5.7 Revue prétest de l'unité 5 – Vecteurs cartésiens avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Cette revue couvre l'ensemble de l'Unité 5 : Vecteurs cartésiens, et vise à préparer l'examen de l'unité.

Section 1 : 5.1 – Notation vectorielle

1) Exprimer chaque vecteur en fonction des vecteurs $\hat{i}$ et $\hat{j}$

a) $[-3, -6]$ $-3\hat{i} - 6\hat{j}$	b) $[0, -8]$ $-8\hat{j}$	c) $[-6, 0]$ $-6\hat{i}$

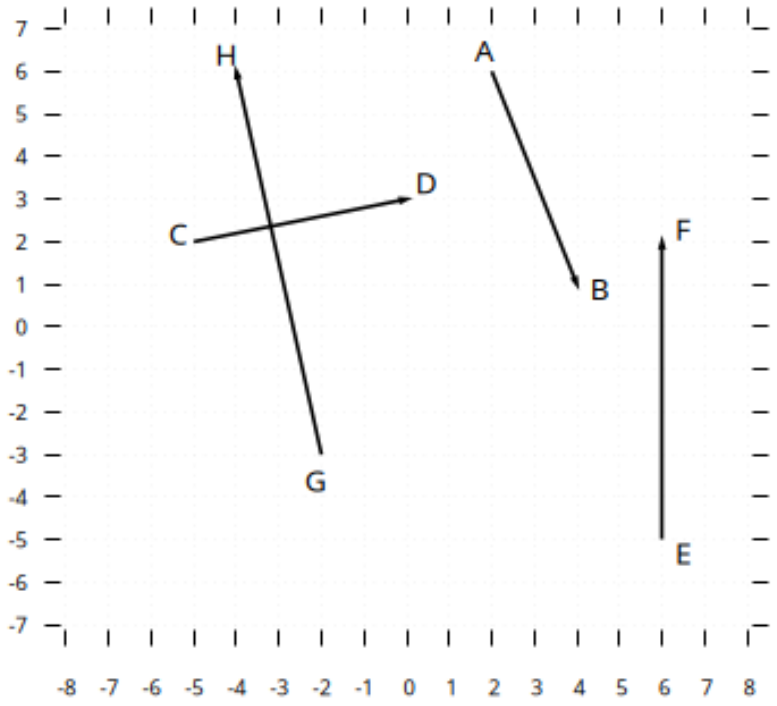
Section 2 : 5.1 – Notation vectorielle

2) Exprimer chaque vecteur sous la forme $[a, b]$

a) $-4\hat{i}$ $[-4, 0]$	b) $7\hat{i} - 4\hat{j}$ $[7, -4]$	c) $2\hat{j}$ $[0, 2]$

Section 3 : 5.1 – Norme de vecteurs à partir d'une grille

3) Écrire les coordonnées de chaque vecteur cartésien sous la forme $[a, b]$ et déterminer sa norme.



$\overrightarrow{AB} = [4 - 2, 1 - 6] = [2, -5]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$ unités

$\overrightarrow{CD} = [0 - (-5),\ 3 - 2] = [5,\ 1]$

$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$ unités

$\overrightarrow{EF} = [6 - 6,\ 2 - (-5)] = [0,\ 7]$

$|\overrightarrow{EF}| = \sqrt{0^2 + 7^2} = 7$ unités

$\overrightarrow{GH} = [-4 - (-2),\ 6 - (-3)] = [-2,\ 9]$

$|\overrightarrow{GH}| = \sqrt{(-2)^2 + 9^2} = \sqrt{85}$ unités

Section 4 : 5.1 – Vecteurs équivalents

4) Le vecteur $\vec{v} = [5,\ -1]$ est donné. Un vecteur équivalent $\overrightarrow{PQ}$ a son point initial en $P(-2,\ -7)$. Déterminer les coordonnées de Q.

