# 1.7 Révision avant-test de l'unité 1 – Règles de dérivation avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Cette révision couvre l'ensemble de l'unité 1 : Règles de dérivation, et sert à se préparer pour l'examen de l'unité.

## Section 1 : 1.1 - Règles de dérivation de base

**1)** Dérivez chaque fonction.

a) $h(t) = t^3 - 2t^2 + \frac{1}{t^2}$

$$h(t) = t^3 - 2t^2 + t^{-2}$$
$$h'(t) = 3t^2 - 4t - 2t^{-3}$$
$$h'(t) = 3t^2 - 4t - \frac{2}{t^3}$$

b) $p(n) = -n^5 + 5n^3 + \sqrt[3]{n^2}$

$$p(n) = -n^5 + 5n^3 + n^{\frac{2}{3}}$$
$$p'(n) = -5n^4 + 15n^2 + \frac{2}{3}n^{-\frac{1}{3}}$$
$$p'(n) = -5n^4 + 15n^2 + \frac{2}{3\sqrt[3]{n}}$$

c) $p(r) = r^6 - \frac{2}{5\sqrt{r}} + r - 1$

$$p(r) = r^6 - \frac{2}{5}r^{-\frac{1}{2}} + r - 1$$
$$p'(r) = 6r^5 + \frac{1}{5}r^{-\frac{3}{2}} + 1$$
$$p'(r) = 6r^5 + \frac{1}{5\sqrt{r^3}} + 1$$

## Section 2 : 1.2 - La règle du produit

**2)** Dérivez à l'aide de la règle du produit.

a) $f(x) = (5x + 3)(2x - 11)$

$$f'(x) = 5(2x - 11) + 2(5x + 3)$$
$$f'(x) = 10x - 55 + 10x + 6$$
$$f'(x) = 20x - 49$$

b) $h(t) = \left(2t^2 + \sqrt[3]{t}\right)(4t - 5)$

$$h'(t) = \left(4t + \frac{1}{3}t^{-\frac{2}{3}}\right)(4t - 5) + 4\left(2t^2 + t^{\frac{1}{3}}\right)$$
$$h'(t) = 16t^2 - 20t + \frac{4t}{3t^{\frac{2}{3}}} - \frac{5}{3t^{\frac{2}{3}}} + 8t^2 + 4t^{\frac{1}{3}}$$
$$h'(t) = 24t^2 - 20t + \frac{4t^{\frac{1}{3}}}{3} + 4t^{\frac{1}{3}} - \frac{5}{3t^{\frac{2}{3}}}$$
$$h'(t) = 24t^2 - 20t + \frac{16t^{\frac{1}{3}}}{3} - \frac{5}{3t^{\frac{2}{3}}}$$

c) $g(x) = (-1.5x^6 + 1)(3 - 8x)$

$$g'(x) = -9x^5(3 - 8x) + (-8)(-1.5x^6 + 1)$$
$$g'(x) = -27x^5 + 72x^6 + 12x^6 - 8$$
$$g'(x) = 84x^6 - 27x^5 - 8$$

d) $p(n) = (11n + 2)(-5 + 3n^2)$

$$p'(n) = 11(-5 + 3n^2) + 6n(11n + 2)$$
$$p'(n) = -55 + 33n^2 + 66n^2 + 12n$$
$$p'(n) = 99n^2 + 12n - 55$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés. 

**3)** Déterminez une équation de la tangente à la courbe $y = (-3x + 8)(x^3 - 7)$ en $x = 2$.

Pente :

$$\frac{dy}{dx} = -3(x^3 - 7) + 3x^2(-3x + 8)$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = -3\left[(2)^3 - 7\right] + 3(2)^2[-3(2) + 8]$$
$$= -3(1) + 12(2)$$
$$= 21$$

Point :

$$y(2) = [-3(2) + 8]\left[(2)^3 - 7\right] = (2)(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad (2,\ 2)$$

Équation :

$$y = mx + b$$
$$2 = 21(2) + b$$
$$b = -40$$
$$y = 21x - 40$$

**4)** Déterminez $f''(-2)$ pour $f(x) = (4 - x^2)(3x + 1)$

$$f'(x) = -2x(3x + 1) + 3(4 - x^2)$$
$$f'(x) = -6x^2 - 2x + 12 - 3x^2$$
$$f'(x) = -9x^2 - 2x + 12$$
$$f''(x) = -18x - 2$$
$$f''(-2) = -18(-2) - 2$$
$$f''(-2) = 34$$

