1.3 Leçon sur la vitesse, l'accélération et les dérivées secondes avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Dérivées secondes

La dérivée seconde d'une fonction est obtenue en dérivant la dérivée première de la fonction.

Exemple 1 : Pour la fonction $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$

a) Calculez $f'(x)$

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3$$

b) Quand $f'(x) = 0$?

$$0 = x^2 - 2x - 3$$
$$0 = (x - 3)(x + 1)$$
$$x_1 = 3 \qquad x_2 = -1$$

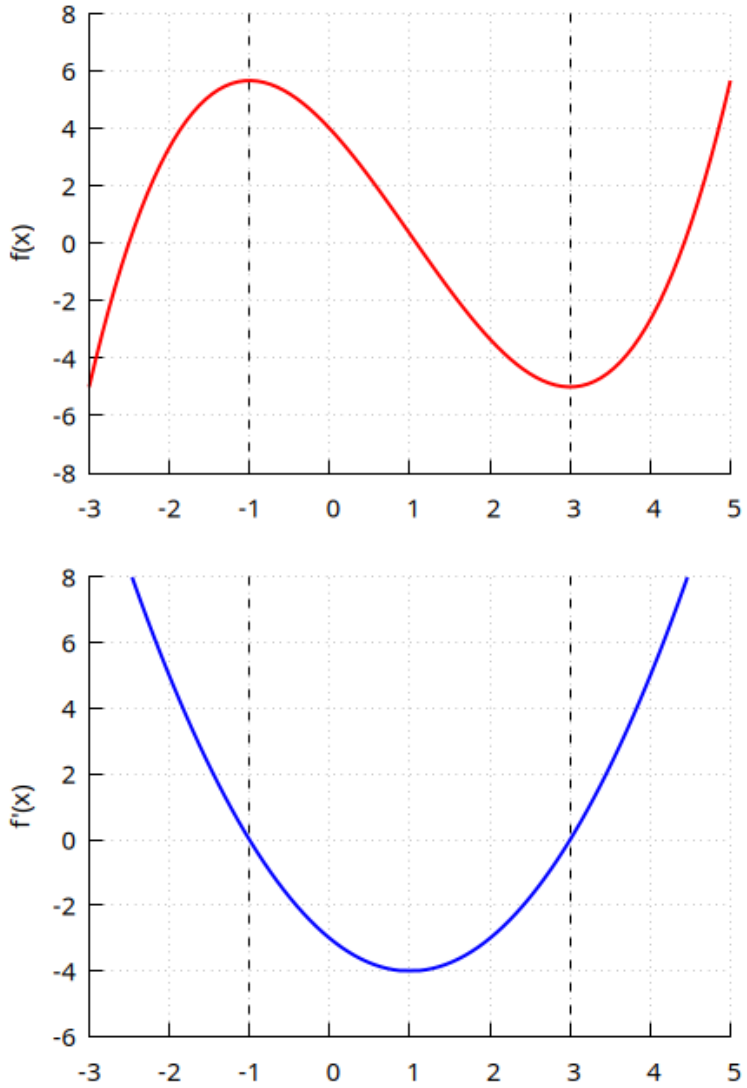
c) Calculez $f''(x)$

$$f''(x) = 2x - 2$$

d) Quand $f''(x) = 0$?

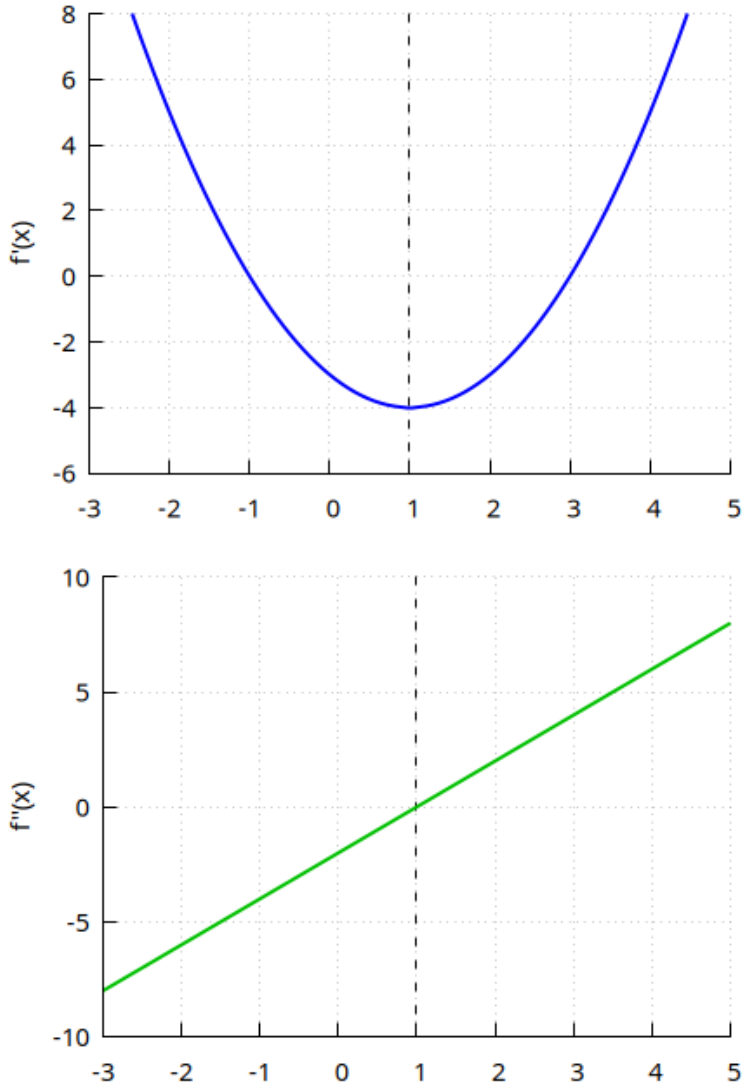
$$0 = 2x - 2$$
$$x = 1$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.



