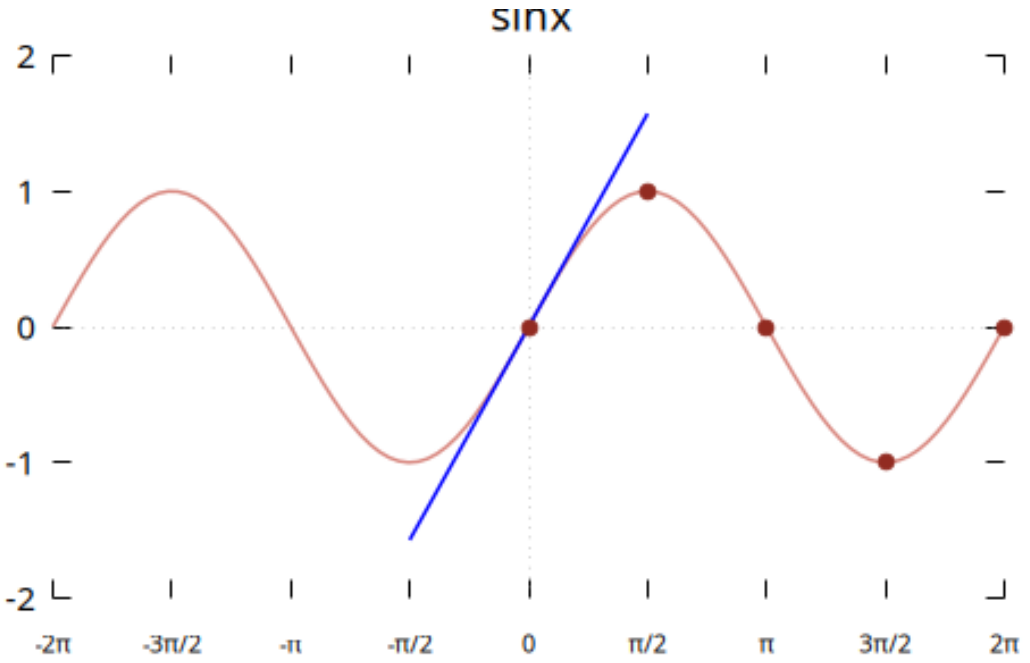
3.1 Leçon sur les dérivées du sinus et du cosinus avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Investigation

Exemple 1 : Trouve la dérivée de $\sin x$



x	$\sin x$	$\frac{d}{dx}\sin x$
0	0	1
$\frac{\pi}{2}$	1	0
π	0	-1
$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
2π	0	1

a) Complète la colonne $\sin x$ du tableau.

Voir le tableau ci-dessus.

b) Estime le taux de variation instantané (pente de la tangente) de $\sin x$ en $x = 0$ à l'aide d'une sécante. Utilise l'intervalle $\left[\frac{0\pi}{100}, \frac{1\pi}{100}\right]$.

$$\left.\frac{d(\sin x)}{dx}\right|_{x=0} \cong \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{100}\right) - \sin(0)}{\frac{\pi}{100} - 0} = \frac{0.0314107591}{0.0314159265} = 0.9998355122 \cong 1$$

c) Complète la colonne du taux de variation instantané.

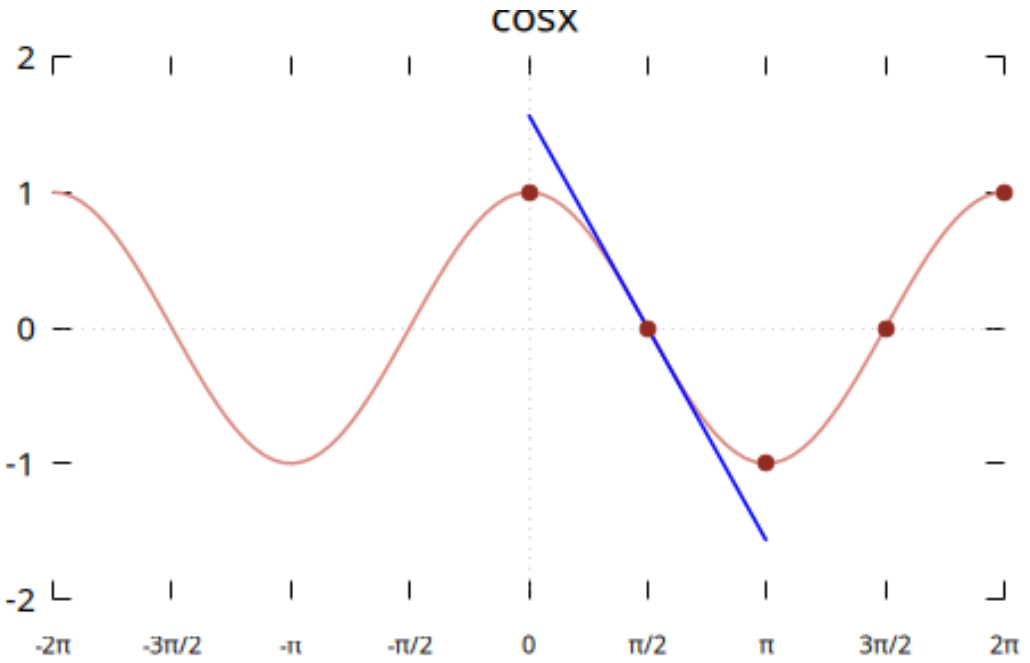
Voir le tableau ci-dessus.