$x - (-2) = 5 \Rightarrow x = 3$

$y - (-7) = -1 \Rightarrow y = -8$

$Q(3,\ -8)$

Section 5 : 5.1 – Vecteurs entre deux points

5) Étant donné les points $P(-6,\ 1)$, $Q(-2,\ -1)$, et $R(-3,\ 4)$, trouver

a) $\overrightarrow{QP}$

$\overrightarrow{QP} = [-6 - (-2),\ 1 - (-1)]$

$\overrightarrow{QP} = [-4,\ 2]$

b) $|\overrightarrow{RP}|$

$\overrightarrow{RP} = [-6 - (-3),\ 1 - 4] = [-3,\ -3]$

$|\overrightarrow{RP}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ unités

c) le périmètre de $\triangle PQR$

$|\overrightarrow{QP}| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\overrightarrow{RQ} = [-2 - (-3),\ -1 - 4] = [1,\ -5]$

$|\overrightarrow{RQ}| = \sqrt{1^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$

Périmètre $= 2\sqrt{5} + \sqrt{26} + 3\sqrt{2}$

Périmètre $\cong 13.8$ unités

Section 6 : 5.1 – Multiplication scalaire et addition de vecteurs

6) Si $\vec{u} = [4,\ -1]$ et $\vec{v} = [2,\ 7]$, trouver

a) $8\vec{u}$ $8\vec{u} = [32,\ -8]$	b) $-8\vec{u}$ $-8\vec{u} = [-32,\ 8]$
c) $\vec{u} + \vec{v}$ $\vec{u} + \vec{v} = [6,\ 6]$	d) $\vec{v} - \vec{u}$ $\vec{v} - \vec{u} = [-2,\ 8]$
e) $5\vec{u} - 3\vec{v}$ $5\vec{u} - 3\vec{v} = [20,\ -5] - [6,\ 21]$ $5\vec{u} - 3\vec{v} = [14,\ -26]$	f) $-4\vec{u} + 7\vec{v}$ $-4\vec{u} + 7\vec{v} = [-16,\ 4] + [14,\ 49]$ $-4\vec{u} + 7\vec{v} = [-2,\ 53]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 7 : 5.1 – Vecteurs colinéaires

7) Quel vecteur est colinéaire avec $\vec{a} = [6,\ -4]$? Fournir une preuve.

$\vec{b} = [-9,\ 6]$, $\vec{c} = [-6,\ -4]$

A-t-on $\vec{a} = k\vec{b}$? $\quad 6 = k(-9) \Rightarrow k = -\frac{2}{3}$; $\quad -4 = k(6) \Rightarrow k = -\frac{2}{3}$

A-t-on $\vec{a} = k\vec{c}$? $\quad 6 = k(-6) \Rightarrow k = -1$; $\quad -4 = k(-4) \Rightarrow k = 1$

Puisque les deux composantes donnent $k = -\frac{2}{3}$ pour $\vec{b}$, mais des valeurs incohérentes de k pour $\vec{c}$,

$\vec{b}$ est colinéaire avec $\vec{a}$; $\vec{b} = -\frac{3}{2}\vec{a}$

Section 8 : 5.1 – Décomposition d'une force en composantes

8) Une personne tire un traîneau en exerçant une force de 180 N le long d'une corde qui fait un angle de 30° avec l'horizontale. Écrire cette force sous forme de composantes, comme vecteur cartésien.

$\vec{F} = [180\cos 30°,\ 180\sin 30°]$

$\vec{F} = [90\sqrt{3},\ 90]$

Section 9 : 5.1 – Décomposition d'une force en composantes

9) Une personne pousse une tondeuse à gazon avec une force de 250 N. Le manche fait un angle de 35° avec le sol. Écrire cette force sous forme de composantes, comme vecteur cartésien.

$\vec{F} = [250\cos(-35°),\ 250\sin(-35°)]$

$\vec{F} \cong [204.8,\ -143.4]$

Section 10 : 5.1 – Vitesse résultante à partir de relèvements

10) Le cap d'un navire est fixé à 192°, avec une vitesse de 30 nœuds. Un courant provient d'un relèvement de 112°, à 14 nœuds. Utiliser des vecteurs cartésiens pour déterminer la vitesse résultante du navire.

