6.1 Leçon sur les équations de droites en deux dimensions avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

En deux dimensions, une droite peut être définie par plusieurs types d'équations :

i) Forme pente-ordonnée à l'origine $\rightarrow y = mx + b$

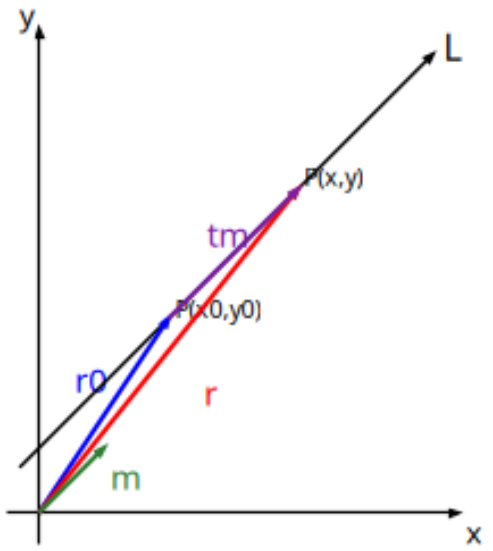
ii) Forme standard (équation scalaire) $\rightarrow Ax + By + C = 0$

iii) Équation vectorielle $\rightarrow \vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{m}$ ou $[x,\ y] = [x_0,\ y_0] + t[m_1,\ m_2]$

iv) Équation paramétrique $\rightarrow \begin{cases} x = x_0 + tm_1 \\ y = y_0 + tm_2 \end{cases}$

Partie 1 : Équation vectorielle d'une droite en deux dimensions

Sous la forme pente-ordonnée à l'origine et sous la forme standard, on a des équations qui définissent tous les points $(x,\ y)$ de la droite. Une équation vectorielle d'une droite est une équation qui décrit des vecteurs résultants qui partent de l'origine et se terminent en un point de la droite. Pour créer ces vecteurs résultants, il faut un vecteur de position qui nous donne un point de la droite, $\vec{r_0} = [x_0,\ y_0]$, et un vecteur directeur parallèle à la droite, $\vec{m} = [m_1,\ m_2]$. En additionnant le vecteur de position et le vecteur directeur, on obtient un vecteur résultant, $\vec{r}$, dont l'extrémité est en un point de la droite. En multipliant le vecteur directeur par t (pour obtenir $t\vec{m}$), le vecteur résultant, $\vec{r}$, peut avoir son extrémité en n'importe quel point de la droite.



Résumé de l'équation vectorielle d'une droite :

$\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{m}$ ou $[x,\ y] = [x_0,\ y_0] + t[m_1,\ m_2]$

où

- $t \in \mathbb{R}$
- $\vec{r} = [x,\ y]$ est un vecteur de position vers un point inconnu quelconque de la droite
- $\vec{r_0} = [x_0,\ y_0]$ est un vecteur de position vers un point connu de la droite
- $\vec{m} = [m_1,\ m_2]$ est un vecteur directeur parallèle à la droite

Exemple 1 : Pour une droite passant par les points $A(1,\ 4)$ et $B(3,\ 1)$

a) Écrire une équation vectorielle de la droite

Trouver le vecteur directeur $\vec{m}$:

