1.2 Fiche d'exercices sur la règle du produit avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Utilisez la règle du produit pour dériver chaque fonction

a) $f(x) = (5x + 2)(8x - 6)$

$$f'(x) = 5(8x - 6) + 8(5x + 2)$$
$$f'(x) = 40x - 30 + 40x + 16$$
$$f'(x) = 80x - 14$$

b) $h(t) = (-t + 4)(2t + 1)$

$$h'(t) = -1(2t + 1) + 2(-t + 4)$$
$$h'(t) = -2t - 1 - 2t + 8$$
$$h'(t) = -4t + 7$$

c) $p(x) = (-2x + 3)(x - 9)$

$$p'(x) = -2(x - 9) + 1(-2x + 3)$$
$$p'(x) = -2x + 18 - 2x + 3$$
$$p'(x) = -4x + 21$$

d) $g(x) = (x^2 + 2)(4x - 5)$

$$g'(x) = 2x(4x - 5) + 4(x^2 + 2)$$
$$g'(x) = 8x^2 - 10x + 4x^2 + 8$$
$$g'(x) = 12x^2 - 10x + 8$$

e) $f(x) = (1 - x)(x^2 - 5)$

$$f'(x) = -1(x^2 - 5) + 2x(1 - x)$$
$$f'(x) = -x^2 + 5 + 2x - 2x^2$$
$$f'(x) = -3x^2 + 2x + 5$$

f) $h(t) = (t^2 + 3)(3t^2 - 7)$

$$h'(t) = 2t(3t^2 - 7) + 6t(t^2 + 3)$$
$$h'(t) = 6t^3 - 14t + 6t^3 + 18t$$
$$h'(t) = 12t^3 + 4t$$

2) Déterminez $f'(-2)$ pour chaque fonction.

a) $f(x) = (x^2 - 2x)(3x + 1)$

$$f'(x) = (2x - 2)(3x + 1) + 3(x^2 - 2x)$$
$$f'(x) = 6x^2 - 4x - 2 + 3x^2 - 6x$$
$$f'(x) = 9x^2 - 10x - 2$$
$$f'(-2) = 9(-2)^2 - 10(-2) - 2$$
$$f'(-2) = 54$$

b) $f(x) = (1 - x^3)(-x^2 + 2)$

$$f'(x) = -3x^2(-x^2 + 2) + (-2x)(1 - x^3)$$
$$f'(x) = 3x^4 - 6x^2 - 2x + 2x^4$$
$$f'(x) = 5x^4 - 6x^2 - 2x$$
$$f'(-2) = 5(-2)^4 - 6(-2)^2 - 2(-2)$$
$$f'(-2) = 60$$

3) Déterminez une équation de la tangente à chaque courbe à la valeur indiquée.

a) $f(x) = (x^2 - 3)(x^2 + 1)$ en $x = -4$

Pente :

$$f'(x) = 2x(x^2 + 1) + 2x(x^2 - 3)$$
$$f'(x) = 2x^3 + 2x + 2x^3 - 6x$$
$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$
$$f'(-4) = 4(-4)^3 - 4(-4)$$
$$f'(-4) = -240$$

$m = -240$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Point :

$$f(-4) = [(-4)^2 - 3][(-4)^2 + 1]$$
$$f(-4) = 221$$

Équation :

$$y = mx + b$$
$$221 = (-240)(-4) + b$$
$$b = -739$$
$$y = -240x - 739$$

b) $h(x) = (x^4 + 4)(2x^2 - 6)$ en $x = -1$

Pente :

$$h'(x) = 4x^3(2x^2 - 6) + 4x(x^4 + 4)$$
$$h'(x) = 8x^5 - 24x^3 + 4x^5 + 16x$$
$$h'(x) = 12x^5 - 24x^3 + 16x$$
$$h'(-1) = 12(-1)^5 - 24(-1)^3 + 16(-1)$$
$$h'(-1) = -4$$

Point :

$$h(-1) = [(-1)^4 + 4][2(-1)^2 - 6]$$
$$h(-1) = -20$$

Équation :

$$y = mx + b$$
$$-20 = -4(-1) + b$$
$$b = -24$$
$$y = -4x - 24$$

4) Déterminez le(s) point(s) sur chaque courbe correspondant à la pente de tangente donnée.

