2.2 Fiche d'exercices sur les maximums et minimums avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Trouvez les nombres critiques de chaque fonction

a) $f(x) = -x^2 + 6x + 2$

$$f'(x) = -2x + 6$$
$$0 = -2x + 6$$
$$x = 3$$

b) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 3$$
$$0 = 3x^2 - 4x + 3$$
$$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(3)(3) = -20$$

$b^2 - 4ac < 0$, donc aucun nombre critique

c) $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

$$g'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$
$$0 = 6(x^2 - x - 2)$$
$$0 = 6(x-2)(x+1)$$
$$x_1 = -1 \qquad x_2 = 2$$

d) $y = x - \sqrt{x}$

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$
$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$0 = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$\frac{1}{2\sqrt{x}} = 1$$
$$1 = 2\sqrt{x}$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = x$$
$$x = \frac{1}{4}$$

2) Déterminez les valeurs extremums absolues de chaque fonction sur l'intervalle donné.

a) $y = 3x^2 - 12x + 7,\ 0 \le x \le 4$

$$\frac{dy}{dx} = 6x - 12$$
$$0 = 6x - 12$$

$x = 2$ est un nombre critique

$$y(0) = 3(0)^2 - 12(0) + 7 = 7$$
$$y(2) = 3(2)^2 - 12(2) + 7 = -5$$
$$y(4) = 3(4)^2 - 12(4) + 7 = 7$$

Minimum absolu : $(2, -5)$

Maximum absolu : $(0, 7)$ et $(4, 7)$

b) $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2,\ -3 \le x \le 3$

$$g'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$
$$0 = 6(x^2 - x - 2)$$
$$0 = 6(x-2)(x+1)$$

Nombres critiques : $x_1 = 2 \qquad x_2 = -1$

$$g(-3) = 2(-3)^3 - 3(-3)^2 - 12(-3) + 2 = -43$$
$$g(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 12(-1) + 2 = 9$$
$$g(2) = 2(2)^3 - 3(2)^2 - 12(2) + 2 = -18$$
$$g(3) = 2(3)^3 - 3(3)^2 - 12(3) + 2 = -7$$

Minimum absolu : $(-3, -43)$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Maximum absolu : $(-1, 9)$

c) $f(x) = x^3 + x,\ 0 \leq x \leq 10$

$$f'(x) = 3x^2 + 1$$
$$0 = 3x^2 + 1$$

$x = \pm\sqrt{-\frac{1}{3}}$, donc aucun nombre critique

$$f(0) = 0$$
$$f(10) = 10^3 + 10 = 1010$$

Minimum absolu : $(0, 0)$

Maximum absolu : $(10, 1010)$

3) Trouvez et classifiez les points critiques de chaque fonction comme un maximum local, un minimum local, ou ni l'un ni l'autre.

a) $y = 4x - x^2$

$$y' = 4 - 2x$$
$$0 = 4 - 2x$$
$$x = 2$$
$$y(2) = 4(2) - (2)^2 = 4$$

$(2, 4)$ est un point critique

Valeur test		1	3
$f'(x)$		+	−
$f(x)$		croiss.	décroiss.

$(2, 4)$ est un MAXIMUM local

b) $f(x) = (x-1)^4$

$$f'(x) = 4(x-1)^3(1)$$
$$0 = 4(x-1)^3$$
$$0 = (x-1)^3$$
$$x = 1$$
$$f(1) = (1-1)^4 = 0$$

$(1, 0)$ est un point critique

Valeur test		0	2
$f'(x)$		−	+
$f(x)$		décroiss.	croiss.

$(1, 0)$ est un MINIMUM local

c) $g(x) = 2x^3 - 24x + 5$

$$g'(x) = 6x^2 - 24$$
$$0 = 6(x^2 - 4)$$
$$0 = 6(x-2)(x+2)$$
$$x_1 = 2 \qquad x_2 = -2$$
$$g(2) = -27 \qquad g(-2) = 37$$

Points critiques : $(2, -27)$ et $(-2, 37)$

Test	-3		0		3
$f'(x)$	+		−		+
$f(x)$	croiss.		décroiss.		croiss.