$\vec{s} = [30\cos(258°),\ 30\sin(258°)]$

$\vec{w} = [14\cos(158°),\ 14\sin(158°)]$

$\vec{r} = \vec{s} + \vec{w} \cong [-19.22,\ -24.1]$

$|\vec{r}| \cong 30.8$ km/h

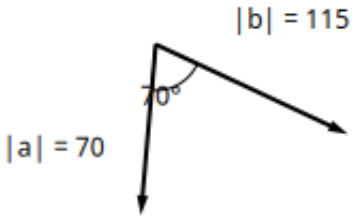
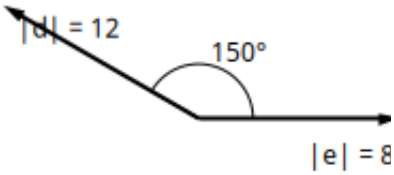
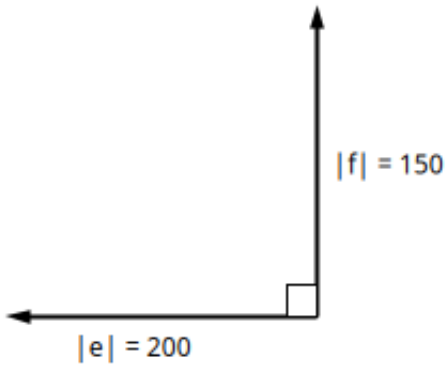
$\tan\theta = \frac{-24.1}{-19.22} \Rightarrow \theta \cong 51.4°$

30.8 km/h sur un relèvement vrai de 218.6°

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 11 : 5.2 – Produit scalaire

11) Calculer le produit scalaire de chaque paire de vecteurs.

a) $\lvert\vec{a}\rvert = 70$, $\lvert\vec{b}\rvert = 115$, 70° entre eux	b) $\lvert\vec{d}\rvert = 12$, $\lvert\vec{e}\rvert = 8$, 150° entre eux	c) $\lvert\vec{e}\rvert = 200$, $\lvert\vec{f}\rvert = 150$, perpendiculaires
		
$\vec{a}\cdot\vec{b} = 70(115)\cos(70°)$ $\vec{a}\cdot\vec{b} \cong 2753.3$	$\vec{e}\cdot\vec{d} = 8(12)\cos(150°)$ $\vec{e}\cdot\vec{d} \cong -83.1$	$\vec{e}\cdot\vec{f} = 0$
d) $\vec{u} = [2, 4]$, $\vec{v} = [3, -1]$ $\vec{u}\cdot\vec{v} = 2(3) + 4(-1)$ $\vec{u}\cdot\vec{v} = 2$	e) $\vec{s} = [9, -3]$, $\vec{t} = [3, -3]$ $\vec{s}\cdot\vec{t} = 9(3) + (-3)(-3)$ $\vec{s}\cdot\vec{t} = 36$	f) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, $\vec{b} = 9\hat{i} - 7\hat{j}$ $\vec{a}\cdot\vec{b} = 2(9) + 3(-7)$ $\vec{a}\cdot\vec{b} = -3$

Section 12 : 5.2 – Propriétés du produit scalaire

12) Soit $\vec{u} = [3, -5]$, $\vec{v} = [-6, 1]$, et $\vec{w} = [4, 7]$. Évaluer chacune des expressions suivantes si possible. Si ce n'est pas possible, expliquer pourquoi.

a) $\vec{u}\cdot(\vec{v} + \vec{w})$ $= [3, -5]\cdot[-2, 8] = 3(-2) + (-5)(8)$ $\vec{u}\cdot(\vec{v} + \vec{w}) = -46$	b) $(\vec{u} + \vec{v})\cdot(\vec{u} - \vec{v})$ $= [-3, -4]\cdot[9, -6] = -3(9) + (-4)(-6)$ $(\vec{u} + \vec{v})\cdot(\vec{u} - \vec{v}) = -3$
c) $\vec{u} + \vec{v}\cdot\vec{w}$ Ce n'est pas possible. C'est la somme d'un vecteur et d'un scalaire.	d) $-3\vec{v}\cdot(2\vec{w})$ $= [18, -3]\cdot[8, 14] = 18(8) + (-3)(14)$ $-3\vec{v}\cdot(2\vec{w}) = 102$
e) $(\vec{u} + 2\vec{v})\cdot(3\vec{w} - \vec{u})$ $= [-9, -3]\cdot[9, 26] = -9(9) + (-3)(26)$ $(\vec{u} + 2\vec{v})\cdot(3\vec{w} - \vec{u}) = -159$	f) $\vec{v}\cdot\vec{v} + \vec{w}\cdot\vec{w}$ $= [37] + [65]$ $\vec{v}\cdot\vec{v} + \vec{w}\cdot\vec{w} = 102$

Section 13 : 5.2 – Triangles rectangles à l'aide du produit scalaire

13) Le triangle ABC a pour sommets $A(3, 1)$, $B(-2, 3)$, et $C(5, 6)$. Est-ce un triangle rectangle? Si oui, identifier l'angle droit.

