1.4 Leçon sur la règle du quotient avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

La règle du quotient :

Si $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, alors $h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2}$

Démonstration :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$
$$h(x)g(x) = f(x)$$
$$h'(x)g(x) + g'(x)h(x) = f'(x)$$
$$h'(x) = \frac{f'(x) - g'(x)h(x)}{g(x)}$$
$$h'(x) = \frac{f'(x) - g'(x)\frac{f(x)}{g(x)}}{g(x)}$$
$$h'(x) = \left[\frac{f'(x) - g'(x)\frac{f(x)}{g(x)}}{g(x)}\right]\left[\frac{g(x)}{g(x)}\right]$$
$$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2}$$

Exemple 1 : Trouvez la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{3x-4}{x^2+5}$

$$f'(x) = \frac{3(x^2+5) - 2x(3x-4)}{(x^2+5)^2}$$
$$f'(x) = \frac{3x^2 + 15 - 6x^2 + 8x}{(x^2+5)^2}$$
$$f'(x) = \frac{-3x^2 + 8x + 15}{(x^2+5)^2}$$

b) $g(x) = \frac{6x-5}{x^3+4}$

$$g'(x) = \frac{6(x^3+4) - 3x^2(6x-5)}{(x^3+4)^2}$$
$$g'(x) = \frac{6x^3 + 24 - 18x^3 + 15x^2}{(x^3+4)^2}$$
$$g'(x) = \frac{-12x^3 + 15x^2 + 24}{(x^3+4)^2}$$
$$g'(x) = \frac{-3(4x^3 - 5x^2 - 8)}{(x^3+4)^2}$$

c) $h(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}$

$$h'(x) = \frac{2(\sqrt{x}) - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}(2x+8)}{(\sqrt{x})^2}$$
$$h'(x) = \frac{2\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(2)(x+4)}{x}$$
$$h'(x) = \frac{2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}(x+4)}{x} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$
$$h'(x) = \frac{2x - 1(x+4)}{x\sqrt{x}}$$
$$h'(x) = \frac{x-4}{x^{\frac{3}{2}}}$$

d) $r(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2-1}}$

$$r'(x) = \frac{1(x^2-1)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{1}{2}}(2x)(x+3)}{(\sqrt{x^2-1})^2}$$
$$r'(x) = \frac{(x^2-1)^{-\frac{1}{2}}\left[1(x^2-1)^1 - \frac{1}{2}(2x)(x+3)\right]}{x^2-1}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$r'(x) = \frac{1(x^2-1) - 1(x)(x+3)}{(x^2-1)^{\frac{1}{2}}(x^2-1)^1}$$
$$r'(x) = \frac{x^2 - 1 - x^2 - 3x}{(x^2-1)^{\frac{3}{2}}}$$
$$r'(x) = \frac{-3x-1}{(x^2-1)^{\frac{3}{2}}}$$

Remarque : $\frac{d}{dx}\sqrt{x^2-1}$ *de la partie d) utilise la « règle de chaîne ». Nous l'apprendrons en détail dans la prochaine leçon.*

Exemple 2 : Déterminez une équation de la tangente à la courbe $y = \frac{x^2-3}{5-x}$ en $x = 2$.

Point sur la tangente :

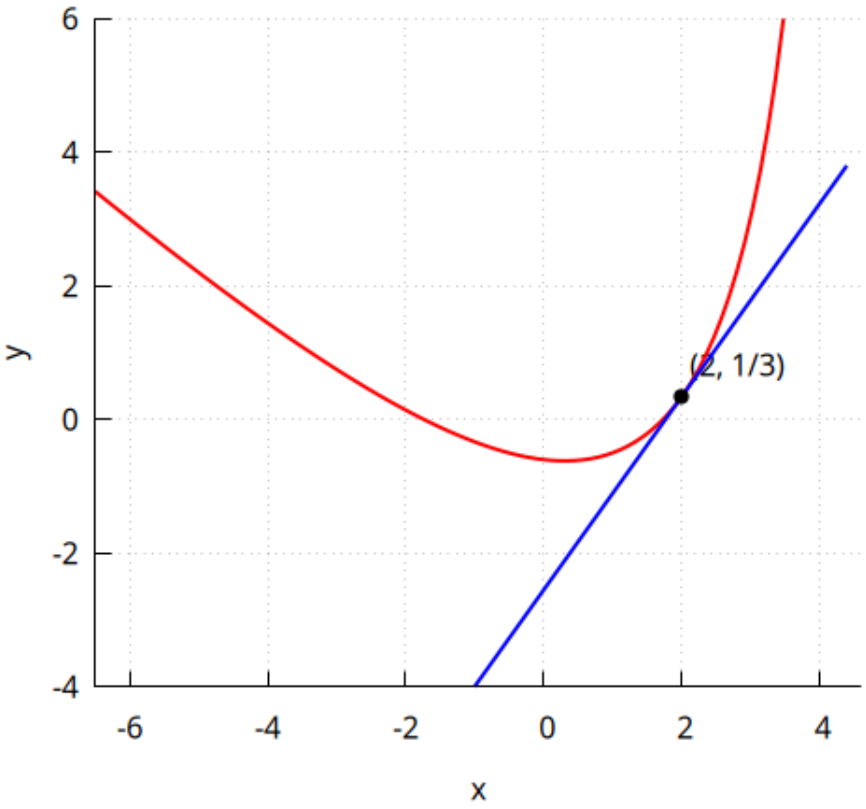
$$y = \frac{2^2-3}{5-2}$$
$$y = \frac{1}{3}$$
$$\left(2, \frac{1}{3}\right)$$

