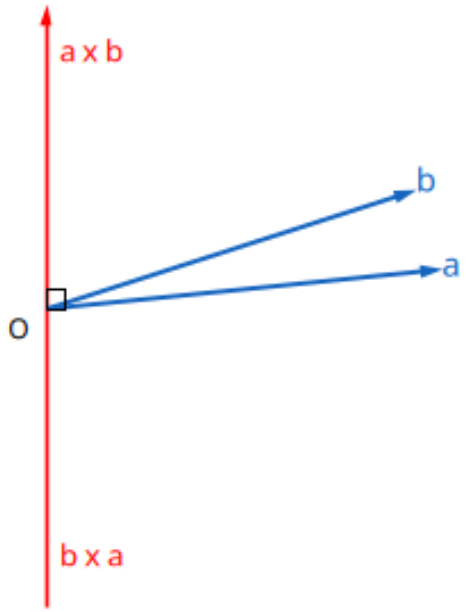
5.5 Leçon sur le produit vectoriel

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

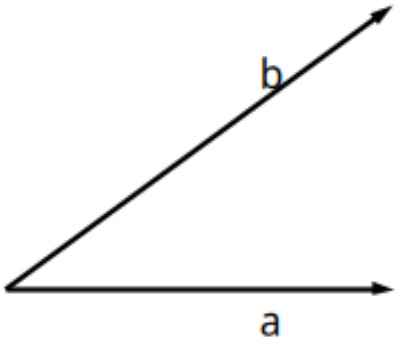
Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Le produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dans $\mathbb{R}^3$ est le vecteur **perpendiculaire** à ces vecteurs tel que les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, et $\vec{a}\times\vec{b}$ forment un système dextrogyre (système orienté positivement).

Pour un système dextrogyre, pointez votre main dans la direction du vecteur $\vec{a}$ et recourbez vos doigts vers le vecteur $\vec{b}$. Votre pouce pointera dans la direction de $\vec{a}\times\vec{b}$. Remarquez que $\vec{a}\times\vec{b}$ et $\vec{b}\times\vec{a}$ pointent dans des directions opposées.



Parfois, la direction du produit vectoriel est définie soit comme « sortant de la page » soit comme « entrant dans la page » :

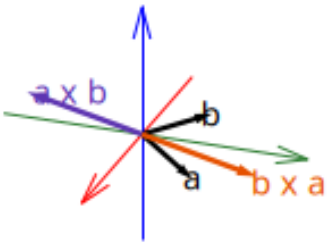


$\vec{a}\times\vec{b}$	$\vec{b}\times\vec{a}$

Visualisation 3D :

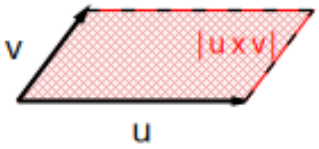
www.geogebra.org/3d/jyqcr3bf

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.



Propriétés du produit vectoriel :

- $\vec{u}\times\vec{v} = -(\vec{v}\times\vec{u})$
- $\vec{u}\times(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\times\vec{v} + \vec{u}\times\vec{w}$
- $(\vec{u}+\vec{v})\times\vec{w} = \vec{u}\times\vec{w} + \vec{v}\times\vec{w}$
- Si $\vec{u}\times\vec{v} = 0$, et que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls, alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
- $k(\vec{u}\times\vec{v}) = (k\vec{u})\times\vec{v} = \vec{u}\times(k\vec{v})$
- $|\vec{u}\times\vec{v}| =$ l'aire du parallélogramme défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$



Partie 2 : Produit vectoriel de vecteurs géométriques

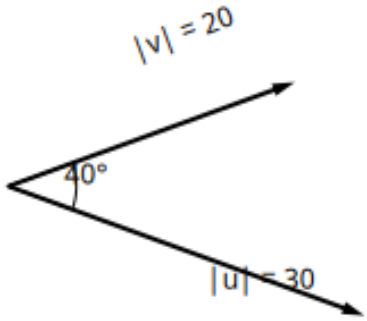
Formule : $\vec{a}\times\vec{b} = (|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta)\hat{n}$

θ est l'angle entre les vecteurs

$\hat{n}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire à la fois à $\vec{a}$ et à $\vec{b}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 1 : Si $|\vec{u}| = 30$, $|\vec{v}| = 20$, l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est 40°, et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dans le plan de la page, déterminer…

a) $\vec{u} \times \vec{v}$ b) $\vec{v} \times \vec{u}$	

Partie 3 : Produit vectoriel de vecteurs algébriques

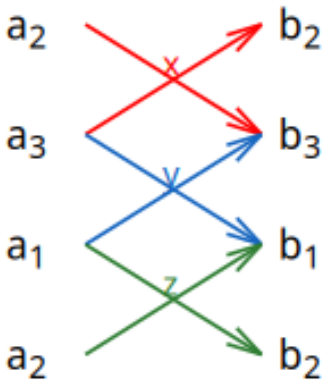
Formule :

Si $\vec{a} = [a_1, a_2, a_3]$ et $\vec{b} = [b_1, b_2, b_3]$

$\vec{a} \times \vec{b} = [a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1]$

$= (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{k}$

Comment s'y prendre :



Exemple 2 : Si $\vec{p} = [-1, 3, 2]$ et $\vec{q} = [2, -5, 6]$, calculer chacune des expressions suivantes :

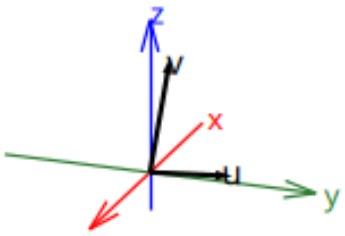
a) $\vec{p} \times \vec{q}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) $\vec{q} \times \vec{p}$

Exemple 3a : Déterminer l'aire du parallélogramme défini par les vecteurs $\vec{u} = [4, 5, 2]$ et $\vec{v} = [3, 2, 7]$.

Exemple 3b : Déterminer l'angle entre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.