$\overrightarrow{AB} = [-5, 2]$, $\overrightarrow{AC} = [2, 5]$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = -5(2) + 2(5) = 0$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont perpendiculaires, donc le triangle ABC est un triangle rectangle. L'angle A est l'angle droit.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 14 : 5.2 – Vecteurs perpendiculaires

14) Trouver un vecteur perpendiculaire à $\vec{u} = [9, 2]$. Vérifier que les vecteurs sont perpendiculaires.

Soit $\vec{v} = [-2, 9]$.

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 9(-2) + 2(9)$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont perpendiculaires.

Section 15 : 5.2 – Résoudre pour k (vecteurs perpendiculaires)

15) Déterminer la valeur de k pour que $\vec{u} = [2, 5]$ et $\vec{v} = [k, 4]$ soient perpendiculaires.

$[2, 5] \cdot [k, 4] = 0$

$2k + 20 = 0$

$k = -10$

Section 16 : 5.2 – Résoudre pour k (vecteurs perpendiculaires)

16) Déterminer la valeur de k pour que $\vec{u} = [k, 3]$ et $\vec{v} = [k, 2k]$ soient perpendiculaires.

$[k, 3] \cdot [k, 2k] = 0$

$k^2 + 6k = 0$

$k(k + 6) = 0$

$k = 0$ ou $k = -6$

Section 17 : 5.3 – Travail

17) Déterminer le travail effectué par la force $\vec{F}$, en Newtons, pour un objet se déplaçant le long du vecteur $\vec{s}$, en mètres.

a) $\vec{F} = [5, 2]$, $\vec{s} = [7, 4]$

$W = 5(7) + 2(4)$

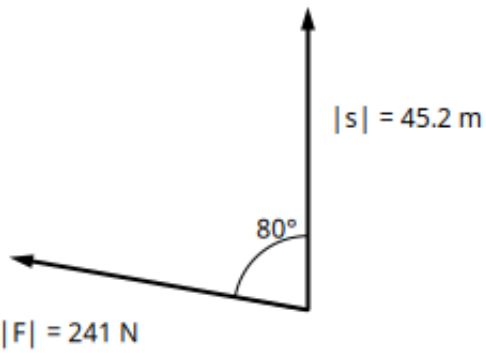
$W = 43\ J$

b) $\vec{F} = [100, 400]$, $\vec{s} = [12, 27]$

$W = 100(12) + 400(27)$

$W = 12\,000\ J$

c)



$W = 241(45.2)\cos(80°)$

$W \cong 1891.6\ J$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 18 : 5.3 – Angle entre deux vecteurs

18) Calculer l'angle entre les vecteurs de chaque paire.

a) $\vec{p} = [7,\ 8]$, $\vec{q} = [4,\ 3]$ $\cos\theta = \frac{7(4)+8(3)}{\sqrt{7^2+8^2}\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{52}{(\sqrt{113})(5)}$ $\theta \cong 11.9°$	b) $\vec{t} = [-7,\ 2]$, $\vec{u} = [6,\ 11]$ $\cos\theta = \frac{-7(6)+2(11)}{\sqrt{(-7)^2+2^2}\sqrt{6^2+11^2}} = \frac{-20}{(\sqrt{53})(\sqrt{157})}$ $\theta \cong 102.7°$

Section 19 : 5.3 – Projection d'un vecteur

19) Déterminer la projection de $\vec{u}$ sur $\vec{v}$

a) $\lvert\vec{u}\rvert = 56$, $\lvert\vec{v}\rvert = 100$, l'angle θ entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est de 125°. $proj_{\vec{v}}\vec{u} = \lvert\vec{u}\rvert\cos\theta(\widehat{v}) = [56\cos(125°)](\widehat{v})$ $proj_{\vec{v}}\vec{u} \cong -32.1\widehat{v}$	b) $\vec{u} = [7,\ 1]$, $\vec{v} = [9,\ -3]$ $proj_{\vec{v}}\vec{u} = \frac{7(9)+1(-3)}{9^2+(-3)^2}[9,\ -3] = \frac{60}{90}[9,\ -3]$ $proj_{\vec{v}}\vec{u} = [6,\ -2]$

