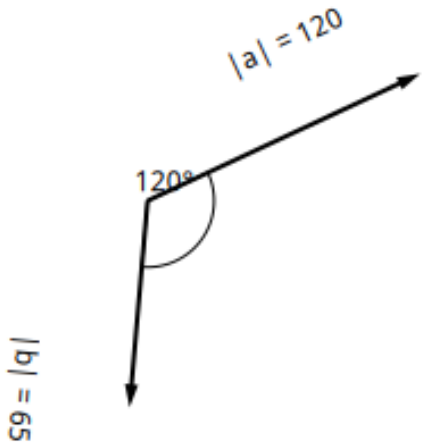
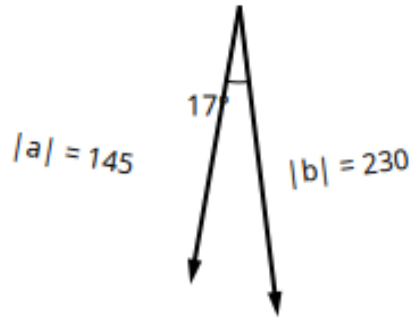
5.2 Fiche d'exercices sur le produit scalaire avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Calcule le produit scalaire de chaque paire.

a)	b)
	
$\vec{a} \cdot \vec{b} = 120(65)\cos(120)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3900$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 145(230)\cos(17)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} \cong 31\,892.76$

2) Calcule le produit scalaire de chaque paire de vecteurs. θ est l'angle entre les vecteurs lorsqu'ils sont placés origine à origine.

a) $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 12$, et $\theta = 47°$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 7(12)\cos(47)$ $\vec{u} \cdot \vec{v} \cong 57.29$	b) $\|\vec{s}\| = 520$, $\|\vec{t}\| = 745$, et $\theta = 135°$ $\vec{s} \cdot \vec{t} = 520(745)\cos(135)$ $\vec{s} \cdot \vec{t} \cong -273\,933.17$

3) Calcule le produit scalaire de chaque paire de vecteurs.

a) $\vec{a} = [5, 8]$, $\vec{b} = [-2, 1]$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5(-2) + 8(1)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$	b) $\vec{c} = [-1, 8]$, $\vec{d} = [3, -3]$ $\vec{c} \cdot \vec{d} = -1(3) + 8(-3)$ $\vec{c} \cdot \vec{d} = -27$
c) $\vec{l} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{m} = -9\vec{i} + 4\vec{j}$ $\vec{l} = [2, -3]$, $\vec{m} = [-9, 4]$ $\vec{l} \cdot \vec{m} = 2(-9) + (-3)(4)$ $\vec{l} \cdot \vec{m} = -30$	d) $\vec{u} = -6\vec{i} + 7\vec{j}$, $\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ $\vec{u} = [-6, 7]$, $\vec{v} = [3, -2]$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6(3) + 7(-2)$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = -32$

4) Détermine si les expressions suivantes ont un sens ou non. Si non, explique pourquoi.

a) $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w})$ NON—on ne peut pas faire le produit scalaire d'un vecteur avec un scalaire	b) $\|\vec{u} \cdot \vec{v}\|$ OUI	c) $\vec{u}(\vec{v} \cdot \vec{w})$ OUI	d) $\|\vec{u}\|^2$ OUI	e) $\vec{v}^2$ NON—on ne peut pas multiplier des vecteurs	f) $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2$ OUI

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

5) Soit $\vec{a} = [1, -2]$, $\vec{b} = [2, 5]$, et $\vec{c} = [4, -1]$. Évalue ce qui suit si possible. Si ce n'est pas possible, explique pourquoi.

a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ $= [1, -2] \cdot ([2, 5] + [4, -1])$ $= [1, -2] \cdot [6, 4]$ $= 1(6) + (-2)(4)$ $= -2$	b) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ $= ([1, -2] + [2, 5]) \cdot [4, -1]$ $= [3, 3] \cdot [4, -1]$ $= 3(4) + 3(-1)$ $= 9$
c) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$ $= ([1, -2] + [2, 5]) \cdot ([1, -2] + [4, -1])$ $= [3, 3] \cdot [5, -3]$ $= 3(5) + 3(-3)$ $= 6$	d) $(3\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (4\vec{a} - \vec{b})$ $= (3[1, -2] + 2[2, 5]) \cdot (4[1, -2] - [2, 5])$ $= ([3, -6] + [4, 10]) \cdot ([4, -8] - [2, 5])$ $= [7, 4] \cdot [2, -13]$ $= 7(2) + 4(-13)$ $= -38$
e) $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ Pas possible. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ est un scalaire, et on ne peut pas faire le produit scalaire de $\vec{c}$ avec un scalaire.	f) $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ $= [1, -2] \cdot [2, 5] + [1, -2] \cdot [4, -1]$ $= 1(2) + (-2)(5) + 1(4) + (-2)(-1)$ $= -2$
g) $4\vec{b} \cdot (-2\vec{c})$ $= 4[2, 5] \cdot (-2[4, -1])$ $= [8, 20] \cdot [-8, 2]$ $= 8(-8) + 20(2)$ $= -24$	h) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ $= ([1, -2] + [2, 5]) \cdot [4, -1]$ $= [3, 3] \cdot [4, -1]$ $= 3(4) + 3(-1)$ $= 9$

6) Détermine une valeur de t pour que $\vec{u} = [9, t]$ et $\vec{v} = [-16, t]$ soient perpendiculaires.

Si perpendiculaires, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$[9, t] \cdot [-16, t] = 0$

$9(-16) + t(t) = 0$

$t^2 = 144$

$t = \pm 12$

7) Trouve un vecteur perpendiculaire à $\vec{a} = [3, -1]$. Vérifie que les vecteurs sont perpendiculaires.

$\vec{a} = [3, -1]$, $\vec{b} = [5, k]$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$3(5) + (-1)(k) = 0$

$k = 15$

$\vec{b} = [5, 15]$

Raccourci : pour trouver un vecteur perpendiculaire à $[3, -1]$, échange les composantes et change un signe : $[3, -1] \to [-1, 3] \to [1, 3]$.

Vérification : $[1, 3] \cdot [3, -1] = 3 + (-3) = 0$

8) Lequel des triangles suivants est un triangle rectangle? Identifie l'angle droit dans ce triangle.

- $\triangle ABC$ pour $A(3, 1)$, $B(-2, 3)$, et $C(5, 6)$
- $\triangle STU$ pour $S(4, 6)$, $T(-3, 7)$, et $U(-5, -4)$

$\overrightarrow{AB} = [-5, 2]$ $\overrightarrow{BC} = [7, 3]$ $\overrightarrow{AC} = [2, 5]$ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -5(7) + 2(3) = -35 + 6 = -29$ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -5(2) + 2(5) = 0$ Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont perpendiculaires. $\angle A = 90°$	$\overrightarrow{ST} = [-7, 1]$ $\overrightarrow{SU} = [-9, -10]$ $\overrightarrow{TU} = [-2, -11]$ $\overrightarrow{ST} \cdot \overrightarrow{SU} = -7(-9) + 1(-10) = 53$ $\overrightarrow{ST} \cdot \overrightarrow{TU} = -7(-2) + 1(-11) = 3$ $\overrightarrow{SU} \cdot \overrightarrow{TU} = -9(-2) + (-10)(-11) = 128$ Donc $\triangle STU$ n'est PAS un triangle rectangle.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.