$\vec{m} = \overrightarrow{AB}$

$\vec{m} = [3 - 1,\ 1 - 4]$

$\vec{m} = [2,\ -3]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

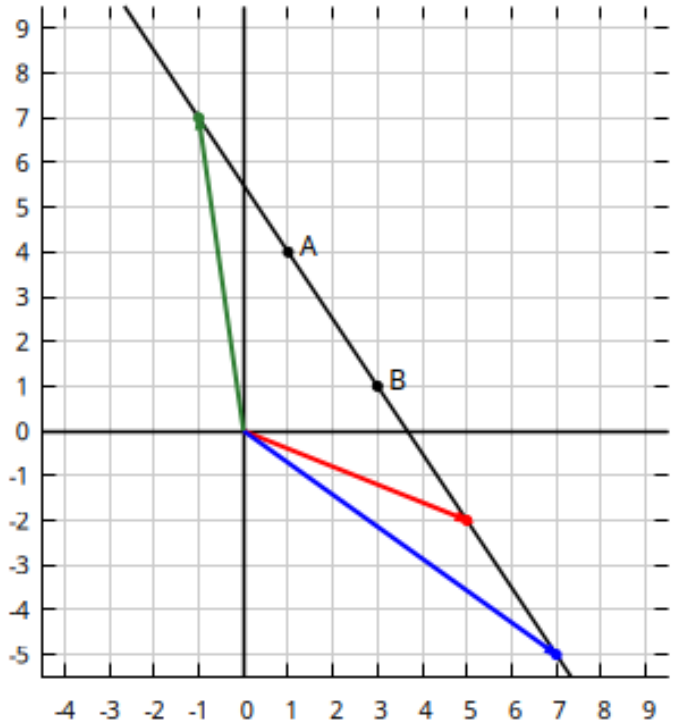
Utiliser le point $A(1,\ 4)$ ou $B(3,\ 1)$ pour $\vec{r}_0$

Une équation vectorielle est : $[x,\ y] = [3,\ 1] + t[2,\ -3]$

b) Déterminer trois autres vecteurs de position vers des points de la droite. Tracer la droite.

www.geogebra.org/graphing/j6ntqajv (visualisation interactive en bonus)

$t = 1$ $[x,\ y] = [3,\ 1] + 1[2,\ -3]$ $[x,\ y] = [5,\ -2]$	$t = 2$ $[x,\ y] = [3,\ 1] + 2[2,\ -3]$ $[x,\ y] = [7,\ -5]$	$t = -2$ $[x,\ y] = [3,\ 1] + (-2)[2,\ -3]$ $[x,\ y] = [-1,\ 7]$



c) Déterminer si le point $(2,\ 3)$ est sur la droite.

Si $(2,\ 3)$ est sur la droite, il existe une valeur de t qui rend l'équation suivante vraie :

$[2,\ 3] = [3,\ 1] + t[2,\ -3]$

Égaler les coordonnées en x : $2 = 3 + 2t$ $t = -\frac{1}{2}$	Égaler les coordonnées en y : $3 = 1 - 3t$ $t = -\frac{2}{3}$

Puisque les valeurs de t ne sont pas égales, le point $(2,\ 3)$ N'EST PAS sur la droite.

Partie 2 : Équation paramétrique d'une droite en deux dimensions

Rappel : l'équation vectorielle d'une droite peut s'écrire :

i) $\vec{r} = \vec{r}_0 + t\vec{m}$ ou $[x,\ y] = [x_0,\ y_0] + t[m_1,\ m_2]$

www.geogebra.org/graphing/f2h5x3wf (visualisation interactive en bonus)

L'équation vectorielle de la droite peut être séparée en deux parties, une pour chaque variable.

Les équations paramétriques d'une droite en deux dimensions sont :

$x = x_0 + tm_1$

$y = y_0 + tm_2$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

L'équation paramétrique de la droite de l'exemple 1 serait :

$\ell : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$

Exemple 2 : Considérer la droite $\ell_1 : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -5 + 4t \end{cases}$

a) Déterminer les coordonnées de deux points de la droite.

Pour le point 1, soit $t = 0$:	Pour le point 2, soit $t = 1$:
$x = 3 + 2(0)\ \ y = -5 + 4(0)$	$x = 3 + 2(1)\ \ y = -5 + 4(1)$
$x = 3\ \ y = -5$	$x = 5\ \ y = -1$
$P_1 = (3, -5)$	$P_2 = (5, -1)$

b) Écrire une équation vectorielle de la droite.

$\vec{r_0} = [3, -5]$

$\vec{m} = [2, 4] = 2[1, 2]$ *(utiliser la version réduite du vecteur directeur si possible)*

L'équation vectorielle est : $[x, y] = [3, -5] + t[1, 2]$

c) Écrire l'équation scalaire de la droite.

