6.2 Leçon sur les équations de droites en trois dimensions avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

www.geogebra.org/3d/aku6q7xs (visualisation interactive en bonus)

En deux dimensions, les droites peuvent être représentées par : des équations vectorielles, des équations paramétriques, des équations scalaires, ou une équation sous la forme pente-ordonnée à l'origine.

Une droite en trois dimensions peut être définie par une équation vectorielle, paramétrique, ou symétrique, mais pas par une équation scalaire. En trois dimensions, une équation scalaire définit un plan. Un plan est une surface plane à deux dimensions qui s'étend à l'infini dans toutes les directions.

Comme en deux dimensions, une droite en trois dimensions nécessite un vecteur de position vers un point connu de la droite et un vecteur directeur afin de la définir.

Équations d'une droite dans $\mathbb{R}^3$:

i) Équation vectorielle $\rightarrow \vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{m}$ ou $[x,\ y,\ z] = [x_0,\ y_0,\ z_0] + t[m_1,\ m_2,\ m_3]$

ii) Équation paramétrique $\rightarrow \begin{cases} x = x_0 + tm_1 \\ y = y_0 + tm_2 \\ z = z_0 + tm_3 \end{cases}$

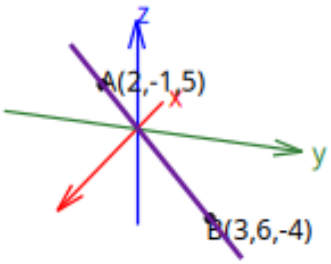
où $\vec{r_0}$ est le vecteur de position et $\vec{m}$ est le vecteur directeur.

iii) Équation symétrique $\rightarrow \frac{x - x_0}{m_1} = \frac{y - y_0}{m_2} = \frac{z - z_0}{m_3}$

L'équation symétrique est dérivée des équations paramétriques en isolant le paramètre t dans chaque composante.

Exemple 1 : Une droite passe par les points $A(2,\ -1,\ 5)$ et $B(3,\ 6,\ -4)$.

www.geogebra.org/3d/rcnm5ew9 (visualisation interactive en bonus)



a) Écrire une équation vectorielle de la droite.

$\vec{r_0} = [2,\ -1,\ 5]$

$\vec{m} = \overrightarrow{AB}$

$\vec{m} = [3,\ 6,\ -4] - [2,\ -1,\ 5]$

$\vec{m} = [1,\ 7,\ -9]$

L'équation vectorielle est $[x,\ y,\ z] = [2,\ -1,\ 5] + t[1,\ 7,\ -9]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) Écrire les équations paramétriques de la droite.

$$\ell : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 7t \\ z = 5 - 9t \end{cases}$$

c) Déterminer si le point $C(0, -15, 9)$ se trouve sur la droite.

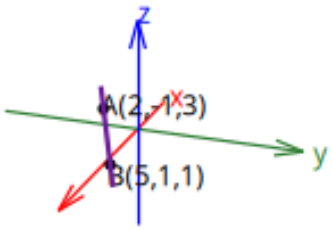
Substituer le point dans les équations paramétriques et vérifier s'il existe une seule valeur de t qui rend les équations vraies :

$0 = 2 + t$ $t = -2$	$-15 = -1 + 7t$ $t = -2$	$9 = 5 - 9t$ $t = \frac{-4}{9}$

Par conséquent, le point N'EST PAS sur la droite.

Exemple 2 : Trouver les équations vectorielle, paramétrique, et symétrique d'une droite qui passe par les points $A(2, -1, 3)$ et $B(5, 1, 1)$.

www.geogebra.org/3d/cgk83wun (visualisation interactive en bonus)



Équation vectorielle :

$\vec{r_0} = [2, -1, 3]$

$\vec{m} = [5, 1, 1] - [2, -1, 3]$

$\vec{m} = [3, 2, -2]$

L'équation vectorielle est $[x, y, z] = [2, -1, 3] + t[3, 2, -2]$

Équations paramétriques :

$$\ell : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

Équations symétriques :

$x = 2 + 3t$ $t = \frac{x - 2}{3}$	$y = -1 + 2t$ $t = \frac{y + 1}{2}$	$z = 3 - 2t$ $t = \frac{z - 3}{-2}$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$$

Remarquer qu'on ne peut pas écrire d'équation scalaire pour une droite en trois dimensions. Celle-ci est réservée à la définition des plans, que nous verrons dans la prochaine leçon.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.