2.1 Fiche d'exercices sur la croissance et la décroissance avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Utilisez les nombres critiques et le critère de la dérivée première pour déterminer quand la fonction est croissante ou décroissante.

a) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x$$
$$0 = 3x(x+2)$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -2$$

Valeur test	-3	-1	1
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	Croissante	Décroissante	Croissante

Croissante : $x < -2,\ x > 0$

Décroissante : $-2 < x < 0$

b) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 100$

$$f'(x) = 5x^4 - 20x^3$$
$$0 = 5x^3(x-4)$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 4$$

Valeur test	-1	1	5
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	croiss.	décroiss.	croiss.

Croissante : $x < 0,\ x > 4$

Décroissante : $0 < x < 4$

c) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$

$$f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x$$
$$0 = 12x(x^2 + x - 2)$$
$$0 = 12x(x+2)(x-1)$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -2 \qquad x_3 = 1$$

Valeur test	-3	-1	0.5	2
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	décroiss.	croiss.	décroiss.	croiss.

Croissante : $-2 < x < 0,\ x > 1$

Décroissante : $x < -2,\ 0 < x < 1$

d) $f(x) = (2x-1)^2(x^2-9)$

$$f'(x) = 2(2x-1)(2)(x^2-9) + 2x(2x-1)^2$$
$$0 = 2(2x-1)\left[2(x^2-9) + x(2x-1)\right]$$
$$0 = 2(2x-1)(4x^2 - x - 18)$$
$$0 = 2(2x-1)(4x-9)(x+2)$$
$$x_1 = \frac{1}{2} \qquad x_2 = \frac{9}{4} = 2.25 \qquad x_3 = -2$$

Valeur test	-3	0	1	3
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	décroiss.	croiss.	décroiss.	croiss.

Croissante : $-2 < x < 0.5,\ x > 2.25$

Décroissante : $x < -2,\ 0.5 < x < 2.25$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

2) Supposons que $f(x)$ est une fonction dérivable dont la dérivée est donnée. Déterminez les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est croissante et décroissante.

a) $f'(x) = (x-1)(x+2)(x+3)$

$$0 = (x-1)(x+2)(x+3)$$
$$x_1 = 1 \qquad x_2 = -2 \qquad x_3 = -3$$

Valeur test	-4	-2.5	0	2
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	décroiss.	croiss.	décroiss.	croiss.

Croissante : $-3 < x < -2,\ x > 1$

Décroissante : $x < -3,\ -2 < x < 1$

b) $f'(x) = x^2 + 2x - 4$

$$0 = x^2 + 2x - 4$$
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$$

$x_1 \approx 1.24 \qquad x_2 \approx -3.24$

Valeur test	-4	0	2
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	croiss.	décroiss.	croiss.

Croissante : $x < -1 - \sqrt{5},\ x > -1 + \sqrt{5}$

Décroissante : $-1 - \sqrt{5} < x < -1 + \sqrt{5}$

c) $f'(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

$$0 = x^2(x+3) - 4(x+3)$$
$$0 = (x+3)(x^2 - 4)$$
$$0 = (x+3)(x-2)(x+2)$$
$$x_1 = -3 \qquad x_2 = 2 \qquad x_3 = -2$$

Valeur test	-4	-2.5	0	3
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	décroiss.	croiss.	décroiss.	croiss.

Croissante : $-3 < x < -2,\ x > 2$

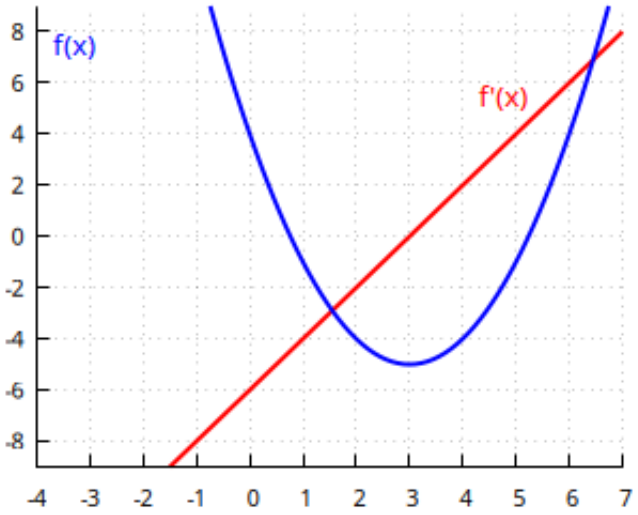
Décroissante : $x < -3,\ -2 < x < 2$

3) Pour chaque graphique de $f'(x)$, indiquez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$. Puis esquissez un graphique possible de $f(x)$.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

