4.2 Leçon sur l'addition de vecteurs avec solutions

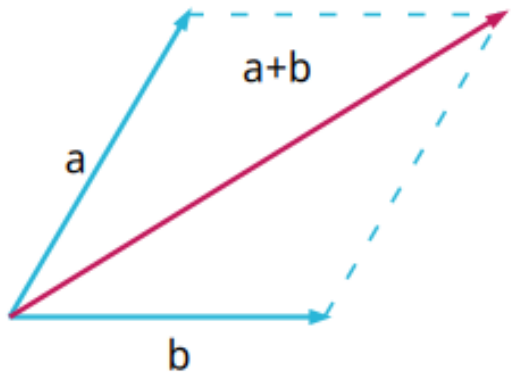
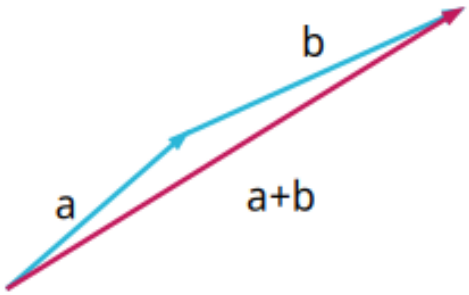
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Addition de vecteurs

Lorsque tu additionnes deux vecteurs ou plus, tu cherches un seul vecteur, appelé la RÉSULTANTE, qui a le même effet que les vecteurs originaux appliqués l'un après l'autre.

Deux méthodes :

Parallélogramme	**Tête-à-queue (triangle)**
Pour déterminer la somme de deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, disposés origine à origine, complète le parallélogramme formé par les deux vecteurs. Leur somme est le vecteur qui forme la diagonale du parallélogramme construit.	La somme des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ peut aussi être trouvée en translatant l'origine du vecteur $\vec{b}$ à l'extrémité du vecteur $\vec{a}$. La résultante est le vecteur allant de l'origine de $\vec{a}$ à l'extrémité de $\vec{b}$.
	

Qu'arrive-t-il si on additionne des vecteurs opposés?

Lorsque deux vecteurs opposés sont additionnés, la résultante est le vecteur nul. Cela signifie que l'effet combiné d'un vecteur et de son opposé est le vecteur nul.

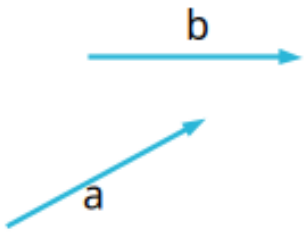


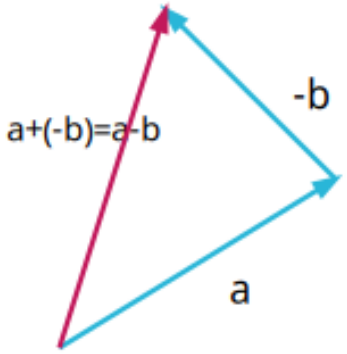
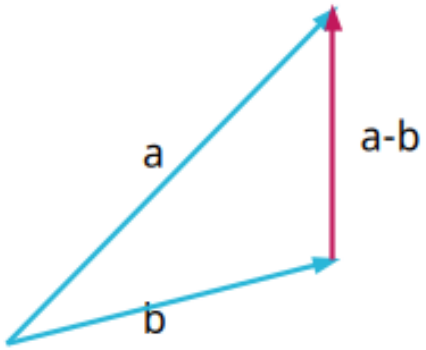
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Partie 2 : Différence de 2 vecteurs

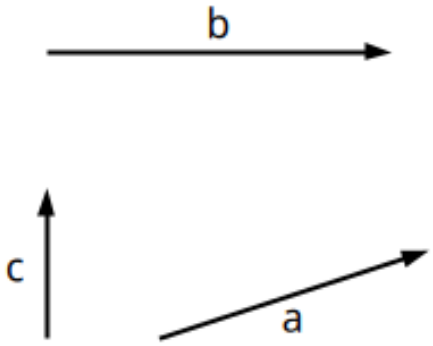
Si tu veux déterminer la différence entre deux vecteurs, $\vec{a} - \vec{b}$, il y a deux options :

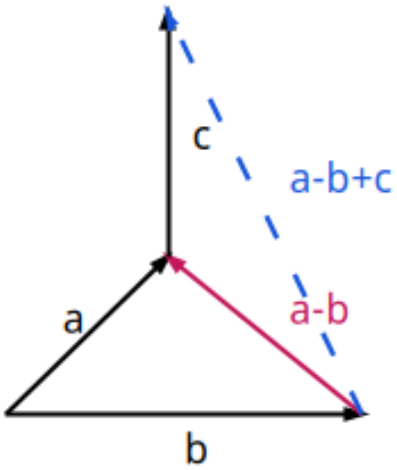


Addition de l'opposé	Origine à origine
La différence entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$ se trouve en additionnant l'opposé du vecteur $\vec{b}$ à $\vec{a}$ à l'aide de la loi du triangle pour l'addition.	Une autre façon de voir $\vec{a} - \vec{b}$ est de disposer les vecteurs origine à origine. Dans ce cas, $\vec{a} - \vec{b}$ est le vecteur qui doit être ajouté à $\vec{b}$ pour obtenir $\vec{a}$
	

