intersection.	Si les plans sont confondus, tout point du plan est une solution	Des plans parallèles et distincts ne se croisent pas

Pour résoudre un système de 2 plans, vérifier si les plans sont parallèles en analysant leurs vecteurs normaux. S'ils sont parallèles, déterminer s'ils sont confondus (infinité de solutions) ou distincts (aucune solution). Si les normales ne sont pas parallèles, cela signifie que les plans ne sont pas parallèles non plus. On peut trouver la droite d'intersection en :

i) Éliminant une variable par la méthode d'élimination

ii) Choisissant 1 des variables restantes pour être le paramètre t

iii) Écrivant les 2 autres variables en fonction du paramètre t aussi pour obtenir l'équation paramétrique de la droite d'intersection

Exemple 1 : Décrire comment les plans de chaque paire se croisent.

a) $\pi_1 : 2x - y + z - 1 = 0$

$\pi_2 : x + y + z - 6 = 0$

b) $\pi_3 : 2x - 6y + 4z - 7 = 0$

$\pi_4 : 3x - 9y + 6z - 2 = 0$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

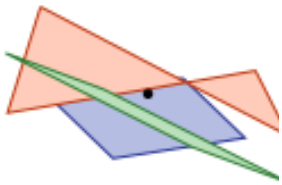
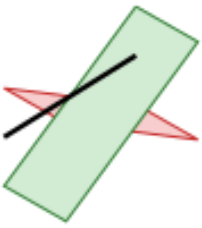
c) $\pi_5 : x + y - 2z + 2 = 0$

$\pi_6 : 2x + 2y - 4z + 4 = 0$

Partie 2 : Intersection de 3 plans

Un système de trois plans est cohérent s'il a une ou plusieurs solutions. Un système de trois plans est incohérent s'il n'a aucune solution.

3 scénarios de solutions cohérentes :

Intersection en 1 point	Intersection selon une droite	Infinité de solutions
		
Les normales ne sont pas parallèles et ne sont pas coplanaires.	Les normales ne sont pas parallèles mais elles sont coplanaires.	Les normales sont parallèles et les équations sont des multiples scalaires les unes des autres.

Les normales sont parallèles si chacune est un multiple scalaire des autres.

Les normales sont coplanaires si $\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} \times \vec{n_3} = 0$

Exemple 2 : Pour chaque ensemble de plans, décrire le nombre de solutions et comment les plans se croisent.

a) $\pi_1 : 2x + y + 6z - 7 = 0$

$\pi_2 : 3x + 4y + 3z + 8 = 0$

$\pi_3 : x - 2y - 4z - 9 = 0$

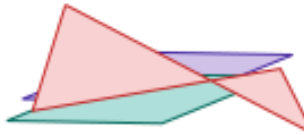
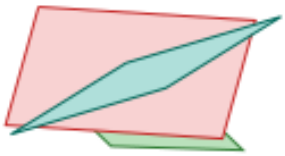
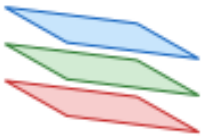
b) $\pi_4 : x - 5y + 2z - 10 = 0$

$\pi_5 : x + 7y - 2z + 6 = 0$

$\pi_6 : 8x + 5y + z - 20 = 0$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

3 scénarios de solutions incohérentes :

2 plans sont parallèles et le troisième croise les deux plans parallèles	Les plans se croisent deux à deux	Les plans sont parallèles et au moins deux sont distincts
		
Deux normales sont parallèles mais la troisième ne l'est pas	Les normales ne sont pas parallèles mais elles sont coplanaires.	Les normales sont parallèles mais les équations ne sont pas des multiples scalaires les unes des autres

Exemple 3 : Pour chaque ensemble de plans, décrire le nombre de solutions et comment les plans se croisent.

a) $\pi_1 : 3x + y - 2z = 12$

$\pi_2 : 3x - 5y + z = 8$

$\pi_3 : 12x + 4y - 8z = -4$

b) $\pi_4 : x + 3y - z = -10$

$\pi_5 : 2x + y + z = 8$

$\pi_6 : x - 2y + 2z = -4$

c) $\pi_7 : 4x - 2y + 6z = 35$

$\pi_8 : -10x + 5y - 15z = 20$

$\pi_9 : 6x - 3y + 9z = -50$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.