Les valeurs y négatives pour $-1 < x < 3$ sur le graphique de $f'(x)$ correspondent aux pentes tangentes négatives sur le graphique de $f(x)$. Les abscisses à l'origine -1 et 3 sur le graphique de $f'(x)$ correspondent aux points de $f(x)$ où la pente de la tangente est nulle.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.



Les valeurs y négatives pour $x < 1$ sur le graphique de $f''(x)$ correspondent aux pentes tangentes négatives sur le graphique de $f'(x)$. L'abscisse à l'origine 1 sur le graphique de $f''(x)$ correspond au point de $f'(x)$ où la pente de la tangente est nulle.

Partie 2 : Déplacement, vitesse et accélération

	Déplacement (s)	**Vitesse (v)**	**Accélération (a)**
Définition	Distance parcourue par un objet depuis l'origine pendant une période de temps (t)	Taux de variation du déplacement (s) par rapport au temps (t). Vitesse scalaire avec direction.	Taux de variation de la vitesse (v) par rapport au temps (t)
Relation	$s(t)$	$v(t) = s'(t)$	$a(t) = v'(t) = s''(t)$
Unités possibles	m	m/s	m/s^2

Important : la vitesse scalaire et la vitesse sont souvent confondues. La vitesse scalaire est une quantité scalaire. Elle décrit l'ampleur du mouvement, mais pas la direction. La vitesse a à la fois une ampleur et une direction. Le signe indique la direction dans laquelle l'objet se déplace par rapport à l'origine.

Exemple 2 : Un travailleur de la construction échappe accidentellement un marteau d'une hauteur de 90 mètres. La hauteur, s, en mètres, du marteau t secondes après sa chute peut être modélisée par la fonction $s(t) = 90 - 4.9t^2$.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 2 : Un travailleur de la construction échappe accidentellement un marteau d'une hauteur de 90 mètres. La hauteur, s, en mètres, du marteau t secondes après sa chute peut être modélisée par la fonction $s(t) = 90 - 4.9t^2$.

a) Quelle est la vitesse du marteau à 1 s par rapport à 4 s?

$$v(t) = s'(t) = -9.8t$$
$$v(1) = -9.8(1) = -9.8 \text{ m/s}$$
$$v(4) = -9.8(4) = 39.2 \text{ m/s}$$

b) Quand le marteau touche-t-il le sol?

Quand $s(t) = 0$?

$$0 = 90 - 4.9t^2$$
$$4.9t^2 = 90$$
$$t = \pm\sqrt{\frac{90}{4.9}}$$
$$t \cong 4.3 \text{ secondes}$$

c) Quelle est la vitesse du marteau lorsqu'il touche le sol?

$$v(4.3) = -9.8\left(\sqrt{\frac{90}{4.9}}\right) = -42 \text{ m/s}$$

d) Déterminez la fonction d'accélération.

$$a(t) = v'(t) = s''(t) = -9.8 \text{ (accélération due à la gravité)}$$

Accélérer ou ralentir

Un objet **accélère** si le graphique de $s(t)$ a une pente positive qui augmente OU une pente négative qui diminue. Dans ces cas, $v(t) \times a(t) > 0$.

Pente positive qui augmente : $v(t) \times a(t) = + \times + = +$

Pente négative qui diminue : $v(t) \times a(t) = - \times - = +$

Un objet **ralentit** si le graphique de $s(t)$ a une pente positive qui diminue OU une pente négative qui augmente. Dans ces cas, $v(t) \times a(t) < 0$.

