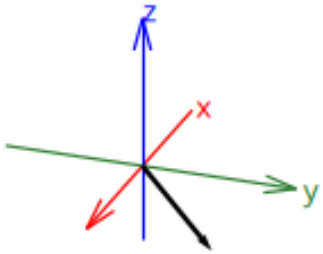
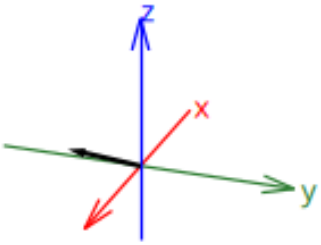
5.4 Fiche d'exercices sur les vecteurs dans l'espace à trois dimensions avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Tracez les vecteurs de position.

a) $[-2,\ 3,\ -4]$	b) $[2,\ -3,\ 1]$
	

2) Exprimez chaque vecteur comme la somme de $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$.

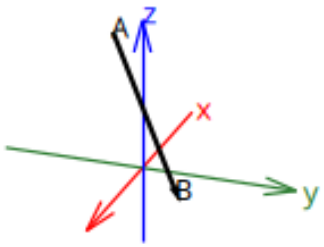
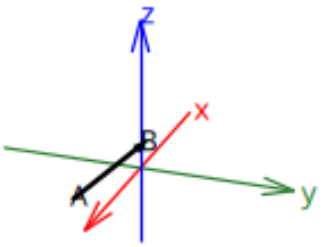
a) $[2,\ -1,\ 7]$	b) $[-4,\ -6,\ 5]$
$= 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}$	$= -4\vec{i} - 6\vec{j} + 5\vec{k}$

3) Exprimez chaque vecteur sous la forme $[a,\ b,\ c]$.

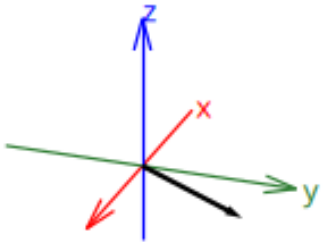
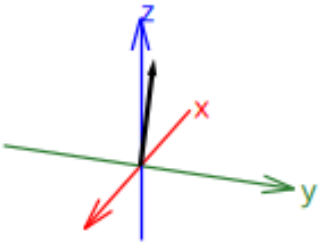
a) $3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$	b) $2\vec{i} + 3\vec{k}$
$= [3,\ -4,\ 5]$	$= [2,\ 0,\ 3]$
c) $-8\vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k}$	d) $-8\vec{j} - 7\vec{k}$
$= [-8,\ 9,\ -4]$	$= [0,\ -8,\ -7]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

4) Tracez le vecteur $\overrightarrow{AB}$ joignant chaque paire de points. Ensuite, écrivez le vecteur sous la forme $[a,\ b,\ c]$.

a) $A(2,\ -1,\ 7)$ et $B(0,\ 2,\ -1)$	b) $A(0,\ -4,\ -2)$ et $B(-3,\ -1,\ 0)$
	
$\overrightarrow{AB} = [-2,\ 3,\ -8]$	$\overrightarrow{AB} = [-3,\ 3,\ 2]$

5) Tracez chaque vecteur de position. Ensuite, trouvez sa norme.

a) $[-1,\ 5,\ -2]$	b) $[-2,\ 0,\ 4]$
	
Norme $= \sqrt{(-1)^2 + (5)^2 + (-2)^2}$ $= \sqrt{30}$	Norme $= \sqrt{(-2)^2 + (0)^2 + (4)^2}$ $= \sqrt{20}$ $= 2\sqrt{5}$

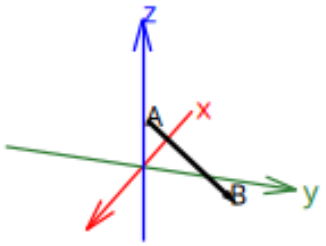
Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

6) Trouvez a et b tels que $\vec{u} = [a, 3, 6]$ et $\vec{v} = [-8, 12, b]$ soient colinéaires.