3) Pour chaque graphique de $f'(x)$, indiquez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$. Puis esquissez un graphique possible de $f(x)$.

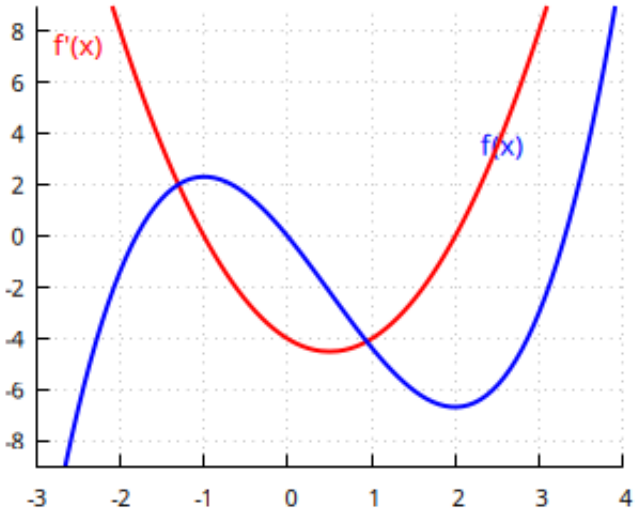
a)



Croissante : $x > 3$

Décroissante : $x < 3$

b)

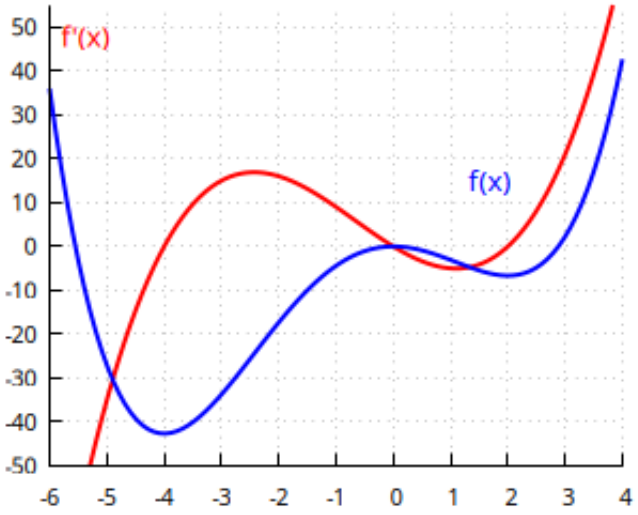


Croissante : $x < -1,\ x > 2$

Décroissante : $-1 < x < 2$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

c)