d) Que remarques-tu à propos des valeurs de $\frac{d}{dx}\sin x$? Trace les valeurs et le graphique de la dérivée de $\sin x$. Quelle est la dérivée de $\sin x$?

La dérivée de $\sin x$ est équivalente à $\cos x$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 2 : Répète le processus pour trouver la dérivée de $\cos x$



x	$\cos x$	$\frac{d}{dx}\cos x$
0	1	0
$\frac{\pi}{2}$	0	-1
π	-1	0
$\frac{3\pi}{2}$	0	1
2π	1	0

a) Complète la colonne $\cos x$ du tableau.

Voir le tableau ci-dessus.

b) Estime le taux de variation instantané (pente de la tangente) de $\cos x$ en $x = \frac{\pi}{2}$ à l'aide d'une sécante. Utilise l'intervalle $\left[\frac{50\pi}{100}, \frac{51\pi}{100}\right]$.

$$\left.\frac{d(\cos x)}{dx}\right|_{x=\frac{\pi}{2}} \cong \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\cos\left(\frac{51\pi}{100}\right) - \cos\left(\frac{50\pi}{100}\right)}{\frac{51\pi}{100} - \frac{50\pi}{100}} = \frac{-0.0314107591}{0.0314159265} = -0.9998355122 \cong -1$$

c) Complète la colonne du taux de variation instantané.

Voir le tableau ci-dessus.

d) Que remarques-tu à propos des valeurs de $\frac{d}{dx}\cos x$? Trace les valeurs et le graphique de la dérivée de $\cos x$. Quelle est la dérivée de $\cos x$?

La dérivée de $\cos x$ est la fonction $\sin x$ retournée verticalement. La dérivée de $\cos x$ est donc équivalente à $-\sin x$.

Exemple 3 : Trouve la dérivée de $\tan x$.

$$\begin{aligned} y &= \tan x \\ y &= \frac{\sin x}{\cos x} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{\cos x(\cos x) - (-\sin x)(\sin x)}{\cos^2 x} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{\cos^2 x} \\ \frac{dy}{dx} &= \sec^2 x \end{aligned}$$

Dérivées des fonctions trigonométriques :

- $\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

- $\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$
- $\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$

Partie 2 : Dériver des équations impliquant des fonctions trigonométriques

Les règles de dérivation s'appliquent aux fonctions sinusoïdales. Un rappel de ces règles figure ci-dessous :

Règle	Dérivée
Règle de la puissance Si $f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Règle du multiple constant Si $f(x) = c \cdot g(x)$ où c est une constante	$f'(x) = c \cdot g'(x)$
Règle de la somme Si $h(x) = f(x) + g(x)$	$h'(x) = f'(x) + g'(x)$
Règle de la différence Si $h(x) = f(x) - g(x)$	$h'(x) = f'(x) - g'(x)$
Règle du produit Si $h(x) = f(x)g(x)$	$h'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
Règle du quotient Si $h(x) = f(x) \div g(x)$	$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2}$
Règle de la puissance d'une fonction Si $h(x) = [f(x)]^n$	$h'(x) = n[f(x)]^{n-1} \times f'(x)$
Règle de chaîne Si $h(x) = f[g(x)]$	$h'(x) = f'[g(x)] \times g'(x)$

