5.3 Fiche d'exercices sur les applications du produit scalaire avec solutions

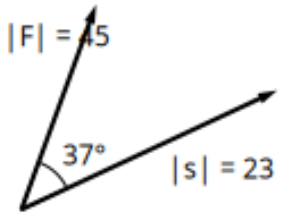
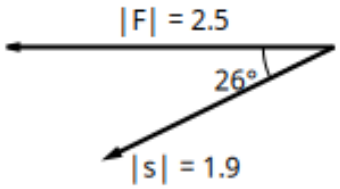
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Déterminez le travail effectué par chaque force $\vec{F}$, en joules, pour chaque objet se déplaçant le long de $\vec{s}$.

a) $\vec{F} = [3, -2]$, $\vec{s} = [1, 8]$ $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ $W = 3(1) + (-2)(8)$ $W = -13$ joules	b) $\vec{F} = [8, -9]$, $\vec{s} = [-3, 7]$ $W = 8(-3) + (-9)(7)$ $W = -87$ joules

2) Déterminez le travail effectué par la force $\vec{F}$, en joules, pour chaque objet se déplaçant le long de $\vec{s}$.

a)  	b) 
$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ $W = \lvert\vec{F}\rVert\vec{s}\rvert\cos(37)$ $W = 45(23)\cos(37)$ $W \cong 826.59$ joules	$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ $W = \lvert\vec{F}\rVert\vec{s}\rvert\cos(26)$ $W = 2.5(1.9)\cos(26)$ $W \cong 4.27$ joules

3) Déterminez l'angle entre les vecteurs de chaque paire.

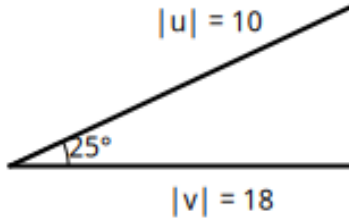
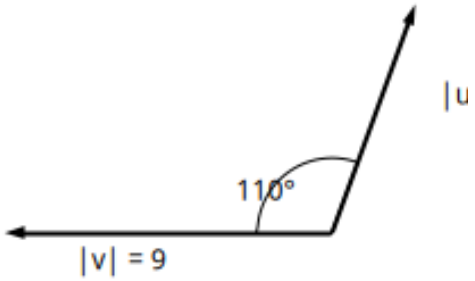
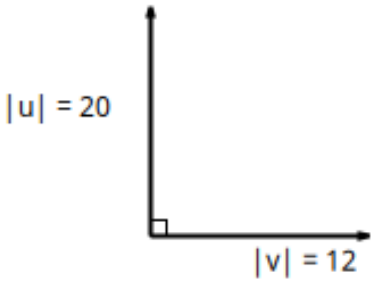
a) $\vec{p} = [6, 7]$ et $\vec{q} = [3, 2]$	b) $\vec{r} = [-1, -7]$ et $\vec{s} = [5, 4]$
$\cos\theta = \dfrac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{\lvert\vec{p}\rVert\vec{q}\rvert}$ $\cos\theta = \dfrac{6(3) + 7(2)}{\left(\sqrt{(6)^2 + (7)^2}\right)\left(\sqrt{(3)^2 + (2)^2}\right)}$ $\cos\theta = \dfrac{32}{(\sqrt{85})(\sqrt{13})}$ $\theta \cong 15.71°$	$\cos\theta = \dfrac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\lvert\vec{r}\rVert\vec{s}\rvert}$ $\cos\theta = \dfrac{-1(5) + (-7)(4)}{\left(\sqrt{(-1)^2 + (-7)^2}\right)\left(\sqrt{(5)^2 + (4)^2}\right)}$ $\cos\theta = \dfrac{-33}{(\sqrt{50})(\sqrt{41})}$ $\theta \cong 136.79°$

4) Déterminez la projection du premier vecteur sur le deuxième.

a) $\vec{a} = [6, -1]$, $\vec{b} = [3, -4]$ $proj_{\vec{b}}\,\vec{a} = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}}(\vec{b})$ $= \dfrac{6(3) + (-1)(-4)}{3^2 + (-4)^2}[3, -4]$ $= \dfrac{22}{25}[3, -4]$ $= \left[\dfrac{66}{25}, \dfrac{-88}{25}\right]$	b) $\vec{c} = [6, 7]$, $\vec{d} = [3, 2]$ $proj_{\vec{d}}\,\vec{c} = \dfrac{\vec{c} \cdot \vec{d}}{\vec{d} \cdot \vec{d}}(\vec{d})$ $= \dfrac{6(3) + 7(2)}{3^2 + 2^2}[3, 2]$ $= \dfrac{32}{13}[3, 2]$ $= \left[\dfrac{96}{13}, \dfrac{64}{13}\right]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