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

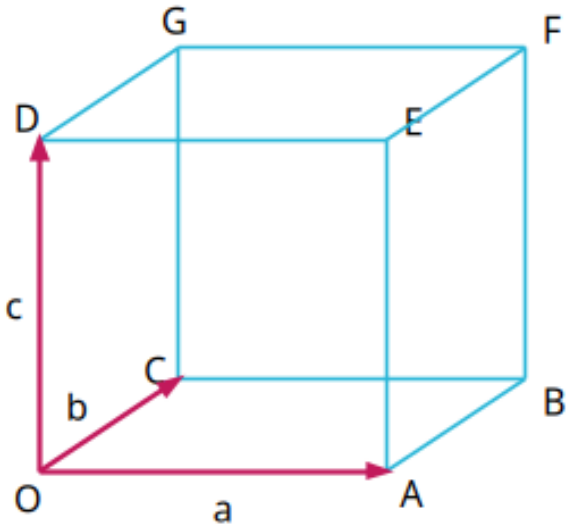
Exemple 1 : Supposons que tu as les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, et $\vec{c}$ montrés ci-dessous. À l'aide de ces trois vecteurs, trace $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$





Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 2 : Dans la boîte rectangulaire montrée ci-dessous, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{b}$, et $\overrightarrow{OD} = \vec{c}$. Exprime chacun des vecteurs suivants en fonction de $\vec{a}$, $\vec{b}$, et $\vec{c}$.



a) $\overrightarrow{BC} = -\vec{a}$

b) $\overrightarrow{GF} = \vec{a}$

c) $\overrightarrow{OB} = \vec{a} + \vec{b}$

d) $\overrightarrow{AC} = \vec{b} - \vec{a}$

e) $\overrightarrow{BG} = \vec{c} + (-\vec{a}) = \vec{c} - \vec{a}$

f) $\overrightarrow{OF} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Partie 3 : Propriétés de l'addition de vecteurs

Propriété commutative	$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
Propriété associative	$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
Propriété d'élément neutre	$\vec{v} + \vec{0} = \vec{v} = \vec{0} + \vec{v}$

Exemple 3 : Simplifie chacune des expressions suivantes

a) $(\vec{u} + \vec{v}) - \vec{u}$

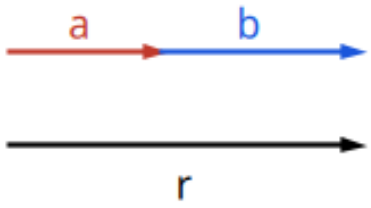
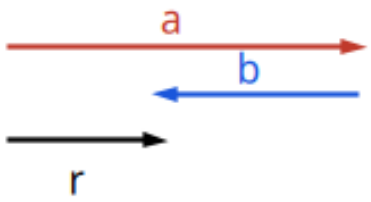
$$\begin{aligned} &= (\vec{v} + \vec{u}) + (-\vec{u}) \\ &= \vec{v} + [\vec{u} + (-\vec{u})] \\ &= \vec{v} + \vec{0} \\ &= \vec{v} \end{aligned}$$

b) $[(\vec{p} + \vec{q}) - \vec{p}] - \vec{q}$

$$\begin{aligned} &= [\vec{q} + (\vec{p} - \vec{p})] - \vec{q} \\ &= (\vec{q} + \vec{0}) - \vec{q} \\ &= \vec{q} - \vec{q} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Partie 4 : Résolution de problèmes d'addition et de soustraction de vecteurs

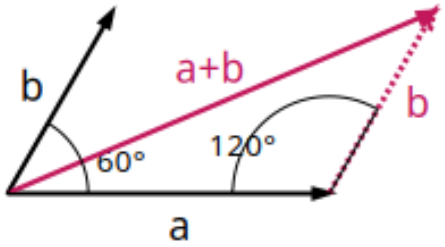
Diagramme	Règle
	Si deux vecteurs agissent dans la même direction, la norme globale est égale à la somme des deux normes individuelles. $\|\vec{r}\| = \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$
	Si deux vecteurs agissent dans des directions opposées, la norme globale est égale à la différence des deux normes individuelles. $\|\vec{r}\| = \|\vec{a}\| - \|\vec{b}\|$

Cependant, les forces n'agissent pas toujours dans la même direction ou dans des directions opposées. Nous aurons donc besoin de trigonométrie pour déterminer la norme des vecteurs résultants.