a) $y = (-4x + 3)(x + 3)$, $m = 0$

$$y' = -4(x + 3) + 1(-4x + 3)$$
$$y' = -4x - 12 - 4x + 3$$
$$y' = -8x - 9$$
$$0 = -8x - 9$$
$$x = -\frac{9}{8}$$
$$y\left(-\frac{9}{8}\right) = \left[-4\left(-\frac{9}{8}\right) + 3\right]\left[-\frac{9}{8} + 3\right]$$
$$y\left(-\frac{9}{8}\right) = \frac{225}{16}$$
$$\left(-\frac{9}{8}, \frac{225}{16}\right)$$

b) $y = (x^2 - 2)(2x + 1)$, $m = -2$

$$y' = 2x(2x + 1) + 2(x^2 - 2)$$
$$y' = 4x^2 + 2x + 2x^2 - 4$$
$$y' = 6x^2 + 2x - 4$$
$$-2 = 6x^2 + 2x - 4$$
$$0 = 6x^2 + 2x - 2$$
$$0 = 3x^2 + x - 1$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(3)(-1)}}{2(3)}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$$
$$x_1 \approx 0.43 \qquad x_2 \approx -0.77$$

Point 1 : $y(0.43) \approx -3.38$, donc $(0.43, -3.38)$

Point 2 : $y(-0.77) \approx 0.76$, donc $(-0.77, 0.76)$

5) Dérivez à l'aide de la règle du produit.

a) $y = (5x^2 - x + 1)(x + 2)$

$$\frac{dy}{dx} = (10x - 1)(x + 2) + 1(5x^2 - x + 1)$$
$$\frac{dy}{dx} = 10x^2 + 19x - 2 + 5x^2 - x + 1$$
$$\frac{dy}{dx} = 15x^2 + 18x - 1$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) $y = -x^2(4x-1)(x^3+2x+3)$

Considérons $-x^2(4x-1)$ comme la 1re fonction et x^3+2x+3 comme la 2e fonction.

$$\frac{d}{dx}\left[-x^2(4x-1)\right] = -2x(4x-1)+4(-x^2)$$
$$\frac{d}{dx}\left[-x^2(4x-1)\right] = -8x^2+2x-4x^2$$
$$\frac{d}{dx}\left[-x^2(4x-1)\right] = -12x^2+2x$$
$$\frac{dy}{dx} = (-12x^2+2x)(x^3+2x+3)+(3x^2+2)(-x^2)(4x-1)$$
$$\frac{dy}{dx} = -12x^5-24x^3-36x^2+2x^4+4x^2+6x+(3x^2+2)(-4x^3+x^2)$$
$$\frac{dy}{dx} = -12x^5+2x^4-24x^3-32x^2+6x-12x^5+3x^4-8x^3+2x^2$$
$$\frac{dy}{dx} = -24x^5+5x^4-32x^3-30x^2+6x$$

6) La propriétaire d'un salon de coiffure local prévoit augmenter le prix d'une coupe et brushing. Le tarif actuel est de 30 $ pour ce service, et le salon reçoit en moyenne 550 clients par mois. Un sondage indique que le salon perdra 5 clients pour chaque augmentation de prix de 2,50 $.

a) Écrivez une équation modélisant le revenu mensuel du salon, R, en dollars, en fonction de x, où x représente le nombre d'augmentations de 2,50 $ sur le prix.

$$R(x) = (30+2.5x)(550-5x)$$

b) Utilisez la règle du produit pour déterminer $R'(x)$

$$R'(x) = 2.5(550-5x)+(-5)(30+2.5x)$$
$$R'(x) = 1375-12.5x-150-12.5x$$
$$R'(x) = -25x+1225$$

c) Évaluez $R'(3)$ et interprétez-le dans ce contexte.

$$R'(3) = -25(3)+1225$$
$$R'(3) = 1150$$

À une augmentation de 7,50 $, le taux de variation du revenu est de 1150 $.

d) Résolvez $R'(x) = 0$.

$$0 = -25x+1225$$
$$x = 49$$

e) Expliquez comment la propriétaire peut utiliser le résultat de d).

$$R(49) = [30+2.5(49)][550-5(49)]$$
$$R(49) = (152.50)(305)$$
$$R(49) = 46\,512.50$$

En augmentant le prix de 2,50 $, 49 fois, on obtient un revenu maximal de 46 512,50 $.

Corrigé

1)

a) $f'(x) = 80x-14$
b) $h'(t) = -4t+7$
c) $p'(x) = -4x+21$
d) $g'(x) = 12x^2-10x+8$
e) $f'(x) = -3x^2+2x+5$
f) $h'(t) = 12t^3+4t$

2) a) 54 b) 60

3) a) $y = -240x-739$ b) $y = -4x-24$

4) a) $\left(-\frac{9}{8}, \frac{225}{16}\right)$ b) $(0.43, -3.38)$ et $(-0.77, 0.76)$

5) a) $15x^2+18x-1$ b) $-24x^5+5x^4-32x^3-30x^2+6x$

6) a) $R(x) = (30+2.50x)(550-5x)$ b) $R'(x) = 1225-25x$ c) 1150; c'est le taux de variation du revenu à une augmentation de 7,50 $ d) $x = 49$ e) La propriétaire pourrait maximiser le revenu en faisant 49 augmentations de 2,50 $. Une visite au salon de coiffure coûterait 152,50 $ et générerait un revenu maximal de 46 512,50 $.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.