3.7 Révision avant-test de l'unité 3 – Dérivées des fonctions trigonométriques et exponentielles

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Cette révision couvre l'ensemble de l'unité 3 : Dérivées des fonctions trigonométriques et exponentielles, et sert à se préparer pour l'examen de l'unité.

Section 1 : 3.1 - Dérivées du sinus et du cosinus

1) Trouve les dérivées de chacune des fonctions suivantes

a) $y = \cos x$

b) $f(x) = -2\sin x$

c) $y = \cos x - \sin x$

Section 2 : 3.1 - Tangentes aux fonctions trigonométriques

2) Détermine la pente de la fonction $y = 4\sin x$ en $x = \frac{\pi}{3}$.

3) Trouve l'équation de la droite tangente à la courbe $y = 2\sin\theta + 4\cos\theta$ en $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Section 3 : 3.2 - D'autres dérivées du sinus et du cosinus

4) Dérive chacune des fonctions suivantes :

a) $y = -\cos^2 x$

b) $y = \sin(2\theta) - 2\cos(2\theta)$

c) $f(\theta) = -\frac{\pi}{2}\sin(2\theta - \pi)$

d) $f(x) = \sin(\sin x)$

e) $f(x) = \cos(\cos x)$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

f) $f(\theta) = \cos(7\theta) - \cos(5\theta)$

g) $y = 3x\sin x$

h) $f(t) = 2t^2\cos(2t)$

i) $y = \pi t\sin(\pi t - 6)$

j) $y = \cos(\sin\theta) + \sin(\cos\theta)$

k) $f(x) = \cos^2(\sin x)$

l) $f(\theta) = \cos(7\theta) - \cos^2(5\theta)$

m) $y = 3\sin(2x) - 4\cos(2x)$

n) $y = \tan(3x)$

o) $y = \dfrac{1}{2 - \cos x}$

p) $y = x\tan(2x)$

q) $y = [\sin(2x)]e^{3x}$

r) $y = \cos^2(2x)$

Section 4 : 3.2 - Tangentes (pente maximale)

5) Trouve l'équation d'une droite qui est tangente à la courbe $f(x) = 2\cos(3x)$ et dont la pente est maximale.

Section 5 : 3.6 - Applications : signal de tension CA

6) Une tension de l'alimentation dans un circuit couplé CA-CC est donnée par la fonction $V(t) = 130\sin(5t) + 18$, où t est le temps, en secondes, et V est la tension, en volts, au temps t.

a) Trouve les tensions maximale et minimale et les moments où elles se produisent.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) Détermine la période, T, en secondes, la fréquence, f, en hertz, et l'amplitude, A, en volts, pour ce signal.

Section 6 : 3.6 - Applications : mouvement d'un piston

7) Le mouvement d'un piston de moteur peut être modélisé par $h = 4\sin t$ où h est la hauteur du piston, en cm, au-dessus de la position neutre et t est le temps, en secondes.

a) Détermine la vitesse du piston lorsque $t = 5$.

b) Détermine l'accélération du piston lorsque $t = 5$

Section 7 : 3.6 - Applications : pendule

8) Un pendule simple a une longueur de 20 cm et un déplacement horizontal max de 8 cm.

a) Détermine une fonction qui donne la position horizontale du poids en fonction du temps.

b) Détermine une fonction qui donne la vitesse du poids en fonction du temps.

c) Trouve la vitesse max du poids. Quand se produit-elle?

Section 8 : 3.3 - Dérivées des fonctions exponentielles

9) Dérive chaque fonction par rapport à x.

a) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

b) $g(x) = -2e^x$

c) $y = 5^x$

d) $y = 5(2)^x$

e) $y = (52)^{2x}$

f) $y = -2(10)^{3x}$

g) $y = e^{3x^2-2x+1}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

h) $y = (x-1)e^{2x}$

i) $y = 3x + e^{-x}$

j) $y = e^{x}\cos(2x)$

k) $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x} - 2e^{\sin x}$

Section 9 : 3.3 - Tangentes aux fonctions exponentielles

10) Trouve l'équation de la droite tangente à la courbe $y = 2(3)^{x}$ en $x = 1$.

11) Trouve l'équation de la droite tangente à la courbe $y = -3e^{x}$ en $x = \ln 2$.

Section 10 : 3.5 - Tangentes aux fonctions logarithmiques

12) Trouve l'équation de la tangente à $y = x\ln x$ qui est perpendiculaire à $x + 3y - 9 = 0$.

Section 11 : 3.2 - Tangentes aux fonctions trigonométriques

13) Trouve l'équation de la tangente à $y = 2\sin(\pi x)$ lorsque $x = \frac{1}{2}$.

