1.6 Fiche d'exercices sur les applications des taux de changement avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) La fonction de demande pour un lecteur DVD est $p(x) = \frac{575}{\sqrt{x}} - 3$, où x est le nombre de lecteurs DVD vendus et p est le prix, en dollars. Déterminez…

a) la fonction de revenu

$$R(x) = x \cdot p(x)$$
$$R(x) = x\left(\frac{575}{\sqrt{x}} - 3\right)$$
$$R(x) = 575\sqrt{x} - 3x$$

b) la fonction de revenu marginal

$$R'(x) = \frac{575}{2\sqrt{x}} - 3$$

c) le revenu marginal lorsque 200 lecteurs DVD sont vendus

$$R'(200) = \frac{575}{2\sqrt{200}} - 3$$
$$R'(200) \cong 17.33 \text{ dollars par lecteur DVD}$$

2) Référez-vous à la question 1. Si le coût, C, en dollars, de production de x lecteurs DVD est $C(x) = 2000 + 150x - 0.002x^2$, déterminez…

a) la fonction de profit

$$P(x) = R(x) - C(x)$$
$$P(x) = 575\sqrt{x} - 3x - \left(2000 + 150x - 0.002x^2\right)$$
$$P(x) = 0.002x^2 - 153x + 575\sqrt{x} - 2000$$

b) la fonction de profit marginal

$$P'(x) = 0.004x - 153 + \frac{575}{2\sqrt{x}}$$

c) le profit marginal pour la vente de 500 lecteurs DVD

$$P'(500) = 0.004(500) - 153 + \frac{575}{2\sqrt{500}}$$
$$P'(500) \cong -138.14 \text{ dollars par lecteur DVD}$$

3) Un magasin de peinture vend 270 pots de peinture par mois à un prix de 32 dollars chacun. Un sondage auprès de la clientèle indique que pour chaque diminution de 1,20 dollar du prix, les ventes augmenteront de six pots de peinture.

a) Déterminez la fonction de demande, ou de prix.

Soit n le nombre de diminutions de 1,20 dollar du prix.

$$x = 270 + 6n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{x - 270}{6}$$
$$p = 32 - 1.20n$$
$$p(x) = 32 - 1.2\left(\frac{x - 270}{6}\right)$$
$$p(x) = 32 - \frac{x - 270}{5} = 32 - \frac{x}{5} + \frac{270}{5}$$
$$p(x) = -0.2x + 86$$

b) Déterminez la fonction de revenu.

$$R(x) = x \cdot p(x)$$
$$R(x) = x(-0.2x + 86)$$
$$R(x) = -0.2x^2 + 86x$$

c) Déterminez la fonction de revenu marginal.

$$R'(x) = -0.4x + 86$$

d) Résolvez $R'(x) = 0$. Interprétez cette valeur pour cette situation.

$$0 = -0.4x + 86$$
$$x = 215$$

Vendre 215 pots par mois maximise le revenu.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

e) Quel prix correspond à la valeur trouvée en d)? Comment le magasin de peinture peut-il utiliser cette information.

$$p(215) = -0.2(215) + 86$$
$$p(215) = 43 \text{ dollars par pot}$$

Facturer 43 dollars par pot maximisera le revenu.

4) Une entreprise de yogourt estime que le revenu provenant de la vente de x contenants de yogourt est $4.5x$. Son coût, C, en dollars, pour produire ce nombre de contenants de yogourt est $C(x) = 0.0001x^2 + 2x + 3200$.

a) Déterminez le coût marginal de production de 4000 contenants de yogourt.

$$C'(x) = 0.0002x + 2$$
$$C'(4000) = 0.0002(4000) + 2$$
$$C'(4000) = 2.80 \text{ dollars par contenant de yogourt}$$

b) Déterminez le profit marginal de la vente de 4000 contenants de yogourt.

$$P(x) = R(x) - C(x)$$
$$P(x) = 4.5x - \left(0.0001x^2 + 2x + 3200\right)$$
$$P(x) = -0.0001x^2 + 2.5x - 3200$$
$$P'(x) = -0.0002x + 2.5$$
$$P'(4000) = -0.0002(4000) + 2.5$$
$$P'(4000) = 1.70 \text{ dollars par contenant de yogourt}$$

c) Quel est le prix de vente d'un contenant de yogourt?