Pour écrire l'équation scalaire, isoler t dans les deux équations paramétriques, les égaler, puis réarranger sous la forme standard.

$x = 3 + t$	$y = -5 + 2t$
$t = x - 3$	$t = \frac{y + 5}{2}$

$x - 3 = \frac{y + 5}{2}$

$2x - 6 = y + 5$

$2x - y - 11 = 0$

d) Déterminer si ℓ_1 est parallèle à $\ell_2 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 8 + 12t \end{cases}$

Si elles sont parallèles, les vecteurs directeurs seront des multiples scalaires l'un de l'autre.

$[2, 4] = k[3, 12]$

$2 = 3k$	$4 = 12k$
$k = \frac{2}{3}$	$k = \frac{1}{3}$

Par conséquent, ℓ_1 et ℓ_2 ne sont pas parallèles.

Exemple 3 : Considérer la droite d'équation scalaire $4x + 5y + 20 = 0$

www.geogebra.org/graphing/tx4b9esu (visualisation interactive en bonus)

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

a) Tracer la droite

Abscisse à l'origine :

$4x + 5(0) + 20 = 0$

$x = -5$

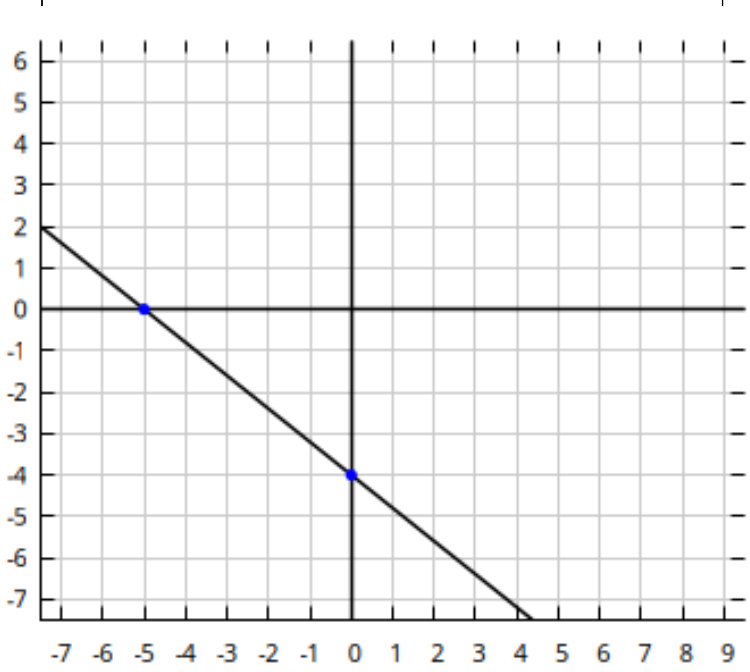
$(-5, 0)$

Ordonnée à l'origine :

$4(0) + 5y + 20 = 0$

$y = -4$

$(0, -4)$



b) Déterminer un vecteur de position perpendiculaire à la droite.

Commencer par trouver un vecteur directeur de la droite :

$\vec{m} = [0, -4] - [-5, 0]$

$\vec{m} = [5, -4]$

Pour trouver un vecteur $\vec{n}$ perpendiculaire à $\vec{m}$, poser $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$ et résoudre pour des valeurs de x et y qui rendent cette équation vraie :