Section 20 : 5.3 – Projection d'un vecteur

20) Trouver la norme de la projection de $\vec{a}$ sur $\vec{b}$, ainsi que le vecteur projection de $\vec{a}$ sur $\vec{b}$, si $\vec{a} = [6,\ -1]$ et $\vec{b} = [11,\ 5]$

$$\lvert proj_{\vec{b}}\vec{a}\rvert = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert} = \frac{6(11)+(-1)(5)}{\sqrt{11^2+5^2}} = \frac{61}{\sqrt{146}}$$

$$proj_{\vec{b}}\vec{a} = \lvert proj_{\vec{b}}\vec{a}\rvert(\widehat{b}) = \frac{61}{\sqrt{146}}\left(\frac{1}{\sqrt{146}}\right)[11,\ 5] = \frac{61}{146}[11,\ 5]$$

$$proj_{\vec{b}}\vec{a} = \left[\frac{671}{146},\ \frac{305}{146}\right]$$

Section 21 : 5.3 – Travail

21) Une super-héroïne se hisse de 15 m le long d'un mur avec une force de 500 N, à un angle de 12° par rapport à la verticale. Quel est le travail effectué?

$$W = 15(500)\cos(12°)$$

$$W \cong 7336.1\ J$$

Section 22 : 5.3 – Travail

22) Une caisse est traînée sur 3 mètres le long d'un plancher lisse et horizontal par une force de 30 N, appliquée à 25° par rapport au plancher. Ensuite, elle est tirée sur 4 mètres le long d'une rampe inclinée à 20° par rapport à l'horizontale, en utilisant la même force. Enfin, la caisse est traînée sur 5 mètres de plus le long d'une plateforme horizontale, toujours avec la même force. Déterminer le travail total effectué pour déplacer la caisse.

L'angle entre la force de 30 N et la direction du déplacement est de 25° sur le plancher horizontal, de 5° sur la rampe (25°-20°), et de 25° de nouveau sur la plateforme horizontale.

$$W = 3(30)\cos(25°) + 4(30)\cos(5°) + 5(30)\cos(25°)$$

$$W \cong 337.1\ J$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 23 : 5.3 – Travail contre la gravité

23) Quel est le travail effectué contre la gravité par un travailleur qui transporte un carton de 25 kg en montant un escalier de 6 mètres, incliné à 30°.

$|\vec{F}| = mg = (25)(9.8) = 245\ N$

$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = 245(6)\cos(60°)$

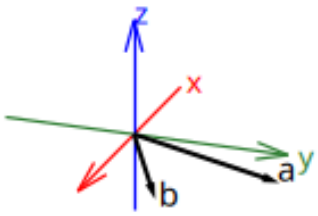
$W = 735\ J$

Section 24 : 5.4 – Tracer des vecteurs dans l'espace à trois dimensions

24) Tracer chaque vecteur de position. Ensuite, déterminer sa norme exacte.

$\vec{a} = [-1,\ 5,\ -2]$

$\vec{b} = [-2,\ 0,\ -4]$



$|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 5^2 + (-2)^2} = \sqrt{30}$

$|\vec{a}| = \sqrt{30}$

$|\vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$

Section 25 : 5.4 – Vecteurs colinéaires dans l'espace à trois dimensions

25) Les vecteurs $\vec{u} = [6,\ -2,\ -5]$ et $\vec{v} = [-12,\ 4,\ 10]$ sont-ils colinéaires? Expliquer.

$6 = k(-12) \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

$-2 = k(4) \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

$-5 = k(10) \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

Oui. $\vec{v} = -2\vec{u}$, donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 26 : 5.4 – Vecteurs colinéaires dans l'espace à trois dimensions

26) Trouver a et b tels que $\vec{u} = [a,\ 3,\ 6]$ et $\vec{v} = [-8,\ 12,\ b]$ soient colinéaires.