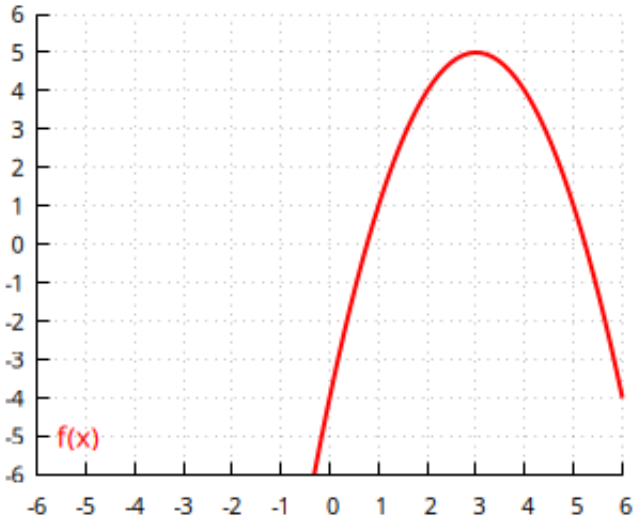


Croissante : $-4 < x < 0,\ x > 2$

Décroissante : $x < -4,\ 0 < x < 2$

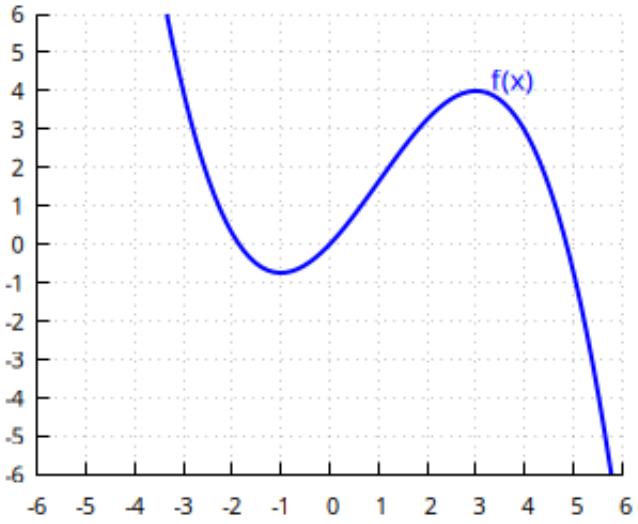
4) Esquissez un graphique continu de $f(x)$ pour chaque ensemble de conditions.

a) $f'(x) > 0$ lorsque $x < 3$, $f'(x) < 0$ lorsque $x > 3$, $f(3) = 5$

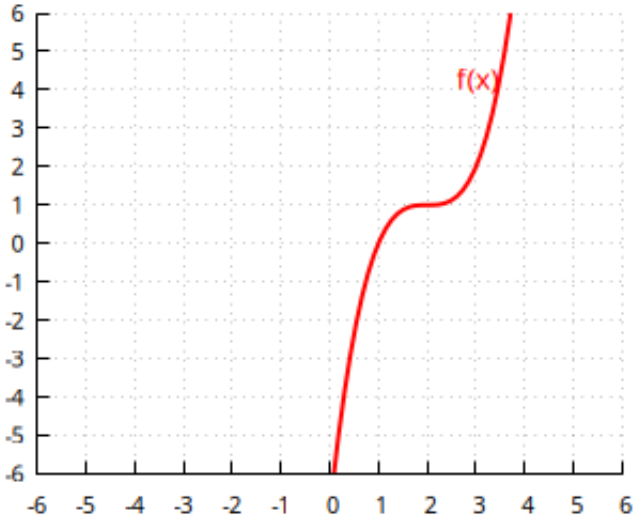


Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) $f'(x) > 0$ lorsque $-1 < x < 3$, $f'(x) < 0$ lorsque $x < -1$ et lorsque $x > 3$, $f(-1) = -\frac{20}{27}$, $f(3) = 4$



c) $f'(x) > 0$ lorsque $x \neq 2$, $f(2) = 1$



Corrigé

1) a) croissante : $x < -2,\ x > 0$; décroissante : $-2 < x < 0$ b) croissante : $x < 0,\ x > 4$; décroissante : $0 < x < 4$ c) croissante : $-2 < x < 0,\ x > 1$; décroissante : $x < -2,\ 0 < x < 1$ d) croissante : $-2 < x < 0.5,\ x > 2.25$; décroissante : $x < -2,\ 0.5 < x < 2.25$

2) a) croissante : $-3 < x < -2,\ x > 1$; décroissante : $x < -3,\ -2 < x < 1$ b) croissante : $x < -1 - \sqrt{5},\ x > -1 + \sqrt{5}$; décroissante : $-1 - \sqrt{5} < x < -1 + \sqrt{5}$ c) croissante : $-3 < x < -2,\ x > 2$; décroissante : $x < -3,\ -2 < x < 2$

3) a) croissante : $x > 3$; décroissante : $x < 3$ b) croissante : $x < -1,\ x > 2$; décroissante : $-1 < x < 2$ c) croissante : $-4 < x < 0,\ x > 2$; décroissante : $x < -4,\ 0 < x < 2$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.