6.3 Leçon sur les équations de plans avec solutions

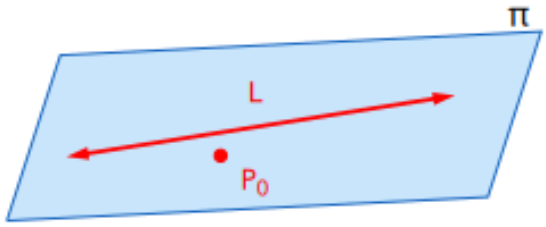
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Pour déterminer l'équation d'un plan, il faut connaître deux vecteurs non colinéaires parallèles au plan ainsi qu'un point du plan. On peut obtenir cette information si l'un des renseignements suivants est donné :

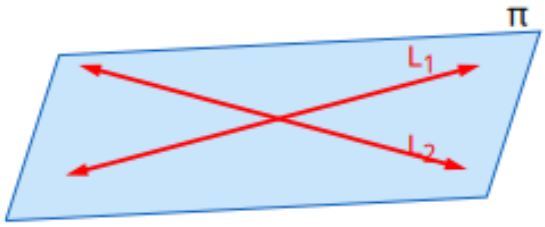
www.geogebra.org/3d/hpnm54gs (visualisation interactive en bonus)

a.



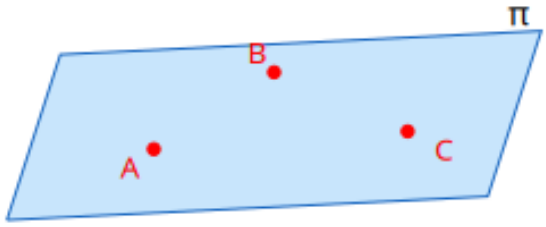
Une droite et un point non situé sur elle

b.



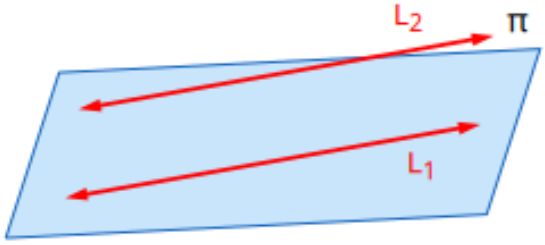
Deux droites sécantes

c.



Trois points non colinéaires

d.



Deux droites parallèles et non confondues

L'équation d'un plan peut s'écrire sous les formes suivantes :

i) Vectorielle

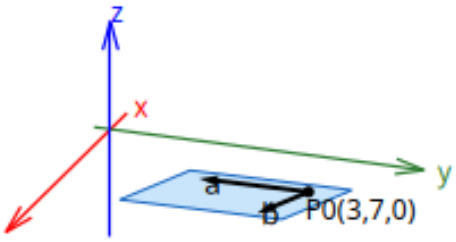
ii) Paramétrique

iii) Scalaire (prochaine leçon)

Équation vectorielle d'un plan	Équation paramétrique d'un plan
$\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{a} + s\vec{b}$ OU $[x, y, z] = [x_0, y_0, z_0] + t[a_1, a_2, a_3] + s[b_1, b_2, b_3]$ $\vec{r} = [x, y, z]$ est un vecteur de position pour tout point du plan. $\vec{r_0} = [x_0, y_0, z_0]$ est un vecteur de position pour un point connu du plan. $\vec{a} = [a_1, a_2, a_3]$ et $\vec{b} = [b_1, b_2, b_3]$ sont des vecteurs directeurs non parallèles, parallèles au plan. t et s sont des scalaires	$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 + sb_1 \\ y = y_0 + ta_2 + sb_2 \\ z = z_0 + ta_3 + sb_3 \end{cases}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 1 : Considérer le plan ayant les vecteurs directeurs $\vec{a} = [8, -5, 4]$ et $\vec{b} = [1, -3, -2]$ et passant par $P_0(3, 7, 0)$.
www.geogebra.org/3d/s44t62d7 (visualisation interactive en bonus)



a) Écrire les équations vectorielle et paramétrique du plan.

$\vec{r_0} = [3, 7, 0]$

Équation vectorielle : $[x, y, z] = [3, 7, 0] + t[8, -5, 4] + s[1, -3, -2]$

Équations paramétriques : $\pi : \begin{cases} x = 3 + 8t + s \\ y = 7 - 5t - 3s \\ z = 4t - 2s \end{cases}$

b) Déterminer si le point $Q(-10, 8, -6)$ se trouve sur le plan.

Si le point est sur le plan, alors il existe un seul couple de valeurs t et s qui satisfont les équations.