**5)** Déterminez la première et la deuxième dérivée de chaque fonction.

a) $g(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^4 - 3$

$$g'(x) = 2x^2 + 2x^3$$
$$g''(x) = 4x + 6x^2$$

b) $h(x) = (2x - 3)(3x + 1)$

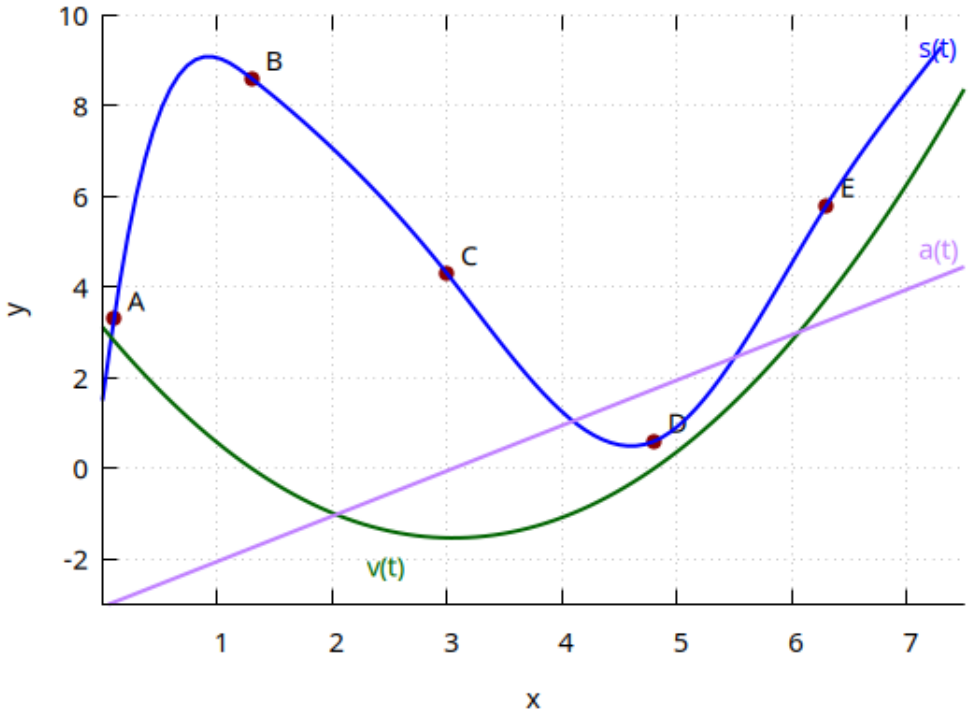
$$h'(x) = 2(3x + 1) + 3(2x - 3)$$
$$h'(x) = 6x + 2 + 6x - 9$$
$$h'(x) = 12x - 7$$
$$h''(x) = 12$$

**Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.** 

## Section 3 : 1.3 - Vitesse, accélération et dérivées secondes

**6)** Pour le graphique distance-temps donné,

a) esquissez la fonction vitesse et la fonction accélération.




b) Complétez le tableau pour déterminer le mouvement de l'objet.

| **Intervalle** | $v(t)$ | $a(t)$ | $v(t) \times a(t)$ | **Pente de** $s(t)$ | **Mouvement de la particule** |
|---|---|---|---|---|---|
| $(A,\ B)$ | $+$ | $-$ | $-$ | Positive et décroissante | Ralentit et avance |
| $(B,\ C)$ | $-$ | $-$ | $+$ | Négative et décroissante | Accélère et recule |
| $(C,\ D)$ | $-$ | $+$ | $-$ | Négative et croissante | Ralentit et recule |
| $(D,\ E)$ | $+$ | $+$ | $+$ | Positive et croissante | Accélère et avance |

**7)** Un missile jouet est lancé dans les airs. Sa hauteur, $h$, en mètres, après $t$ secondes peut être modélisée par la fonction $h(t) = -4.9t^2 + 15t + 0.4,\ t \geq 0$.

a) Déterminez la hauteur du missile jouet à 2 secondes.

$$h(2) = -4.9(2)^2 + 15(2) + 0.4$$
$$h(2) = 10.8 \text{ m}$$

b) Déterminez le taux de changement de la hauteur du missile jouet à 1 s et à 4 s.

$$h'(t) = -9.8t + 15$$
$$h'(1) = -9.8(1) + 15 = 5.2 \text{ m/s}$$
$$h'(4) = -9.8(4) + 15 = -24.2 \text{ m/s}$$

c) Combien de temps faut-il au missile jouet pour retomber au sol?

$$0 = -4.9t^2 + 15t + 0.4$$
$$t = \frac{-15 \pm \sqrt{(15)^2 - 4(-4.9)(0.4)}}{2(-4.9)}$$
$$t \cong 3.088 \text{ s}$$

d) À quelle vitesse le missile jouet se déplaçait-il lorsqu'il a touché le sol?

$$h'(3.088) = -9.8(3.088) + 15$$
$$h'(3.088) \cong -15.26 \text{ m/s}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés. 

