6.4 Leçon sur les équations de plans sous forme scalaire avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

L'équation scalaire d'un plan dans l'espace à trois dimensions est $Ax + By + Cz + D = 0$, où $\vec{n} = [A, B, C]$ est un vecteur normal au plan.

Exemple 1a : Déterminer l'équation scalaire d'un plan ayant pour vecteur normal $\vec{n} = [3, -2, 5]$ et contenant le point $P_0(1, 2, -3)$.

Méthode 1 : Produit scalaire	**Méthode 2 : Utiliser** $Ax + By + Cz + D = 0$
Soit $P(x, y, z)$ un point quelconque du plan $\overrightarrow{PP_0} \cdot \vec{n} = 0$ $[1 - x, 2 - y, -3 - z] \cdot [3, -2, 5] = 0$ $3 - 3x - 4 + 2y - 15 - 5z = 0$ $0 = 3x - 2y + 5z + 16$	Les composantes du vecteur normal sont les coefficients de l'équation scalaire : $3x - 2y + 5z + D = 0$ Résoudre pour la constante inconnue en substituant le point connu du plan : $3(1) - 2(2) + 5(-3) + D = 0$ $D = 16$ L'équation est $3x - 2y + 5z + 16 = 0$

Exemple 1b : Le vecteur $\vec{a} = [4, 1, -2]$ est-il parallèle au plan?

$\vec{a}$ est parallèle au plan si $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$

$\vec{a} \cdot \vec{n} = [4, 1, -2] \cdot [3, -2, 5]$

$\vec{a} \cdot \vec{n} = 4(3) + 1(-2) + (-2)(5)$

$\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$

Donc $\vec{a}$ est parallèle au plan.

Exemple 1c : Le vecteur $\vec{b} = [15, -10, 25]$ est-il normal au plan?

$\vec{b}$ est perpendiculaire au plan s'il est un multiple scalaire de $\vec{n}$

$\vec{b} = k\vec{n}$

$[15, -10, 25] = k[3, -2, 5]$

$15 = 3k, \quad -10 = -2k, \quad 25 = 5k$

$k = 5$ dans chaque cas

Donc $\vec{b}$ est normal au plan.

Exemple 2 : Trouver l'équation scalaire du plan contenant les points $A(-3, -1, -2)$, $B(4, 6, 2)$, et $C(5, -4, 1)$.

Trouver deux vecteurs directeurs :

$\overrightarrow{AC} = [5, -4, 1] - [-3, -1, -2]$

$\overrightarrow{AC} = [8, -3, 3]$

$\overrightarrow{AB} = [4, 6, 2] - [-3, -1, -2]$

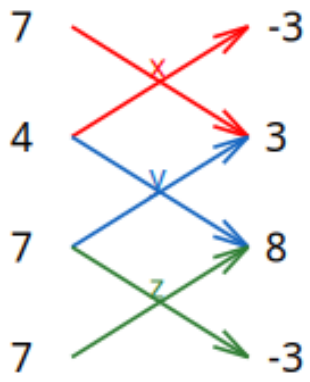
$\overrightarrow{AB} = [7, 7, 4]$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ produira un vecteur perpendiculaire au plan :

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = [7(3) - 4(-3),\ 4(8) - 7(3),\ 7(-3) - 7(8)]$
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = [33,\ 11,\ -77]$
(réduire)

$\vec{n} = [3,\ 1,\ -7]$

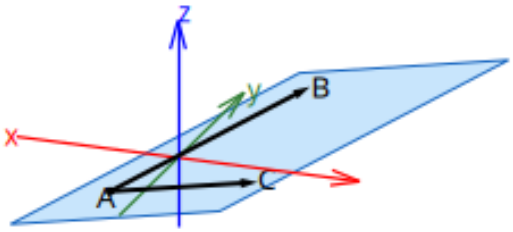


Équation sous forme standard : $3x + y - 7z + D = 0$

$3(4) + 1(6) - 7(2) + D = 0$

$D = -4$

$3x + y - 7z - 4 = 0$



www.geogebra.org/3d/u3n69tvc (visualisation interactive en bonus)

Exemple 3 : Déterminer l'équation scalaire de chaque plan

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 3 : Déterminer l'équation scalaire de chaque plan

a) parallèle au plan xz; passant par le point $(-7, 8, 9)$

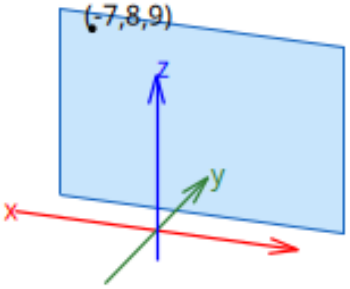
Un vecteur parallèle à l'axe y sera perpendiculaire au plan xz. Donc, $\vec{n} = [0, 1, 0]$ est un vecteur normal possible. (voir diagramme)

$0x + 1y + 0z + D = 0$

$0(-7) + 1(8) + 0(9) + D = 0$

$D = -8$

$y - 8 = 0$ OU $y = 8$



Visualisation 3D GeoGebra (visualisation interactive en bonus)

b) contenant la droite $[x, y, z] = [1, 2, 4] + t[4, 1, 11]$ et perpendiculaire à $[x, y, z] = [4, 15, 8] + s[2, 3, -1]$.

$\vec{n} = [2, 3, -1]$

Point $(1, 2, 4)$

$2x + 3y - z + D = 0$

$2(1) + 3(2) - 4 + D = 0$

$D = -4$

$2x + 3y - z - 4 = 0$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.