Pente de la tangente :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(2x)(5-x) - (-1)(x^2-3)}{(5-x)^2}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x^2+10x-3}{(5-x)^2}$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \frac{-(2)^2+10(2)-3}{(5-2)^2}$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \frac{13}{9}$$

Équation de la tangente :

$$y = mx + b$$
$$\frac{1}{3} = \frac{13}{9}(2) + b$$
$$\frac{3}{9} - \frac{26}{9} = b$$
$$b = -\frac{23}{9}$$
$$y = \frac{13}{9}x - \frac{23}{9}$$



Exemple 3 : Déterminez les coordonnées de chaque point sur le graphique de $h(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}$ où la tangente est hori-

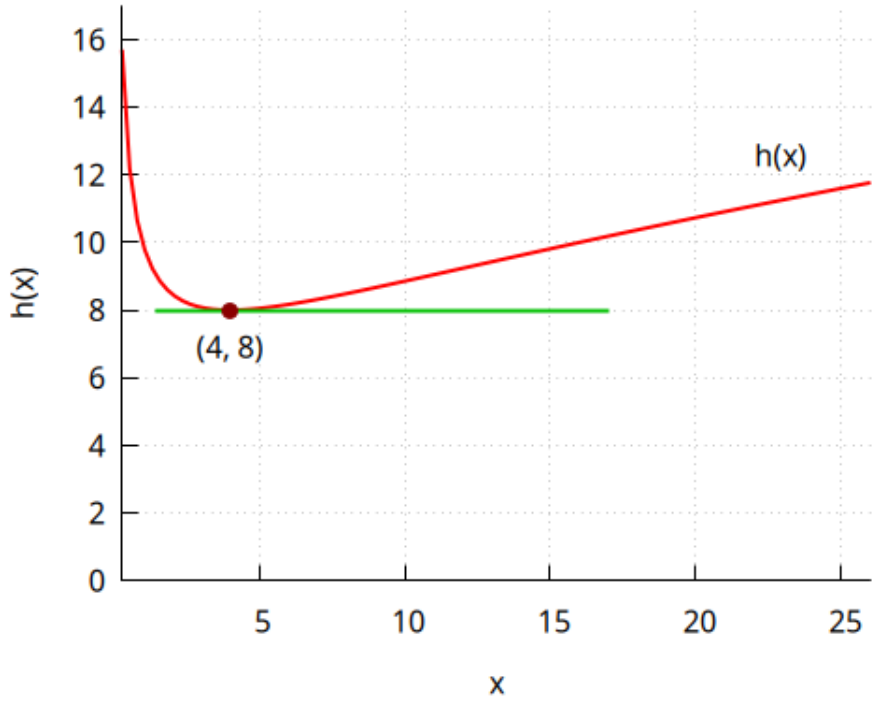
Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

zontale.

La tangente sera horizontale lorsque $h'(x) = 0$

$$h'(x) = \frac{x-4}{x^{\frac{3}{2}}}$$
$$0 = \frac{x-4}{x^{\frac{3}{2}}}$$
$$0 = x - 4$$
$$x = 4$$
$$h(4) = \frac{2(4)+8}{\sqrt{4}}$$
$$h(4) = 8$$

Il y aura une tangente horizontale au point $(4,\ 8)$ sur le graphique de $h(x)$.



Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.