Règle	Quand l'utiliser	
Théorème de Pythagore $a^2 + b^2 = c^2$	Triangle rectangle On connaît : 2 côtés On veut : le 3e côté	
SOH CAH TOA	Triangle rectangle On connaît : 2 côtés On veut : un angle (utiliser le rapport inverse)	Triangle rectangle On connaît : 1 côté, 1 angle On veut : un côté
Loi des sinus $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	Triangle quelconque (sans angle droit) On connaît : 2 côtés et l'angle opposé On veut : un angle	Triangle quelconque (sans angle droit) On connaît : 1 côté et tous les angles On veut : un côté
Loi des cosinus $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc(\cos A)$ $\cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$	Triangle quelconque On connaît : 2 côtés et l'angle compris On veut : le 3e côté (utiliser la formule du haut)	Triangle quelconque On connaît : les 3 côtés On veut : un angle (utiliser la formule du bas)

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 4 : Étant donné les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ tels que l'angle entre les deux vecteurs est de 60°, $|\vec{a}| = 3$, et $|\vec{b}| = 2$, détermine $|\vec{a} + \vec{b}|$.



Remarque : « l'angle entre les vecteurs » signifie l'angle entre les vecteurs lorsqu'ils sont disposés origine à origine.
Déplace-les tête-à-queue pour déterminer le vecteur résultant.

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(120)$$
$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (3)^2 + (2)^2 - 2(3)(2)\cos(120)$$
$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 13 - 12\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 19$$
$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$$

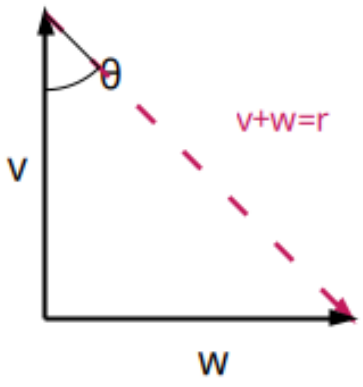
Exemple 5 : Un avion se dirige plein sud à une vitesse de 300 km/h et rencontre un vent provenant de l'ouest à 100 km/h. Quelle est la vitesse résultante de l'avion (par rapport au sol)?

Soit $\vec{v}$ la vitesse de l'avion sans le vent.

Soit $\vec{w}$ la vitesse du vent.

Soit $\vec{r}$ la vitesse résultante de l'avion en tenant compte du vent, par rapport à un point fixe au sol.

Norme de la résultante (vitesse) :	Direction :
$\|\vec{r}\|^2 = \|\vec{v}\|^2 + \|\vec{w}\|^2$ $\|\vec{r}\|^2 = (300)^2 + (100)^2$ $\|\vec{r}\|^2 = 100\,000$ $\|\vec{r}\| \approx 316.23$ km/h	$\tan\theta = \frac{100}{300}$ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ $\theta \approx 18.4°$

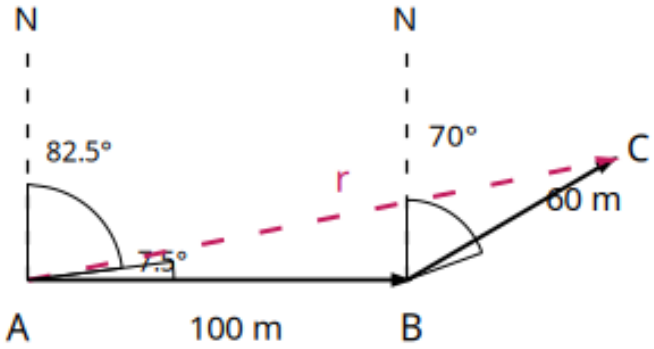


Donc, l'avion se dirige vers $S18.4°E$ à une vitesse de 316.23 km/h.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 6 : Dans une course d'orientation, tu marches 100 m plein est, puis tu marches $N70°E$ sur 60 m. À quelle distance es-tu de ton point de départ, et à quel relèvement?

$$|\vec{r}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 - 2|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos(160)$$
$$|\vec{r}|^2 = (100)^2 + (60)^2 - 2(100)(60)\cos(160)$$
$$|\vec{r}| \approx 157.7 \text{ m}$$



$$\frac{157.7}{\sin 160} = \frac{60}{\sin A}$$
$$\sin A = \frac{60\sin 160}{157.7}$$
$$\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{60\sin 160}{157.7}\right)$$
$$\angle A \approx 7.5°$$

Tu as parcouru environ 157.7 m à un relèvement par quadrant de $N82.5°E$.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.