$3 = k(12) \Rightarrow k = \frac{1}{4}$

$a = \frac{1}{4}(-8) = -2$

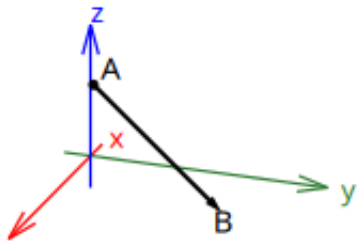
$6 = \frac{1}{4}(b) \Rightarrow b = 24$

$a = -2,\ \ b = 24$

Section 27 : 5.4 – Vecteurs entre deux points dans l'espace à trois dimensions

27) Tracer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ reliant chaque paire de points. Ensuite, écrire le vecteur sous la forme $[x,\ y,\ z]$ et déterminer sa norme.

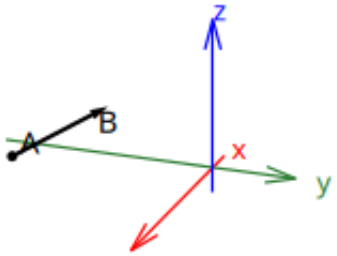
a) $A(2,\ 1,\ 3)$, $B(5,\ 7,\ 1)$



$\overrightarrow{AB} = [5-2,\ 7-1,\ 1-3] = [3,\ 6,\ -2]$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + 6^2 + (-2)^2} = 7$

b) $A(3,\ -4,\ 1)$, $B(6,\ -1,\ 5)$



$\overrightarrow{AB} = [6-3,\ -1-(-4),\ 5-1] = [3,\ 3,\ 4]$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34}$

Section 28 : 5.4 – Opérations vectorielles dans l'espace à trois dimensions

28) Étant donné les vecteurs $\vec{a} = [-4,\ 1,\ 7]$, $\vec{b} = [2,\ 0,\ -3]$, et $\vec{c} = [1,\ -1,\ 5]$, simplifier chaque expression.

a) $7\vec{a}$

$7\vec{a} = [-28,\ 7,\ 49]$

b) $3\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$

$= [-12,\ 3,\ 21] - [4,\ 0,\ -6] + [4,\ -4,\ 20]$

$3\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c} = [-12,\ -1,\ 47]$

c) $\vec{a} \cdot \vec{c}$

$= -4(1) + 1(-1) + 7(5)$

$\vec{a} \cdot \vec{c} = 30$

d) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$

$= [-2,\ 1,\ 4] \cdot [-6,\ 1,\ 10] = -2(-6) + 1(1) + 4(10)$

$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 53$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 29 : 5.4 – Angle entre des vecteurs dans l'espace à trois dimensions

29) Déterminer l'angle entre les vecteurs $\vec{g} = [6,\ 1,\ 2]$ et $\vec{h} = [-5,\ 3,\ 6]$

$$\cos\theta = \frac{6(-5) + 1(3) + 2(6)}{\sqrt{6^2 + 1^2 + 2^2}\sqrt{(-5)^2 + 3^2 + 6^2}} = \frac{-15}{(\sqrt{41})(\sqrt{70})}$$

$\theta \cong 106.3°$

Section 30 : 5.4 – Vecteurs orthogonaux dans l'espace à trois dimensions

30) Déterminer un vecteur orthogonal à $\vec{e} = [3,\ -1,\ 4]$

Soit $\vec{f} = [0,\ 4,\ 1]$.

$\vec{e} \cdot \vec{f} = 3(0) + (-1)(4) + 4(1) = 0$

$\vec{f} = [0,\ 4,\ 1]$ (les réponses peuvent varier) est orthogonal à $\vec{e}$.

Section 31 : 5.4 – Classifier un triangle dans l'espace à trois dimensions

31) Identifier le type de triangle ayant pour sommets $A(2,\ 3,\ -5)$, $B(-4,\ 8,\ 1)$, et $C(6,\ -4,\ 0)$.

$\overrightarrow{AB} = [-6,\ 5,\ 6]$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{97}$

$\overrightarrow{AC} = [4,\ -7,\ 5]$, $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{90}$

$\overrightarrow{BC} = [10,\ -12,\ -1]$, $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{245}$

$(\sqrt{97})^2 + (\sqrt{90})^2 = 187 \neq 245 = (\sqrt{245})^2$, donc ce n'est pas un triangle rectangle.