x :	y :	z :
$a = -8k$ $a = -8\left(\frac{1}{4}\right)$ $a = -2$	$3 = 12k$ $k = \frac{1}{4}$	$6 = bk$ $6 = b\left(\frac{1}{4}\right)$ $b = 24$

7) Tracez le vecteur $\overrightarrow{AB}$ joignant chaque paire de points. Écrivez le vecteur sous la forme $[x, y, z]$. Ensuite, déterminez la norme exacte du vecteur.

a) $A(2, 1, 3)$ et $B(5, 7, 1)$

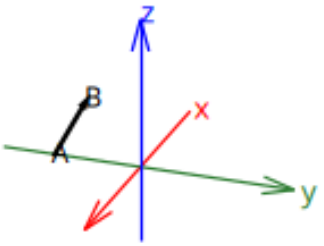


$\overrightarrow{AB} = [3, 6, -2]$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(3)^2 + (6)^2 + (-2)^2}$

$|\overrightarrow{AB}| = 7$

b) $A(3, -4, 1)$ et $B(6, -1, 5)$



$\overrightarrow{AB} = [3, 3, 4]$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(3)^2 + (3)^2 + (4)^2}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{34}$

8) Évaluez chaque expression étant donné les vecteurs $\vec{a} = [-2, 1, 8]$, $\vec{b} = [3, 1, -2]$, et $\vec{c} = [2, -3, 4]$.

a) $3\vec{b}$

$= 3[3, 1, -2]$

$= [9, 3, -6]$

b) $\vec{b} - \vec{c}$

$= [3, 1, -2] - [2, -3, 4]$

$= [1, 4, -6]$

c) $2\vec{a} - 3\vec{c} + 4\vec{b}$

$= 2[-2, 1, 8] - 3[2, -3, 4] + 4[3, 1, -2]$

$= [-4, 2, 16] - [6, -9, 12] + [12, 4, -8]$

$= [-10, 11, 4] + [12, 4, -8]$

$= [2, 15, -4]$

d) $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} + \vec{c})$

$= ([-2, 1, 8] + [3, 1, -2])$

$-([-2, 1, 8] + [2, -3, 4])$

$= [1, 2, 6] - [0, -2, 12]$

$= [1, 4, -6]$

e) $\vec{b} \cdot \vec{c}$

$= 3(2) + 1(-3) + (-2)(4)$

$= 6 - 3 - 8$

$= -5$

f) $\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{c} \cdot \vec{b}$

$= -2(3) + 1(1) + 8(-2) - (-5)$

$= -6 + 1 - 16 + 5$

$= -16$

9) Soit $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ et $\vec{c} = -2\vec{i} + 5\vec{j} + 9\vec{k}$.

a) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$

$= ([3, -2, 4] + [7, 4, -1]) \cdot [-2, 5, 9]$

$= [10, 2, 3] \cdot [-2, 5, 9]$

$= 10(-2) + 2(5) + 3(9)$

$= 17$

b) $2\vec{a} \cdot (4\vec{b} - 3\vec{c})$

$= 2[3, -2, 4] \cdot (4[7, 4, -1] - 3[-2, 5, 9])$

$= [6, -4, 8] \cdot [34, 1, -31]$

$= 6(34) + (-4)(1) + 8(-31)$

$= -48$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

10) Déterminez les valeurs de k telles que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

a) $\vec{u} = [2,\ k,\ -1]$ et $\vec{v} = [3,\ -2,\ 7]$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$2(3) + k(-2) + (-1)(7) = 0$

$6 - 2k - 7 = 0$

$-2k = 1$

$k = -\frac{1}{2}$

b) $\vec{u} = [-3,\ 1,\ k]$ et $\vec{v} = [4,\ -k,\ k]$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$-3(4) + 1(-k) + k(k) = 0$

$-12 - k + k^2 = 0$

$k^2 - k - 12 = 0$

$(k-4)(k+3) = 0$

$k_1 = 4,\ k_2 = -3$

11) Trouvez un vecteur orthogonal à chaque vecteur.