## Section 4 : 1.4 - La règle du quotient

**8)** Dérivez à l'aide de la règle du quotient.

a) $y = \dfrac{x-2}{2x+5}$

$$y' = \frac{1(2x+5) - 2(x-2)}{(2x+5)^2}$$
$$y' = \frac{2x+5-2x+4}{(2x+5)^2}$$
$$y' = \frac{9}{(2x+5)^2}$$

b) $y = \dfrac{x^2-4}{2x+5}$

$$y' = \frac{2x(2x+5) - 2(x^2-4)}{(2x+5)^2}$$
$$y' = \frac{4x^2+10x-2x^2+8}{(2x+5)^2}$$
$$y' = \frac{2x^2+10x+8}{(2x+5)^2}$$

**9)** Déterminez la pente de la tangente à $y = \dfrac{3x}{x^2-4x+3}$ en $x = 4$.

$$y' = \frac{3(x^2-4x+3) - (2x-4)(3x)}{(x^2-4x+3)^2}$$
$$y' = \frac{3x^2-12x+9-6x^2+12x}{(x^2-4x+3)^2}$$
$$y' = \frac{-3x^2+9}{(x^2-4x+3)^2}$$
$$y'(4) = \frac{-3(4)^2+9}{\left[(4)^2-4(4)+3\right]^2}$$
$$y'(4) = \frac{-39}{9}$$
$$y'(4) = -\frac{13}{3}$$

## Section 5 : 1.5 - La règle de chaîne

**10)** Dérivez chacune des fonctions suivantes.

a) $f(x) = (3x-2)^2$

$$f'(x) = 2(3x-2)(3)$$
$$f'(x) = 6(3x-2)$$
$$f'(x) = 18x-12$$

b) $y = (3x^2-x)^3$

$$y' = 3(3x^2-x)^2(6x-1)$$
$$y' = 3(6x-1)\left(9x^4-6x^3+x^2\right)$$
$$y' = 162x^5-135x^4+36x^3-3x^2$$

c) $h(x) = \sqrt[3]{3x+5x^4}$

$$h(x) = \left(3x+5x^4\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$h'(x) = \frac{1}{3}\left(3x+5x^4\right)^{-\frac{2}{3}}\left(3+20x^3\right)$$
$$h'(x) = \frac{20x^3+3}{3\left(\sqrt[3]{3x+5x^4}\right)^2}$$

d) $f(x) = (2x-3)^3(3x-1)^2$

$$f'(x) = 3(2x-3)^2(2)(3x-1)^2 + 2(3x-1)(3)(2x-3)^3$$
$$f'(x) = 6(2x-3)^2(3x-1)^2 + 6(3x-1)(2x-3)^3$$
$$f'(x) = 6(2x-3)^2(3x-1)\left[(3x-1)+(2x-3)\right]$$
$$f'(x) = 6(2x-3)^2(3x-1)(5x-4)$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

e) $y = \dfrac{(2x-5)^4}{(x+1)^3}$

$$y' = \frac{4(2x-5)^3(2)(x+1)^3 - 3(x+1)^2(2x-5)^4}{(x+1)^6}$$
$$y' = \frac{(2x-5)^3(x+1)^2[8(x+1) - 3(2x-5)]}{(x+1)^6}$$
$$y' = \frac{(2x-5)^3(2x+23)}{(x+1)^4}$$

f) $y = \dfrac{8x^3}{\sqrt{3x-2}}$

$$y = 8x^3(3x-2)^{-\frac{1}{2}}$$
$$y' = 24x^2(3x-2)^{-\frac{1}{2}} + 8x^3\left(-\frac{1}{2}\right)(3x-2)^{-\frac{3}{2}}(3)$$
$$y' = \frac{24x^2(3x-2) - 12x^3}{(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$y' = \frac{60x^3 - 48x^2}{(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{12x^2(5x-4)}{(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$$

**11)** Trouvez une équation de la tangente en $x = 1$ à la courbe $y = \left(\dfrac{2x}{x+1}\right)^6$.

Point :

$$y(1) = \left[\frac{2(1)}{1+1}\right]^6 = (1)^6 = 1 \quad \Rightarrow \quad (1,\ 1)$$

Pente :

$$y' = 6\left(\frac{2x}{x+1}\right)^5\left[\frac{2(x+1) - 1(2x)}{(x+1)^2}\right]$$
$$y' = 6\left[\frac{32x^5}{(x+1)^5}\right]\left[\frac{2}{(x+1)^2}\right]$$
$$y' = \frac{384x^5}{(x+1)^7}$$
$$y'(1) = \frac{384(1)^5}{(1+1)^7} = 3$$

