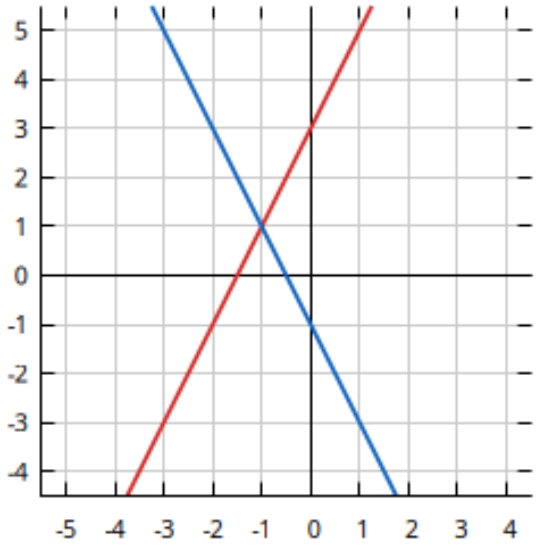
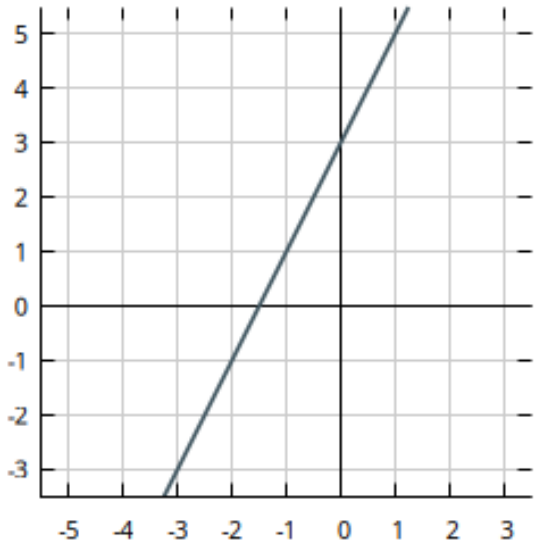
6.5 Leçon sur les intersections de droites en deux dimensions et en trois dimensions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

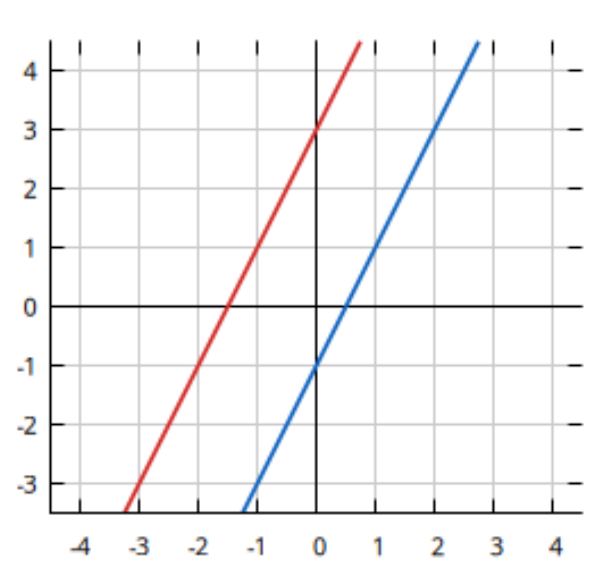
Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Intersections de droites en deux dimensions

Possibilités d'intersection de droites en deux dimensions :

Intersections	Graphique	Équations
1 intersection en un point		$y = 2x + 3$ $y = -2x - 1$
Infinité de points d'intersection (parallèles et confondues)		$y = 2x + 3$ $y = 2x + 3$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Aucun point d'intersection (parallèles et distinctes)		$y = 2x + 3$ $y = 2x - 1$

Remarque : Les systèmes linéaires en deux dimensions peuvent être résolus par substitution ou par élimination.

Exemple 1 : Trouver les solutions de chaque système, si elles existent.

a) $\ell_1 : 4x - 6y = -10$

$\ell_2 : 6x - 9y = -15$

b) $\ell_1 : [x, y] = [1, 5] + s[-6, 8]$

$\ell_2 : [x, y] = [2, 1] + t[9, -12]$

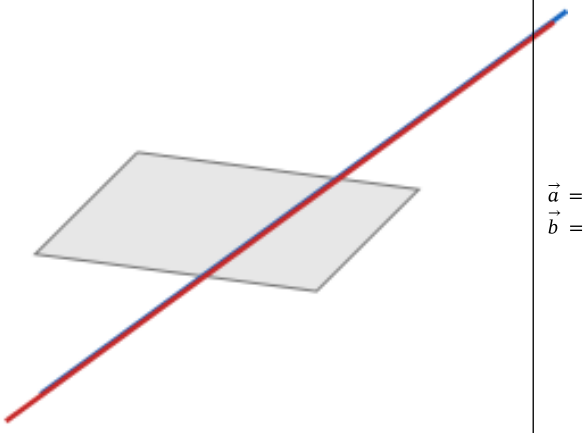
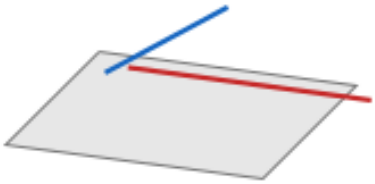
c) $\ell_1 : [x, y] = [3, 4] + s[3, -2]$