$(1)\ -10 = 3 + 8t + s$

$(2)\ 8 = 7 - 5t - 3s$

$(3)\ -6 = 4t - 2s$

Résoudre pour s et t à l'aide de deux équations :

$3 \times (1) :\ -30 = 9 + 24t + 3s$

$(2) :\ \ 8 = 7 - 5t - 3s$

Addition : $-22 = 16 + 19t$

$t = -2$

Substituer $t = -2$ dans $(1) : -10 = 3 + 8(-2) + s$

$s = 3$

Vérifier maintenant si $t = -2$ et $s = 3$ satisfont aussi (3) :

$MG = -6$

$MD = 4(-2) - 2(3) = -14$

$MG \neq MD$. Donc le point $Q(-10, 8, -6)$ n'est PAS sur le plan.

c) Trouver les coordonnées de deux autres points du plan.

Choisir des valeurs arbitraires pour les paramètres t et s :

Soit $t = 1$ et $s = -1$: $[x, y, z] = [3, 7, 0] + 1[8, -5, 4] - 1[1, -3, -2]$

$[x, y, z] = [10, 5, 6]$

Soit $t = 2$ et $s = 1$: $[x, y, z] = [3, 7, 0] + 2[8, -5, 4] + 1[1, -3, -2]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$[x,\ y,\ z] = [20,\ -6,\ 6]$

Deux points du plan sont $(10,\ 5,\ 6)$ et $(20,\ -6,\ 6)$.

d) Trouver l'abscisse à l'origine (x) du plan.

Poser $y = z = 0$ et résoudre pour s et t :

$(1)\ x = 3 + 8t + s$

$(2)\ 0 = 7 - 5t - 3s$

$(3)\ 0 = 4t - 2s$

$2\times(2):\ 0 = 14 - 10t - 6s$

$3\times(3):\ 0 = 12t - 6s$

Soustraire : $0 = 14 - 22t$

$t = \frac{7}{11}$

Substituer $t = \frac{7}{11}$ dans $(3) : 0 = 4\left(\frac{7}{11}\right) - 2s$

$s = \frac{14}{11}$

$x = 3 + 8\left(\frac{7}{11}\right) + \frac{14}{11} = \frac{33}{11} + \frac{56}{11} + \frac{14}{11}$

$x = \frac{103}{11}$

L'abscisse à l'origine (x) est $\left(\frac{103}{11},\ 0,\ 0\right)$.

Exemple 2 : Trouver les équations vectorielle et paramétrique de chaque plan.

a) Le plan dont l'abscisse à l'origine $(x) = 2$, l'ordonnée à l'origine $(y) = 4$, et la cote à l'origine $(z) = 5$.

Déterminer 2 vecteurs directeurs :

$\vec{a} = \overrightarrow{XY} = [0,\ 4,\ 0] - [2,\ 0,\ 0]$

$\vec{a} = [-2,\ 4,\ 0]$

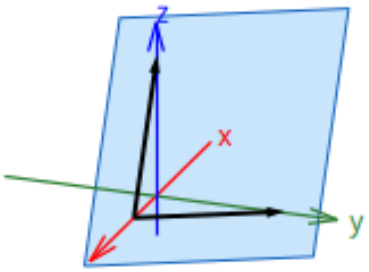
$\vec{b} = \overrightarrow{XZ} = [0,\ 0,\ 5] - [2,\ 0,\ 0]$

$\vec{b} = [-2,\ 0,\ 5]$

Équation vectorielle : $[x,\ y,\ z] = [2,\ 0,\ 0] + t[-2,\ 4,\ 0] + s[-2,\ 0,\ 5]$

Équations paramétriques : $\pi : \begin{cases} x = 2 - 2t - 2s \\ y = 4t \\ z = 5s \end{cases}$

3D visualization: www.geogebra.org/3d/czgh5pk5 (visualisation interactive en bonus)



Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) Le plan contenant la droite $[x,\ y,\ z] = [0,\ 3,\ -5] + t[6,\ -2,\ -1]$ et parallèle à la droite $[x,\ y,\ z] = [1,\ 7,\ -4] + s[1,\ -3,\ 3]$.

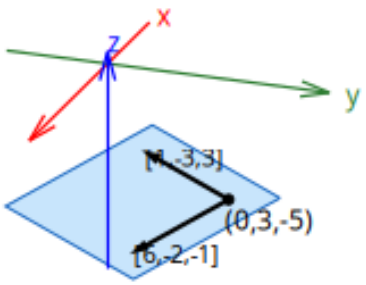
Le point $(0,\ 3,\ -5)$ est sur le plan, donc un vecteur de position est $[0,\ 3,\ -5]$.

Deux vecteurs directeurs sont $[6,\ -2,\ -1]$ et $[1,\ -3,\ 3]$. Noter que ceux-ci ne sont pas des multiples scalaires l'un de l'autre et ne sont donc pas parallèles.

Équation vectorielle : $[x,\ y,\ z] = [0,\ 3,\ -5] + t[6,\ -2,\ -1] + s[1,\ -3,\ 3]$

Équations paramétriques : $\pi : \begin{cases} x = 6t + s \\ y = 3 - 2t - 3s \\ z = -5 - t + 3s \end{cases}$

www.geogebra.org/3d/xskun4uf (visualisation interactive en bonus)



Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.