3.5 Fiche d'exercices sur la dérivation implicite et les dérivées des fonctions logarithmiques avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Pour chaque problème, utilise la dérivation implicite pour trouver $\frac{dy}{dx}$ en termes de x et y.

a) $2x^3 = 2y^2 + 5$

$$6x^2 = 4y\frac{dy}{dx}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{2y}$$

b) $5y^2 = 2x^3 - 5y$

$$10y\frac{dy}{dx} = 6x^2 - 5\frac{dy}{dx}$$
$$10y\frac{dy}{dx} + 5\frac{dy}{dx} = 6x^2$$
$$\frac{dy}{dx}(10y + 5) = 6x^2$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x^2}{10y + 5}$$

c) $5x^3 = -3xy + 2$

$$15x^2 = -3y + \frac{dy}{dx}(-3x)$$
$$\frac{15x^2 + 3y}{-3x} = \frac{dy}{dx}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-5x^2 - y}{x}$$

d) $2x^3 = (3xy + 1)^2$

$$6x^2 = 2(3xy + 1)\left[3y + \frac{dy}{dx}(3x)\right]$$
$$6x^2 = (6xy + 2)\left[3y + \frac{dy}{dx}(3x)\right]$$
$$6x^2 = 18xy^2 + 18x^2y\frac{dy}{dx} + 6y + 6x\frac{dy}{dx}$$
$$6x^2 - 18xy^2 - 6y = \frac{dy}{dx}(18x^2y + 6x)$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 3xy^2 - y}{3x^2y + x}$$

e) $x^3 - 3x^2y + 4xy^2 = 12$

$$3x^2 - 6xy + \frac{dy}{dx}(-3x^2) + 4y^2 + 2y\frac{dy}{dx}(4x) = 0$$
$$\frac{dy}{dx}(8xy - 3x^2) = -3x^2 + 6xy - 4y^2$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3x^2 + 6xy - 4y^2}{8xy - 3x^2}$$

f) $4\sin(2y)\cos x = 2$

$$4\cos(2y)\left(2\frac{dy}{dx}\right)\cos x + (-\sin x)[4\sin(2y)] = 0$$
$$8\cos(2y)\cos x\frac{dy}{dx} = 4\sin x\sin(2y)$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{4\sin x\sin(2y)}{8\cos(2y)\cos x}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x\sin(2y)}{2\cos x\cos(2y)}$$

g) $y^2 = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$

$$2y\frac{dy}{dx} = \frac{2x(x^2 + 4) - 2x(x^2 - 4)}{(x^2 + 4)^2}$$
$$2y\frac{dy}{dx} = \frac{2x(x^2 + 4 - x^2 + 4)}{(x^2 + 4)^2}$$
$$2y\frac{dy}{dx} = \frac{16x}{(x^2 + 4)^2}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{8x}{y(x^2 + 4)^2}$$

2) Trouve l'équation de la droite tangente à $(x + y)^3 = x^3 + y^3$ au point $(-1, 1)$.

Pente :

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$3(x+y)^2\left(1+\frac{dy}{dx}\right) = 3x^2 + 3y^2\frac{dy}{dx}$$
$$3(x^2+2xy+y^2)\left(1+\frac{dy}{dx}\right) = 3x^2 + 3y^2\frac{dy}{dx}$$
$$3x^2 + 6xy + 3y^2 + (3x^2+6xy+3y^2)\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 3y^2\frac{dy}{dx}$$
$$3x^2\frac{dy}{dx} + 6xy\frac{dy}{dx} = -6xy - 3y^2$$
$$\frac{dy}{dx}(3x^2+6xy) = -3y(2x+y)$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3y(2x+y)}{3x(x+2y)}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y(2x+y)}{x(x+2y)}$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\substack{x=-1\\y=1}} = \frac{-1[2(-1)+1]}{-1[-1+2(1)]}$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\substack{x=-1\\y=1}} = \frac{-1(-1)}{-1(1)} = \frac{1}{-1} = -1$$

Équation :

$$y = mx + b$$
$$1 = -1(-1) + b$$
$$b = 0$$

y = -x

3) Dérive chacune des fonctions suivantes par rapport à x.

a) $y = \dfrac{\ln x}{2x+3}$

$$y' = \frac{\frac{1}{x}(2x+3) - 2\ln x}{(2x+3)^2}$$
$$y' = \frac{2x+3-2x\ln x}{x(2x+3)^2}$$

b) $f(x) = e^{x^7}$

$$f'(x) = e^{x^7}(7x^6)$$
$$f'(x) = 7x^6e^{x^7}$$

c) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x^3-x}\right)$

Utilise la règle des logarithmes $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$:

$$f(x) = \ln(x^2+1) - \ln(x^3-x)$$
$$f'(x) = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{3x^2-1}{x^3-x}$$

d) $y = \log_2(4x^2)$

$$y' = \frac{1}{4x^2\ln(2)}(8x)$$
$$y' = \frac{2}{x\ln(2)}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.