$[5, -4] \cdot [x, y] = 0$

$5x - 4y = 0$

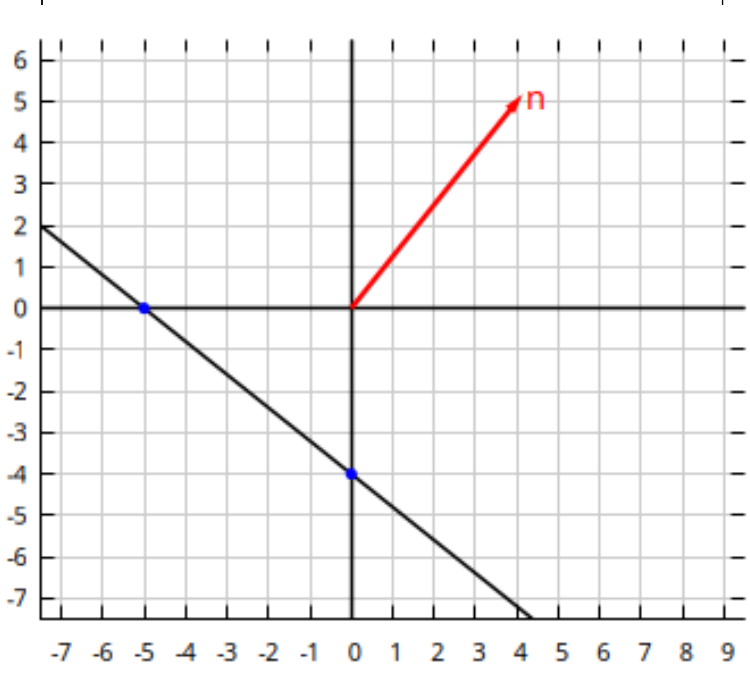
$x = \frac{4}{5}y$

Choisir n'importe quelle valeur pour y, puis ré pour x

$x = \frac{4}{5}(5)$

$x = 4$

$\vec{n} = [4, 5]$ est perpendiculaire à la droite.



c) Comment le vecteur de position trouvé en b) se compare-t-il à l'équation scalaire ?

Les composantes de $\vec{n}$ correspondent aux coefficients de x et y dans l'équation scalaire.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

d) Écrire une équation vectorielle de la droite

$\vec{r_0} = [0, \ -4]$

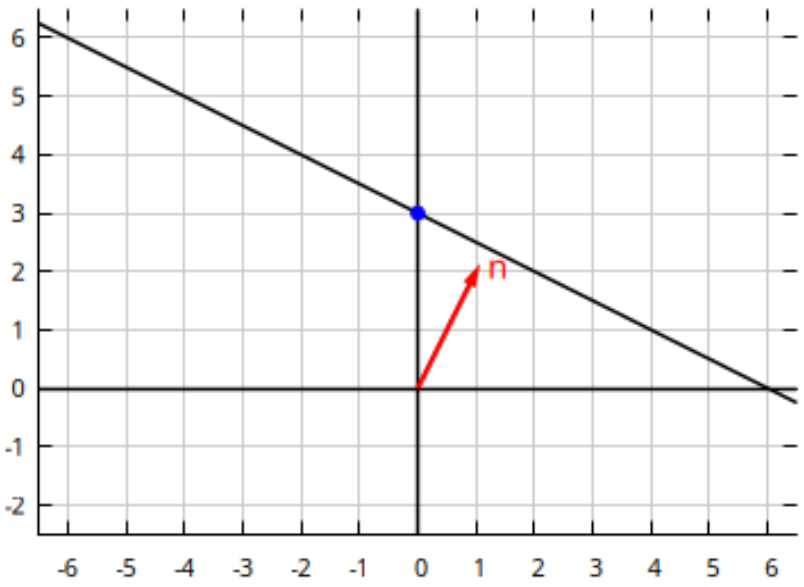
$\vec{m} = [5, \ -4]$

L'équation vectorielle est : $[x, \ y] = [0, \ -4] + t[5, \ -4]$

Exemple 4 : Trouver une équation scalaire de la droite $[x, \ y] = [0, \ 3] + t[2, \ -1]$

www.geogebra.org/graphing/ykexufu7 (visualisation interactive en bonus)

Vecteur perpendiculaire :
$\vec{n} = [1, \ 2]$
Rappel : pour trouver rapidement un vecteur perpendi laire, on permute les coordonnées et on change le signe l'une d'elles.



$x + 2y + C = 0$

$0 + 2(3) + C = 0$

$C = \ -6$

L'équation scalaire est $x + 2y - 6 = 0$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.