Exemple 4 : Dérive chacune des fonctions suivantes

a) $y = 2\sin x$

$$\frac{dy}{dx} = 2\frac{d}{dx}\sin x$$
$$\frac{dy}{dx} = 2\cos x$$

b) $f(x) = -3\cos x$

$$f'(x) = -3(-\sin x)$$
$$f'(x) = 3\sin x$$

c) $y = 4\tan x$

$$\frac{dy}{dx} = 4\frac{d}{dx}\tan x$$
$$\frac{dy}{dx} = 4\sec^2 x$$

Exemple 5 : Dérive par rapport à x

a) $y = \sin x + \cos x$

$$\frac{dy}{dx} = \cos x + (-\sin x)$$
$$\frac{dy}{dx} = \cos x - \sin x$$

b) $y = 2\cos x - 4\sin x$

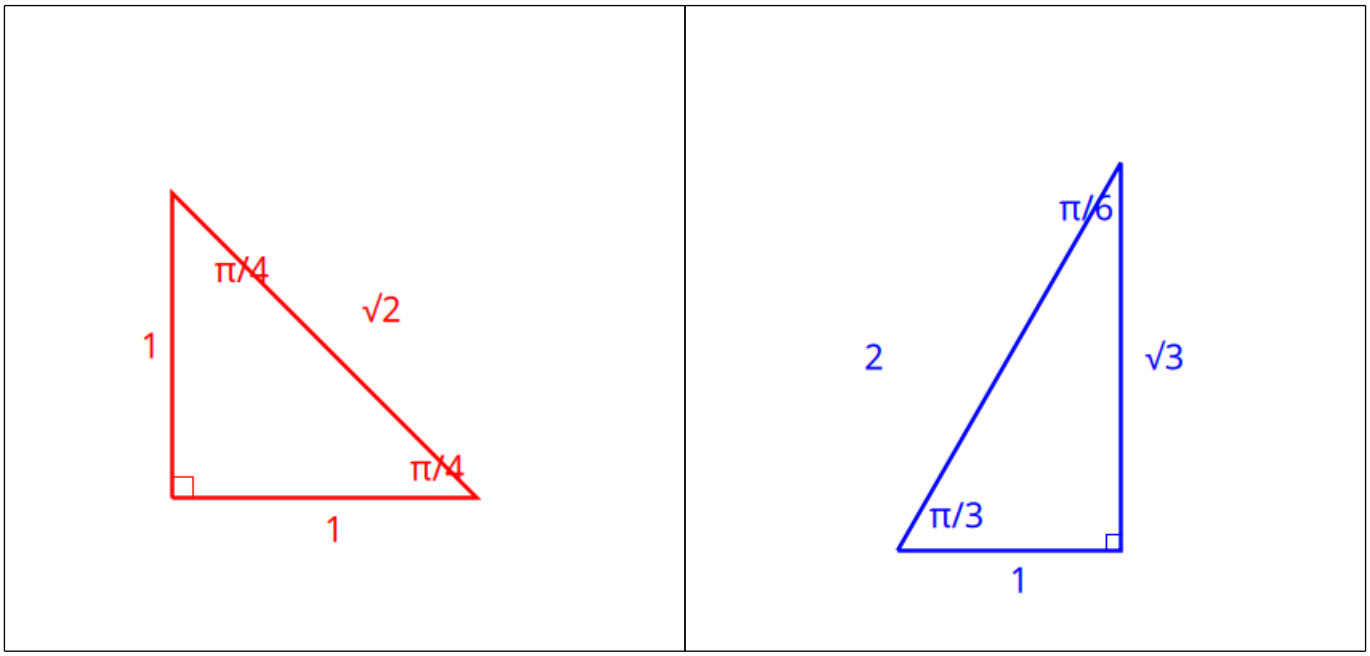
$$\frac{dy}{dx} = 2(-\sin x) - 4\cos x$$
$$\frac{dy}{dx} = -2\sin x - 4\cos x$$

Exemple 6 : Trouve la pente de la tangente au graphique de $f(x) = 3\sin x$ au point où $x = \frac{\pi}{4}$

$$f'(x) = 3\cos x$$
$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$
$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

Rappel : les triangles spéciaux

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.



Exemple 7 : Trouve l'équation de la tangente à la courbe $f(x) = -2\sin x$ au point où $x = \frac{\pi}{6}$.

Pente de la tangente :

$$f'(x) = -2\cos x$$
$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$$
$$m = -\sqrt{3}$$

Point sur la tangente :

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$$
$$\left(\frac{\pi}{6}, -1\right)$$

Équation de la tangente :

$$y = mx + b$$
$$-1 = -\sqrt{3}\left(\frac{\pi}{6}\right) + b$$
$$b = \frac{\sqrt{3}\pi}{6} - 1$$
$$y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}\pi}{6} - 1$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.