3.4 Leçon sur les règles de dérivation des fonctions exponentielles avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Dérivées des fonctions exponentielles

Règle de chaîne :

Si $h(x) = f(g(x))$

$h'(x) = f'[g(x)] \times g'(x)$

Appliquée aux fonctions exponentielles :

Si $h(x) = b^{g(x)}$

$h'(x) = b^{g(x)} \times \ln b \times g'(x)$

Exemple 1 : Trouve la dérivée de chaque fonction.

a) $y = xe^x$

$$y' = 1e^x + e^x(x)$$
$$y' = e^x(1 + x)$$

b) $y = e^{2x+1}$

$$y' = e^{2x+1}(2)$$
$$y' = 2e^{2x+1}$$

c) $y = e^x - e^{-x}$

$$y' = e^x - e^{-x}(-1)$$
$$y' = e^x + e^{-x}$$

d) $y = 2e^x \cos x$

$$y' = 2[e^x \cos x + (-\sin x)e^x]$$
$$y' = 2e^x(\cos x - \sin x)$$

e) $y = x^2 10^x$

$$y' = 2x(10^x) + 10^x \ln 10(x^2)$$
$$y' = x10^x(2 + x \ln 10)$$

Exemple 2 : Détermine les extremums locaux de la fonction $f(x) = x^2e^x$.

Trouve les nombres critiques :

$$f'(x) = 2xe^x + e^x x^2$$
$$f'(x) = xe^x(2 + x)$$
$$0 = xe^x(2 + x)$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -2$$

Remarque : $e^x \neq 0$

Valeur test pour x	-3	-1	1
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	Croissante	Décroissante	Croissante

Maximum local en $(-2,\ 0.54)$

Minimum local en $(0,\ 0)$

Exemple 3 : L'efficacité de l'étude pour un examen dépend du nombre d'heures d'étude d'un élève. Certaines expériences montrent que si l'efficacité, E, est placée sur une échelle de 0 à 10, alors $E(t) = 0.5\left[10 + te^{-\frac{t}{20}}\right]$, où t est le nombre d'heures consacrées à l'étude pour un examen. Si un élève dispose d'au plus 30 heures pour étudier, combien d'heures sont nécessaires pour une efficacité maximale.

Commence par trouver les nombres critiques :

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$E'(t) = 0.5\left[1e^{-\frac{t}{20}} + e^{-\frac{t}{20}}\left(-\frac{1}{20}\right)t\right]$$
$$E'(t) = 0.5e^{-\frac{t}{20}}\left(1 - \frac{t}{20}\right)$$
$$0 = 0.5e^{-\frac{t}{20}}\left(1 - \frac{t}{20}\right)$$

Remarque : $0.5e^{-\frac{t}{20}} \neq 0$

$$0 = 1 - \frac{t}{20}$$
$$\frac{t}{20} = 1$$
$$t = 20 \text{ heures}$$

Teste les extrémités et le nombre critique :

$$E(0) = 5$$
$$E(20) \cong 8.7$$
$$E(30) \cong 8.3$$

Par conséquent, étudier pendant 20 heures donnera l'efficacité maximale d'étude d'environ 8,7 sur 10.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.