a) $[2,\ -1,\ 7]$

$[0,\ 7,\ 1]$

b) $[8,\ -3,\ 4]$

$[0,\ 4,\ 3]$

12) Considérez les vecteurs $\vec{u} = [3,\ -5,\ 8]$ et $\vec{v} = [3,\ 1,\ -2]$.

a) Trouvez $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

$= 3(3) + (-5)(1) + 8(-2)$

$= -12$

b) Calculez l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$\cos\theta = \frac{-12}{(\sqrt{98})(\sqrt{14})}$

$\theta \cong 108.9°$

13) Déterminez la projection de $\vec{a}$ sur $\vec{b}$.

a) $\vec{a} = [2,\ 1,\ -3]$ et $\vec{b} = [1,\ 7,\ 6]$

$proj_{\vec{b}}\,\vec{a} = \frac{2(1) + 1(7) + (-3)(6)}{(1)^2 + (7)^2 + (6)^2}[1,\ 7,\ 6]$

$= \frac{-9}{86}[1,\ 7,\ 6]$

$= \left[\frac{-9}{86}, \frac{-63}{86}, \frac{-27}{43}\right]$

b) $\vec{a} = [3,\ 4,\ 7]$ et $\vec{b} = [2,\ -1,\ 1]$

$proj_{\vec{b}}\,\vec{a} = \frac{3(2) + 4(-1) + 7(1)}{(2)^2 + (-1)^2 + (1)^2}[2,\ -1,\ 1]$

$= \frac{9}{6}[2,\ -1,\ 1]$

$= \left[3, \frac{-3}{2}, \frac{3}{2}\right]$

14) Le point initial du vecteur $\overrightarrow{CD} = [2,\ -9,\ 1]$ est $C(-3,\ 2,\ 2)$. Déterminez les coordonnées de D.

$x - (-3) = 2 \Rightarrow x = -1$

$y - 2 = -9 \Rightarrow y = -7$

$z - 2 = 1 \Rightarrow z = 3$

$D(-1,\ -7,\ 3)$

15) Trouvez 2 vecteurs unitaires parallèles à $\vec{a} = [9,\ -7,\ 2]$.

$|\vec{a}| = \sqrt{(9)^2 + (-7)^2 + (2)^2}$

$|\vec{a}| = \sqrt{134}$

Les vecteurs unitaires sont :

$\frac{1}{\sqrt{134}}[9,\ -7,\ 2] = \left[\frac{9}{\sqrt{134}}, \frac{-7}{\sqrt{134}}, \frac{2}{\sqrt{134}}\right]$

$\frac{-1}{\sqrt{134}}[9,\ -7,\ 2] = \left[\frac{-9}{\sqrt{134}}, \frac{7}{\sqrt{134}}, \frac{-2}{\sqrt{134}}\right]$

16) Un triangle a des sommets aux points $D = (3,\ -2,\ -3)$, $E(7,\ 0,\ 1)$ et $F(1,\ 2,\ 1)$. Quel type de triangle est $\triangle DEF$? Expliquez.

$\overrightarrow{DE} = [4,\ 2,\ 4]$ $|\overrightarrow{DE}| = 6$

$\overrightarrow{DF} = [-2,\ 4,\ 4]$ $|\overrightarrow{DF}| = 6$

$\overrightarrow{EF} = [-6,\ 2,\ 0]$ $|\overrightarrow{EF}| = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Isocèle

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = 4(-2) + 2(4) + 4(4) = 16$

$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{EF} = 4(-6) + 2(2) + 4(0) = -20$

$\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{EF} = -2(-6) + 4(2) + 4(0) = 20$

Aucun angle droit. Il s'agit d'un triangle isocèle sans angle droit car 2 côtés du triangle ont la même longueur, mais aucun des 2 vecteurs qui composent les côtés du triangle n'a un produit scalaire nul, ce qui nous indique qu'il n'y a pas de vecteurs perpendiculaires et donc pas d'angle droit.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.