5) Déterminez la projection de $\vec{u}$ sur $\vec{v}$

a)	b)	c)
		
$proj_{\vec{v}}\vec{u} = \lvert\vec{u}\rvert\cos\theta(\widehat{v})$ $= 10\cos(25)\widehat{v}$ $\cong 9.06\widehat{v}$	$proj_{\vec{v}}\vec{u} = \lvert\vec{u}\rvert\cos\theta(\widehat{v})$ $= 7\cos(110)\widehat{v}$ $\cong -2.39\widehat{v}$	$= \vec{0}$

6) Pour chacun des cas suivants, trouvez la norme de la projection de $\vec{x}$ sur $\vec{y}$ ainsi que la projection vectorielle de $\vec{x}$ sur $\vec{y}$.

a) $\vec{x} = [1,\ 1],\ \vec{y} = [1,\ -1]$

$$\lvert proj_{\vec{y}}\vec{x}\rvert = \left\lvert\frac{\vec{x}\cdot\vec{y}}{\lvert\vec{y}\rvert}\right\rvert$$

$$= \left\lvert\frac{1(1)+1(-1)}{\sqrt{(1)^2+(-1)^2}}\right\rvert$$

$$= 0$$

$$proj_{\vec{y}}\vec{x} = 0\left(\frac{\vec{y}}{\lvert\vec{y}\rvert}\right)$$

$$= \vec{0}$$

b) $\vec{x} = [2,\ 5],\ \vec{y} = [-5,\ 12]$

$$\lvert proj_{\vec{y}}\vec{x}\rvert = \left\lvert\frac{\vec{x}\cdot\vec{y}}{\lvert\vec{y}\rvert}\right\rvert$$

$$= \left\lvert\frac{2(-5)+5(12)}{\sqrt{(-5)^2+(12)^2}}\right\rvert$$

$$= \frac{50}{13}$$

$$proj_{\vec{y}}\vec{x} = \frac{50}{13}\left(\frac{[-5,\ 12]}{13}\right)$$

$$= \frac{50}{169}[-5,\ 12]$$

$$= \left[\frac{-250}{169},\ \frac{600}{169}\right]$$

7) $\triangle DEF$ a pour sommets $D(-3,\ 5)$, $E(2,\ 3)$, et $F(6,\ 7)$. Calculez $\angle DEF$.

$$\overrightarrow{ED} = [-5,\ 2]$$

$$\overrightarrow{EF} = [4,\ 4]$$

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EF}}{\lvert\overrightarrow{ED}\rVert\overrightarrow{EF}\rvert}$$

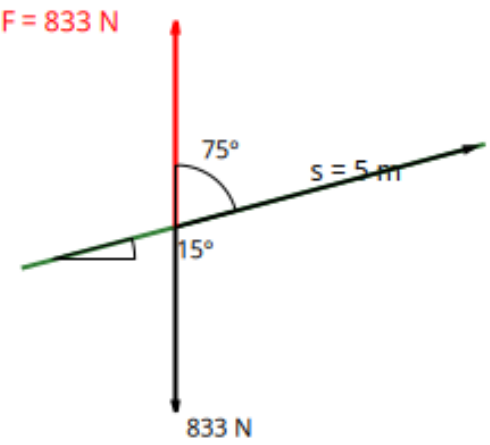
$$\cos\theta = \frac{-5(4)+2(4)}{(\sqrt{29})(\sqrt{32})}$$

$$\cos\theta = \frac{-12}{\sqrt{928}}$$

$$\theta \cong 113.2°$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

8) Quel travail est effectué contre la gravité par le préposé poussant une personne de 85 kg le long d'une rampe de 5 m inclinée à un angle de 15° par rapport à l'horizontale?



$\vec{F} = 85(9.8) = 833$ N

$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

$W = 833(5)\cos(75)$

$W \cong 1077.98$ J

9) Un projecteur de scène est traîné sur 15 m en terrain plat par une force de 120 N appliquée à un angle de 35° par rapport au sol. Il est ensuite traîné sur une rampe de 12 m menant à une scène par la même force. Si la rampe est inclinée à 15° par rapport au sol. Trouvez le travail total effectué.

$W = 120(15)\cos(35°) + 120(12)\cos(20°)$

$W \cong 2827.63$ J

10) Une boîte sur un chariot est tirée sur une distance de 35 m par une force de 27 N appliquée à un angle de 40° par rapport au sol. La boîte est ensuite soulevée sur une distance de 1.5 m et placée sur une table en exerçant une force de 37 N. Trouvez le travail total effectué.

$W = 27(35)\cos(40°) + 37(1.5)\cos(0)$

$W \cong 779.4$ J

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.