Puisque les trois côtés ont des longueurs différentes, le triangle est scalène.

Section 32 : 5.5 – Norme du produit vectoriel

32) Déterminer $\vec{u} \times \vec{v}$

$|\vec{v}| = 80$, $|\vec{u}| = 60$, 55° entre eux

$\vec{u} \times \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\sin\theta\,(\hat{n}) = (60)(80)\sin(55°)\,(\hat{n})$

$\vec{u} \times \vec{v} \cong 3931.9\hat{n}$

Section 33 : 5.5 – Produit vectoriel de vecteurs algébriques

33) Déterminer $\vec{a} \times \vec{b}$ pour chaque paire de vecteurs

a) $\vec{a} = [3,\ -2,\ 9]$, $\vec{b} = [1,\ 1,\ 6]$ $\vec{a} \times \vec{b} = [-2(6) - 9(1),\ 9(1) - 3(6),\ 3(1) - (-2)(1)]$ $\vec{a} \times \vec{b} = [-21,\ -9,\ 5]$	b) $\vec{a} = [-8,\ 10,\ 3]$, $\vec{b} = [2,\ 0,\ 5]$ $\vec{a} \times \vec{b} = [10(5) - 3(0),\ 3(2) - (-8)(5),\ -8(0) - 10(2)]$ $\vec{a} \times \vec{b} = [50,\ 46,\ -20]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 34 : 5.5 – Aire d'un parallélogramme

34) Déterminer l'aire du parallélogramme défini par chaque paire de vecteurs.

a) $\vec{p} = [6,\ 3,\ 8]$, $\vec{q} = [3,\ 3,\ 5]$ $\vec{p} \times \vec{q} = [3(5) - 8(3),\ 8(3) - 6(5),\ 6(3) - 3(3)]$ $\vec{p} \times \vec{q} = [-9,\ -6,\ 9]$ Aire $= \lvert\vec{p} \times \vec{q}\rvert = \sqrt{198} = 3\sqrt{22}$ unités^2	b) $\lvert\vec{v}\rvert = 27$, $\lvert\vec{u}\rvert = 43$, 32° entre eux Aire $= \lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert \sin\theta = 43(27)\sin(32°)$ Aire $\cong 615.2$ unités^2

Section 35 : 5.5 – Expressions de produit vectoriel

35) Étant donné $\vec{a} = [2,\ -6,\ 3]$, $\vec{b} = [-1,\ 5,\ 8]$, et $\vec{c} = [-4,\ 5,\ 6]$, évaluer chacune des expressions suivantes.

a) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$

$\vec{b} + \vec{c} = [-5,\ 10,\ 14]$

$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = [-6(14) - 3(10),\ 3(-5) - 2(14),\ 2(10) - (-6)(-5)]$

$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = [-114,\ -43,\ -10]$

b) $\vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{c}$

$\vec{a} \times \vec{b} = [-6(8) - 3(5),\ 3(-1) - 2(8),\ 2(5) - (-6)(-1)] = [-63,\ -19,\ 4]$

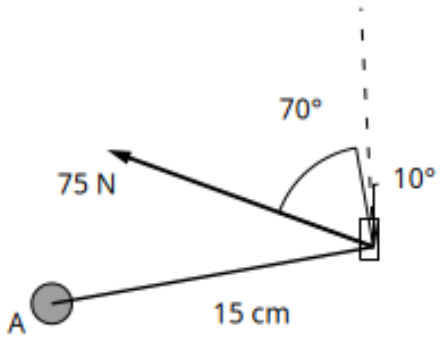
$\vec{a} \times \vec{c} = [-6(6) - 3(5),\ 3(-4) - 2(6),\ 2(5) - (-6)(-4)] = [-51,\ -24,\ -14]$

$\vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{c} = [-63,\ -19,\ 4] - [-51,\ -24,\ -14]$

$\vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{c} = [-12,\ 5,\ 18]$

Section 36 : 5.6 – Moment de force

36) Une pédale de vélo est poussée par une force de 75 N, exercée comme illustré dans le diagramme. La tige de la pédale mesure 15 cm. Trouver la norme du vecteur moment de force, en Newton-mètres, par rapport au point A.



