3.3 Fiche d'exercices sur les dérivées des fonctions exponentielles avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Détermine la dérivée par rapport à x pour chaque fonction.

a) $g(x) = 4^x$

$$g'(x) = 4^x(\ln 4)$$

b) $f(x) = 11^x$

$$f'(x) = 11^x(\ln 11)$$

c) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$$y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x\left[\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right]$$

d) $N(x) = -3e^x$

$$N'(x) = -3e^x$$

e) $h(x) = e^x$

$$h'(x) = e^x$$

f) $y = \pi^x$

$$y' = \pi^x[\ln(\pi)]$$

2) Trouve les première, deuxième et troisième dérivées de la fonction $f(x) = e^x$

$$f'(x) = f''(x) = f'''(x) = e^x$$

3) Calcule le taux de variation instantané de la fonction $y = 5^x$ lorsque $x = 2$.

$$y' = 5^x[\ln(5)]$$
$$y'(2) = 5^2[\ln(5)]$$
$$y'(2) \cong 40.2$$

4) Détermine la pente du graphique de $y = \frac{1}{2}e^x$ en $x = 4$.

$$y' = \frac{1}{2}e^x$$
$$y'(4) = \frac{1}{2}e^4$$
$$y'(4) \cong 27.3$$

5) Détermine l'équation de la droite tangente à $y = 8^x$ au point de la courbe où $x = \frac{1}{2}$.

Point :

$$y(0.5) = 8^{\frac{1}{2}}$$
$$y(0.5) = 2\sqrt{2}$$
$$(0.5,\ 2\sqrt{2})$$

Pente :

$$y' = 8^x[\ln(8)]$$
$$y'(0.5) = 8^{\frac{1}{2}}[\ln(8)]$$
$$y'(0.5) = 2\sqrt{2}[\ln(8)]$$
$$m = 2\sqrt{2}[\ln(8)]$$

Équation :

$$y = mx + b$$
$$2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ln(8)\left(\frac{1}{2}\right) + b$$
$$2\sqrt{2} = \sqrt{2}\ln(8) + b$$
$$b = 2\sqrt{2} - \sqrt{2}\ln(8)$$
$$b = \sqrt{2}[2 - \ln(8)]$$
$$y = 2\sqrt{2}\ln(8)x + \sqrt{2}[2 - \ln(8)]$$

6) Une infestation de mouches à fruits double chaque jour. Il y a 10 mouches lorsque l'infestation est découverte pour la première fois.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

6) Une infestation de mouches à fruits double chaque jour. Il y a 10 mouches lorsque l'infestation est découverte pour la première fois.

a) Écris une équation qui relie le nombre de mouches au temps.

$$A(t) = 10(2)^t$$

b) Détermine le nombre de mouches présentes après 1 semaine.

$$A(7) = 10(2)^7$$
$$A(7) = 1280 \text{ mouches}$$

c) À quelle vitesse la population de mouches augmente-t-elle après 1 semaine.

$$A'(t) = 10(2)^t \ln(2)$$
$$A'(7) = 10(2)^7 \ln(2)$$
$$A'(7) = 887.2 \text{ mouches/jour}$$

d) Combien de temps faudra-t-il pour que la population de mouches atteigne 500?

$$500 = 10(2)^t$$
$$50 = 2^t$$
$$t = \log_2(50)$$
$$t \cong 5.64 \text{ jours}$$

e) À quelle vitesse la population de mouches augmente-t-elle à ce moment?

$$A'(5.64) = 10(2)^{5.64} \ln(2)$$
$$A'(5.64) \cong 346 \text{ mouches/jour}$$

7) Réfère-toi à la question 6. À quel moment la population de mouches augmente-t-elle à un taux de

i) 20 mouches par jour?

$$20 = 10(2)^t \ln(2)$$
$$\frac{2}{\ln(2)} = 2^t$$
$$\log_2\left(\frac{2}{\ln(2)}\right) = t$$
$$t \cong 1.53 \text{ jours}$$

ii) 2000 mouches par jour?

$$2000 = 10(2)^t \ln(2)$$
$$\frac{200}{\ln(2)} = 2^t$$
$$t = \log_2\left(\frac{200}{\ln(2)}\right)$$
$$t \cong 8.17 \text{ jours}$$

8) Détermine l'équation de la droite perpendiculaire à la droite tangente à la fonction $f(x) = \frac{1}{2}e^x$ au point de la courbe où $x = \ln 3$

Point :

$$f(\ln 3) = \frac{1}{2}e^{\ln 3}$$
$$f(\ln 3) = \frac{1}{2}(3)$$
$$f(\ln 3) = \frac{3}{2}$$
$$(\ln 3,\ 1.5)$$

Pente :

$$f'(x) = \frac{1}{2}e^x$$
$$f'(\ln 3) = \frac{3}{2}$$
$$m = \frac{3}{2}$$
$$\perp m = -\frac{2}{3}$$

Équation :

$$y = mx + b$$
$$\frac{3}{2} = -\frac{2}{3}\ln 3 + b$$
$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\ln 3 = b$$
$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\ln 3$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.