$(-2, 37)$ est un MAXIMUM local

$(2, -27)$ est un MINIMUM local

d) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3$

$$\frac{dy}{dx} = x^3 - 2x^2$$
$$0 = x^2(x-2)$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 2$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$y(0) = 0 \qquad y(2) = -\frac{4}{3}$$

Points critiques : $(0,\ 0)$ et $\left(2,\ -\frac{4}{3}\right)$

Valeur test	-1		1		3
$f'(x)$	$-$		$-$		$+$
$f(x)$	décroiss.		décroiss.		croiss.

$(0,\ 0)$ n'est ni l'un ni l'autre; $\left(2,\ -\frac{4}{3}\right)$ est un MINIMUM local

4)a) Trouvez les nombres critiques de $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$
$$0 = 6(x^2 - x - 2)$$
$$0 = 6(x - 2)(x + 1)$$

Nombres critiques : $x_1 = 2 \qquad x_2 = -1$

$$f(2) = -15 \qquad f(-1) = 12$$

Points critiques : $(2,\ -15)$ et $(-1,\ 12)$

b) Trouvez les extremums locaux de $f(x)$.

Test	-2		0		3
$f'(x)$	$+$		$-$		$+$
$f(x)$	croiss.		décroiss.		croiss.

$(-1,\ 12)$ est un MAXIMUM local

$(2,\ -15)$ est un MINIMUM local

c) Trouvez les extremums absolus de $f(x)$ dans l'intervalle $[-2,\ 4]$.

$$f(-2) = 1$$
$$f(-1) = 12$$
$$f(2) = -15$$
$$f(4) = 37$$

MINIMUM absolu : $(2,\ -15)$

MAXIMUM absolu : $(4,\ 37)$

5) Une section de montagnes russes a la forme de $f(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 15$, où x est compris entre -2 et 2.

a) Trouvez tous les extremums locaux et expliquez quelles portions des montagnes russes ils représentent.

$$f'(x) = -3x^2 - 4x + 1$$
$$0 = -3x^2 - 4x + 1$$
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(-3)(1)}}{2(-3)}$$
$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{-6} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$$
$$x_1 \approx -1.55 \qquad x_2 \approx 0.22$$
$$f(-1.55) \approx 12.37 \qquad f(0.22) \approx 15.11$$

Points critiques : $(-1.55,\ 12.37)$ et $(0.22,\ 15.11)$

Test	-2		0		1
$f'(x)$	$-$		$+$		$-$
$f(x)$	décroiss.		croiss.		décroiss.

Les montagnes russes descendent une pente à partir de $x = -2$, atteignent un minimum en $(-1.55,\ 12.37)$, remontent jusqu'à un maximum en $(0.22,\ 15.11)$, puis continuent de descendre jusqu'à $x = 2$.

b) Le point le plus haut de cette section du manège se trouve-t-il au début, à la fin, ou ni l'un ni l'autre?

$$f(-2) = 13$$
$$f(2) = 1$$

Le maximum absolu est en $(0.22,\ 15.11)$; NI au début NI à la fin.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Corrigé

1) a) $x = 3$ b) aucun nombre critique c) $x = -1, 2$ d) $x = \frac{1}{4}$

2) a) maximum absolu en $(0, 7)$ et $(4, 7)$; minimum absolu en $(2, -5)$ b) maximum absolu en $(-1, 9)$; minimum absolu en $(-3, -43)$ c) maximum absolu en $(10, 1010)$; minimum absolu en $(0, 0)$

3) a) $(2, 4)$ est un maximum local b) $(1, 0)$ est un minimum local c) $(-2, 37)$ est un maximum local; $(2, -27)$ est un minimum local d) $(0, 0)$ n'est ni l'un ni l'autre; $\left(2, -\frac{4}{3}\right)$ est un minimum local

4) a) $x = -1, 2$ b) $(-1, 12)$ est un maximum local; $(2, -15)$ est un minimum local c) $(2, -15)$ est le minimum absolu, $(4, 37)$ est le maximum absolu

5) a) Les montagnes russes descendent une pente à partir de $x = -2$, atteignant un minimum local au bas d'une pente en $(-1.55, 12.37)$. Elles remontent ensuite jusqu'à un maximum local au sommet d'une pente en $(0.22, 15.11)$. Elles continuent ensuite de descendre jusqu'à $x = 2$. b) Le point le plus haut est en $(0.22, 15.11)$, ni l'une ni l'autre des extrémités.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.