Équation :

$$y = mx + b$$
$$1 = 3(1) + b$$
$$b = -2$$
$$y = 3x - 2$$

**12)** Trouvez toutes les tangentes à la courbe $y = 4x^3$ dont la pente est 3.

$$y' = 12x^2$$
$$3 = 12x^2$$
$$x = \pm\frac{1}{2}$$

Point 1 : $x = \dfrac{1}{2}$

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$$
$$\frac{1}{2} = 3\left(\frac{1}{2}\right) + b \quad \Rightarrow \quad b = -1$$
$$y = 3x - 1$$

Point 2 : $x = -\dfrac{1}{2}$

$$y\left(-\frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$$
$$-\frac{1}{2} = 3\left(-\frac{1}{2}\right) + b \quad \Rightarrow \quad b = 1$$
$$y = 3x + 1$$

**Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.** 

## Section 6 : 1.3/1.6 - Mouvement et applications des taux de changement

**13)** Supposons qu'une particule se déplace selon la fonction de position en mètres $s(t) = \frac{t^3}{3} - 2t^2 + 3t - 4$.

a) À quels deux instants la particule est-elle stationnaire (arrêtée)? C'est-à-dire, quand la vitesse est-elle nulle.

$$v(t) = s'(t) = t^2 - 4t + 3$$
$$0 = (t-3)(t-1)$$
$$t_1 = 3\text{ s} \qquad t_2 = 1\text{ s}$$

b) Quelle distance la particule parcourt-elle entre les deux instants stationnaires?

$$\begin{aligned}\text{distance} &= s(3) - s(1)\\ &= \left[\frac{3^3}{3} - 2(3)^2 + 3(3) - 4\right] - \left[\frac{1^3}{3} - 2(1)^2 + 3(1) - 4\right]\\ &= -4 - \left(-\frac{8}{3}\right)\\ &= -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

La particule parcourt $\frac{4}{3}$ mètres en reculant.

**14)** Lorsque le prix est de 1,75 dollar chacune, 3000 barres de fruits seront vendues. Si le prix d'une barre de fruits est augmenté à 2,00 dollars, les ventes chuteront à 2500.

a) Déterminez la fonction de demande, ou de prix.

Soit $x$ le nombre vendu, $p$ le prix, et $n$ le nombre d'augmentations de 0,25 dollar à partir de 1,75 dollar.

$$x = 3000 - 500n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{3000 - x}{500} = 6 - 0.002x$$
$$p = 1.75 + 0.25n$$
$$p(x) = 1.75 + 0.25(6 - 0.002x)$$
$$p(x) = 1.75 + 1.5 - 0.0005x$$
$$p(x) = 3.25 - 0.0005x$$

b) Déterminez le revenu marginal pour la vente de 2700 barres.

$$R(x) = x(3.25 - 0.0005x)$$
$$R(x) = 3.25x - 0.0005x^2$$
$$R'(x) = 3.25 - 0.001x$$
$$R'(2700) = 3.25 - 0.001(2700)$$
$$R'(2700) = 0.55 \text{ dollar par barre vendue}$$

c) Le coût des barres est donné par la fonction $C(x) = 30 + 0.25x$. Déterminez le coût marginal de l'achat de 3000 barres.

$$C'(x) = 0.25$$
$$C'(3000) = 0.25 \text{ dollar par barre}$$

d) Déterminez la fonction de profit marginal pour la vente des barres de fruits.

$$P(x) = R(x) - C(x)$$
$$P(x) = 3.25x - 0.0005x^2 - (30 + 0.25x)$$
$$P(x) = -0.0005x^2 + 3x - 30$$
$$P'(x) = -0.001x + 3$$

e) Déterminez le profit marginal pour la vente de 3000 barres.

$$P'(3000) = -0.001(3000) + 3$$
$$P'(3000) = 0 \text{ dollar par barre}$$

**15)** La masse, en grammes, des premiers $x$ mètres d'un fil est représentée par la fonction $f(x) = \sqrt{4x-1}$.

a) Déterminez la densité linéique moyenne d'un segment du fil de $x = 3$ à $x = 7$.

$$\text{densité linéique moyenne} = \frac{f(7) - f(3)}{7 - 3} = \frac{\sqrt{4(7)-1} - \sqrt{4(3)-1}}{4} = \frac{\sqrt{27} - \sqrt{11}}{4}$$
$$\cong 0.470 \text{ g/m}$$

b) Déterminez la densité linéique à $x = 4$ et $x = 10$. Qu'est-ce que ces valeurs confirment au sujet du fil?

$$f'(x) = \frac{1}{2}(4x-1)^{-\frac{1}{2}}(4)$$
$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$$
$$f'(4) = \frac{2}{\sqrt{4(4)-1}} \cong 0.516 \text{ g/m}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés. 

$$f'(10) = \frac{2}{\sqrt{4(10)-1}} \cong 0.320 \text{ g/m}$$

Ces valeurs confirment que le matériau dont est fait le fil n'est pas homogène.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés. 