Section 12 : 3.4 - Extremums locaux des fonctions exponentielles

14) Trouve tous les extremums locaux pour $f(x) = x^{2}e^{2x}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

15) Trouve tous les extremums locaux pour $y = \frac{1}{2}x(2)^{3x+1}$

Section 13 : 3.6 - Applications : décroissance radioactive

16) La croissance ou la décroissance continue suit la formule $A = ce^{kt}$, où c est la quantité initiale, et k est un facteur de taux. La masse d'une substance radioactive est de 1000 g au jour 1, et seulement 100 g après 100 jours. Trouve…

a) k

b) la demi-vie

c) la quantité qui reste après 300 jours

d) le taux de décroissance après 50 jours

Section 14 : 3.5 - Dérivation implicite

17) Trouve $\frac{dy}{dx}$ par dérivation implicite

a) $x^2 + y^2 = 36$

b) $x^3 - xy + y^2 = 4$

c) $2\sin x \cos y = 1$

d) $(4 - x)y^2 = x^3$

Section 15 : 3.5 - Dérivation implicite : tangentes

18) Utilise la dérivation implicite pour trouver une équation de la droite tangente à l'ellipse $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ en $(1, 2)$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

19) Trouve la pente de la tangente en $(2,\ 1)$ pour la courbe $y = 2^{x-2y}$

Section 16 : 3.5 - Dérivées des fonctions logarithmiques

20) Dérive par rapport à x

a) $y = \ln x$

b) $y = \log_3 x$

c) $y = 4\log_5(2x - 1)$

Corrigé

1) a) $\frac{dy}{dx} = -\sin x$ b) $f'(x) = -2\cos x$ c) $y' = -\sin x - \cos x$

2) 2

3) $y = -\sqrt{2}\theta + \frac{\sqrt{2}}{4}\pi + 3\sqrt{2}$

4) a) $y' = \sin(2x)$ b) $y' = 2\cos(2\theta) + 4\sin(2\theta)$ c) $f'(\theta) = -\pi\cos(2\theta - \pi)$ d) $f'(x) = [\cos(\sin x)](\cos x)$ e) $f'(x) = [\sin(\cos x)](\sin x)$

f) $f'(\theta) = -7\sin(7\theta) + 5\sin(5\theta)$ **g)** $y' = 3x\cos x + 3\sin x$ **h)** $f'(t) = -4t^2\sin(2t) + 4t\cos(2t)$ **i)** $y' = \pi^2 t[\cos(\pi t - 6)] + \pi\sin(\pi t - 6)$ **j)** $y' = -\sin(\sin\theta)(\cos\theta) - \cos(\cos\theta)(\sin\theta)$ **k)** $f'(x) = -2\cos x[\sin(\sin x)][\cos(\sin x)]$ **l)** $f'(\theta) = -7\sin(7\theta) + 10\cos(5\theta)[\sin(5\theta)]$ **m)** $y' = 6\cos(2x) + 8\sin(2x)$ **n)** $y' = 3\sec^2(3x)$ **o)** $y' = \frac{-\sin x}{(2 - \cos x)^2}$

p) $y' = 2x\sec^2(2x) + \tan(2x)$ **q)** $y' = e^{3x}[3\sin(2x) + 2\cos(2x)]$ **r)** $y' = -4\cos(2x)\sin(2x)$

5) $y = 6x - 3\pi$ (les réponses peuvent varier)

6) a) tension max : 148 V au temps $t = \frac{(4k+1)\pi}{10},\ k \in \mathbb{Z},\ k \geq 0$

tension min : -112 V au temps $t = \frac{(4k+3)\pi}{10},\ k \in \mathbb{Z},\ k \geq 0$

b) période : $T = \frac{2\pi}{5}$ secondes; fréquence : $f = \frac{5}{2\pi}$ Hz; amplitude : $A = 130$ V

7) a) 1,13 cm/s b) 3,8 cm/s^2

8) a) $h(t) = 8\cos(7t)$ b) $v(t) = -56\sin(7t)$ c) vitesse max de 56 cm/s lorsque $t = \frac{3+4k}{14}\pi,\ k \in \mathbb{Z},\ k \geq 0$

9) a) $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ b) $g'(x) = -2e^x$ c) $y' = 5^x\ln(5)$ d) $y' = 5(2)^x\ln(2)$ e) $y' = 2(52)^{2x}\ln(52)$

f) $y = -6(10)^{3x}\ln(10)$ **g)** $y' = (e^{3x^2-2x+1})(6x - 2)$ **h)** $f'(x) = e^{2x}(2x - 1)$ **i)** $y' = 3 - e^{-x}$ **j)** $y' = e^x[-2\sin(2x) + \cos(2x)]$

k) $g'(x) = \left[4\ln\left(\frac{1}{3}\right)\right]\left(\frac{1}{3}\right)^{4x} - (2e^{\sin x})(\cos x)$

10) $y = 6x\ln(3) - 6\ln(3) + 6$

11) $y = -6x + 6\ln(2) - 6$

12) $y = 3x - e^2$

13) $y = 2$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

14) $y' = 2xe^{2x}(1+x)$; minimum en $(0,\ 0)$, maximum en $\left(-1,\ \frac{1}{e^2}\right)$

15) $(-0.48,\ -0.18)$ est un minimum local

16) a) $k \sim -0.023$ b) $t \sim 30$ jours c) $A(300) \cong 1\text{g}$ d) $A'(50) \cong -7.3$ g/jour

17) a) $y' = -\frac{x}{y}$ b) $y' = \frac{y-3x^2}{2y-x}$ c) $y' = \frac{\cos(x)\cos(y)}{\sin(x)\sin(y)}$ d) $y' = \frac{-y^2-3x^2}{(2x-8)y}$

18) $y = -2x+4$

19) $\frac{\ln(2)}{2\ln(2)+1}$

20) a) $y' = \frac{1}{x}$ b) $y' = \frac{1}{x\ln 3}$ c) $y' = \frac{8}{(2x-1)\ln 5}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.