$\ell_2 : [x, y] = [-2, -2] + t[3, 5]$

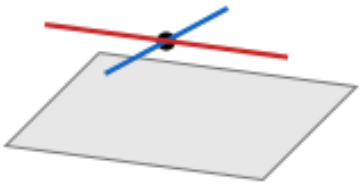
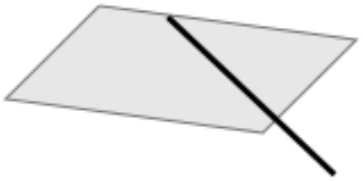
Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Partie 2 : Intersections de droites en trois dimensions

Possibilités d'intersection de droites en trois dimensions :

Intersections	Graphique	Équations
Aucune intersection (parallèles et distinctes)		$\vec{a} = [-1,\ 4,\ 2] + s[-2,\ 2,\ 2]$ $\vec{b} = [1,\ 3,\ 1] + t[-2,\ 2,\ 2]$
Aucune intersection (non parallèles mais gauches)		$\vec{a} = [-3,\ -2,\ 4] + s[1,\ 1,\ 1]$ $\vec{b} = [2,\ 5,\ 4] + t[-2,\ 4,\ -1]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

1 intersection (non parallèles mais sur l même plan)		$\vec{a} = [-3, -2, 4] + s[1, 1, 1]$ $\vec{b} = [-3, -2, 4] + t[-2, 4, -1]$
Infinité de points d'inter- section (parallèles et confondues		$\vec{a} = [-1, 4, -2] + s[-2, 1, -3]$ $\vec{b} = [1, 3, 1] + t[-2, 1, -3]$

Étapes pour résoudre l'intersection de droites en trois dimensions :

La première étape consiste toujours à vérifier si les vecteurs directeurs sont parallèles ou non en les comparant et en voyant si l'un est un multiple scalaire de l'autre ($\overrightarrow{m_1} = k\overrightarrow{m_2}$)

a. Si **oui**, il peut y avoir une infinité de solutions OU aucune solution. Vérifier si un point se trouve sur les deux droites, ou simplement résoudre le système et voir si on obtient aucune solution ou une infinité de solutions.

b. Si **non**, elles peuvent se croiser en un point OU être gauches et ne jamais se croiser. Essayer de résoudre le système et voir si on peut trouver des paramètres qui rendent les équations égales. Si c'est possible, substituer l'un ou l'autre paramètre dans une droite d'origine et résoudre pour le point d'intersection.

Exemple 2 : Déterminer si les droites se croisent. Si oui, trouver les coordonnées du point d'intersection.

a) $\ell_1 : [x, y, z] = [5, 11, 2] + s[1, 5, -2]$

$\ell_2 : [x, y, z] = [1, -9, 9] + t[2, 10, -4]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) $\ell_1 : [x,\ y,\ z] = [7,\ 2,\ -6] + s[2,\ 1,\ -3]$

$\ell_2 : [x,\ y,\ z] = [3,\ 9,\ 13] + t[1,\ 5,\ 5]$

c) $\ell_1 : [x,\ y,\ z] = [5,\ -4,\ -2] + s[1,\ 2,\ 3]$

$\ell_2 : [x,\ y,\ z] = [2,\ 0,\ 1] + t[2,\ -1,\ -1]$

Partie 3 : Distance entre deux droites gauches

La distance la plus courte entre des droites gauches est la longueur de la perpendiculaire commune. Elle peut être calculée à l'aide de la formule $d = \left|\frac{\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|}\right|$, où P_1 et P_2 sont des points quelconques sur chaque droite et $\vec{n} = \overrightarrow{m_1} \times \overrightarrow{m_2}$ est une normale commune aux deux droites.

Remarquer que ceci découle de la formule de projection vue dans l'unité précédente : $|proj_{\vec{b}}\ \vec{a}| = \left|\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}\right|$

Exemple 3 : Déterminer la distance entre les droites gauches.

$\ell_1 : [x,\ y,\ z] = [5,\ -4,\ -2] + s[1,\ 2,\ 3]$

$\ell_2 : [x,\ y,\ z] = [2,\ 0,\ 1] + t[2,\ -1,\ -1]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.