Puisque le revenu est $4.5x$, le prix de vente est de 4,50 dollars par contenant.

5) Le coût, C, en dollars, de production de x spas peut être modélisé par la fonction $C(x) = 3450x - 1.02x^2$, $0 \leq x \leq 1500$.

a) Déterminez le coût marginal à un niveau de production de 750 spas. Expliquez ce que cela signifie pour le fabricant.

$$C'(x) = 3450 - 2.04x$$
$$C'(750) = 3450 - 2.04(750)$$
$$C'(750) = 1920 \text{ dollars par spa}$$

La pente négative de l'équation linéaire montre que le taux de changement du coût diminuera à mesure que la production de spas augmente.

b) Trouvez le coût de production du 751e spa.

$$C(750) = 3450(750) - 1.02(750)^2 = 2\,013\,750$$
$$C(751) = 3450(751) - 1.02(751)^2 = 2\,015\,668.98$$
$$\text{Coût du 751e spa} = C(751) - C(750) = 1918.98 \text{ dollars}$$

c) Comparez et commentez les valeurs trouvées aux parties a) et b).

Le coût marginal de production de x articles est approximativement égal au coût de production d'un article de plus.

d) Chaque spa est vendu 9200 dollars. Écrivez une expression pour modéliser le revenu total de la vente de x spas.

$$R(x) = 9200x$$

e) Déterminez le taux de changement du profit pour la vente de 750 spas.

$$P(x) = 9200x - \left(3450x - 1.02x^2\right)$$
$$P(x) = 5750x + 1.02x^2$$
$$P'(x) = 5750 + 2.04x$$
$$P'(750) = 5750 + 2.04(750)$$
$$P'(750) = 7280 \text{ dollars par spa}$$

6) La masse, en grammes, des premiers x mètres d'un fil peut être modélisée par la fonction $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

a) Déterminez la densité linéique moyenne de la partie du fil de $x = 1$ à $x = 8$.

$$\text{densité linéique moyenne} = \frac{f(8) - f(1)}{8 - 1} = \frac{\sqrt{2(8)-1} - \sqrt{2(1)-1}}{7} = \frac{\sqrt{15} - 1}{7}$$

ou environ 0,41 g/m.

b) Déterminez la densité linéique à $x = 5$ et à $x = 8$, et comparez les densités à ces deux points. Qu'est-ce que ces valeurs confirment au sujet du fil?

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x-1)^{-\frac{1}{2}}(2)$$
$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$f'(5) = \frac{1}{\sqrt{2(5)-1}} = \frac{1}{3} \text{ g/m}$$
$$f'(8) = \frac{1}{\sqrt{2(8)-1}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \cong 0.26 \text{ g/m}$$

La densité diminue à mesure que la longueur du fil augmente. Le matériau est non homogène.

Corrigé

1) a) $R(x) = 575\sqrt{x} - 3x$ b) $R'(x) = \frac{575}{2\sqrt{x}} - 3$ c) 17,33 dollars par lecteur DVD

2) a) $P(x) = 0.002x^2 - 153x + 575\sqrt{x} - 2000$ b) $P'(x) = 0.004x + \frac{575}{2\sqrt{x}} - 153$ c) -138,14 dollars par lecteur DVD

3) a) $p(x) = 86 - 0.2x$ b) $R(x) = 86x - 0.2x^2$ c) $R'(x) = 86 - 0.4x$ d) si 215 pots par mois sont vendus, le revenu est maximal e) facturer 43 dollars par pot maximisera le revenu

4) a) 2,80 dollars par contenant b) 1,70 dollar par contenant c) 4,50 dollars

5) a) 1920 dollars par spa. L'équation montre que le taux de changement du coût de production de x spas diminue pour des valeurs plus grandes de x. b) 1918,98 dollars c) le coût marginal lors de la production de x articles est approximativement égal au coût de production d'un article de plus d) $R(x) = 9200x$ e) 7280 dollars par spa

6) a) 0,41 g/m b) $\frac{1}{3}$ g/m à $x = 5$ et $\frac{1}{\sqrt{15}}$ à $x = 8$. La densité du fil diminue à mesure que la distance augmente.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.