$\lvert\vec{\tau}\rvert = \lvert\vec{r}\rvert\lvert\vec{F}\rvert \sin\theta$

$\lvert\vec{\tau}\rvert = (0.15)(75)\sin(80°)$

$\lvert\vec{\tau}\rvert \cong 11.1\ N \cdot m$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 37 : 5.6 – Travail dans l'espace à trois dimensions

37) Une force de $\vec{F} = [3,\ 5,\ 12]$, en Newtons, est appliquée pour soulever une boîte, avec un déplacement $\vec{s} = [2,\ 1,\ 6]$. Calculer le travail contre la gravité et le comparer au travail dans la direction du déplacement.

Travail contre la gravité : $W = [3,\ 5,\ 12] \cdot [0,\ 0,\ 6] = 3(0) + 5(0) + 12(6)$

$W = 72\ J$

Travail dans la direction du déplacement : $W = [3,\ 5,\ 12] \cdot [2,\ 1,\ 6] = 3(2) + 5(1) + 12(6)$

$W = 83\ J$

Le travail effectué dans la direction du déplacement (83 J) est supérieur au travail effectué contre la gravité seule (72 J), puisqu'une partie de la force agit également dans la direction horizontale du déplacement.

Section 38 : 5.6 – Projection dans l'espace à trois dimensions

38) Déterminer la projection, et sa norme, de $\vec{u} = [3,\ 1,\ 4]$ sur $\vec{v} = [6,\ 2,\ 7]$.

$$|proj_{\vec{v}}\,\vec{u}| = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{3(6) + 1(2) + 4(7)}{\sqrt{6^2 + 2^2 + 7^2}} = \frac{48}{\sqrt{89}}$$

$$proj_{\vec{v}}\,\vec{u} = \frac{48}{\sqrt{89}}\left(\frac{[6,\ 2,\ 7]}{\sqrt{89}}\right) = \frac{48}{89}[6,\ 2,\ 7]$$

$$proj_{\vec{v}}\,\vec{u} = \left[\frac{288}{89},\ \frac{96}{89},\ \frac{336}{89}\right]$$

Section 39 : 5.6 – Produit mixte

39) Étant donné $\vec{a} = [-2,\ 3,\ 5]$, $\vec{b} = [4,\ 0,\ -1]$, et $\vec{c} = [2,\ -2,\ 3]$, évaluer $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$

$\vec{b} \times \vec{c} = [0(3) - (-1)(-2),\ -1(2) - 4(3),\ 4(-2) - 0(2)]$

$\vec{b} \times \vec{c} = [-2,\ -14,\ -8]$

$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = [-2,\ 3,\ 5] \cdot [-2,\ -14,\ -8]$

$= -2(-2) + 3(-14) + 5(-8)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c} = -78$

Section 40 : 5.6 – Volume d'un parallélépipède

40) Trouver le volume du parallélépipède défini par les vecteurs $\vec{u} = [1,\ 4,\ 3]$, $\vec{v} = [2,\ 5,\ 6]$, et $\vec{w} = [1,\ 2,\ 7]$.

$\vec{u} \times \vec{v} = [4(6) - 3(5),\ 3(2) - 1(6),\ 1(5) - 4(2)]$

$\vec{u} \times \vec{v} = [9,\ 0,\ -3]$

$V = |(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}| = |[9,\ 0,\ -3] \cdot [1,\ 2,\ 7]|$

$= |9(1) + 0(2) + (-3)(7)| = |-12|$

$V = 12$ unités^3

Section 41 : 5.6 – Aire d'un triangle à l'aide du produit vectoriel

41) Un triangle a pour sommets $A(-2,\ 1,\ 3)$, $B(7,\ 8,\ -4)$, et $C(5,\ 0,\ 2)$. Déterminer l'aire du triangle ABC.

$\overrightarrow{AB} = [9,\ 7,\ -7]$, $\overrightarrow{AC} = [7,\ -1,\ -1]$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = [7(-1) - (-7)(-1),\ -7(7) - 9(-1),\ 9(-1) - 7(7)]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = [-14, \ -40, \ -58]$

$\text{Aire} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2}\sqrt{(-14)^2 + (-40)^2 + (-58)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{5160}$

$\text{Aire} = \sqrt{1290} \cong 35.9 \ \text{unités}^2$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.