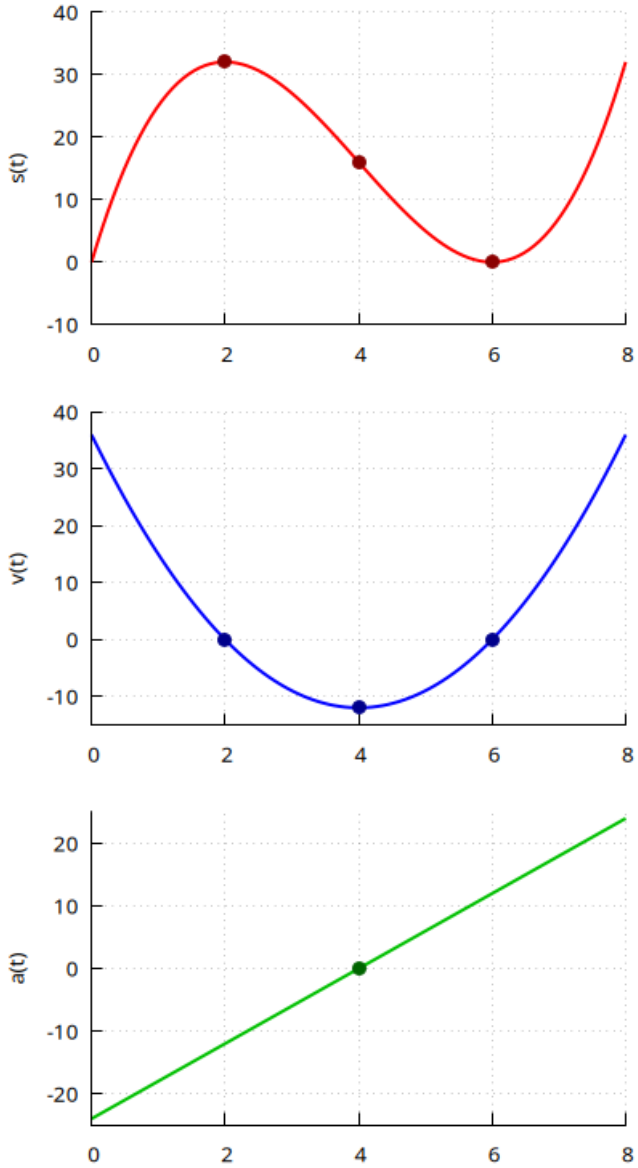
Pente positive qui diminue : $v(t) \times a(t) = + \times - = -$

Pente négative qui augmente : $v(t) \times a(t) = - \times + = -$

Exemple 3 : La position d'une particule se déplaçant le long d'une droite peut être modélisée par la fonction ci-dessous, où t est le temps en secondes et s est le déplacement en mètres. Utilisez les graphiques de $s(t)$, $v(t)$ et $a(t)$ pour déterminer quand la particule accélère et ralentit.

$s(t) = t^3 - 12t^2 + 36t$ $\quad$ $v(t) = 3t^2 - 24t + 36$ $\quad$ $a(t) = 6t - 24$

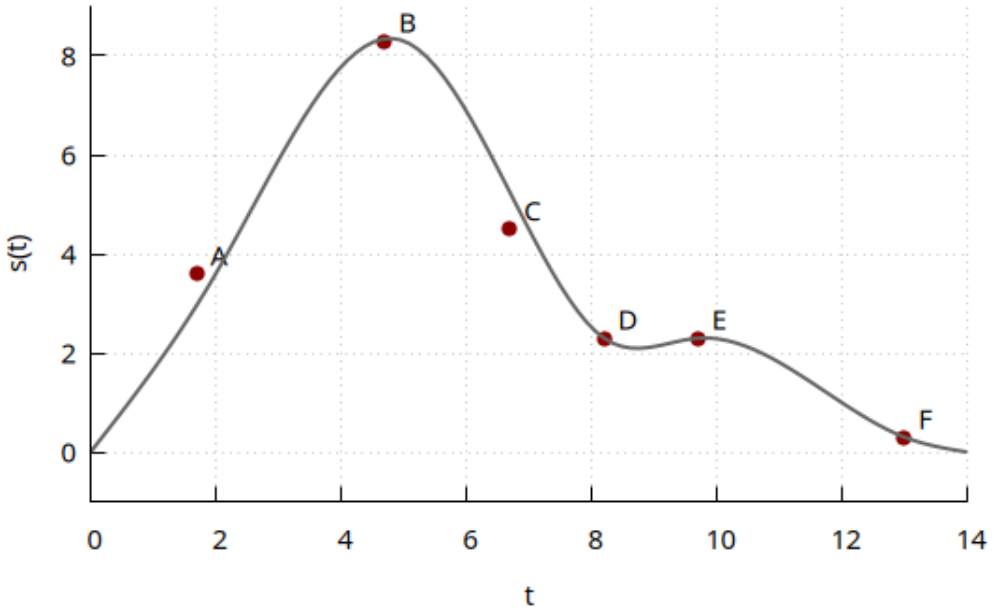
Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.



Intervalle	$v(t)$	$a(t)$	$v(t) \times a(t)$	Pente de $s(t)$	Mouvement de la particule
$(0,\ 2)$	+	−	−	pente positive qui diminue	Ralentit et avance
$(2,\ 4)$	−	−	+	Pente négative qui diminue	Accélère et recule
$(4,\ 6)$	−	+	−	Pente négative qui augmente	Ralentit et recule
$(6,\ 8)$	+	+	+	Pente positive qui augmente	Accélère et avance

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Exemple 4 : À partir du graphique de $s(t)$, déterminez où $v(t)$ et $a(t)$ sont + ou - et utilisez cette information pour indiquer quand la particule accélère et ralentit.



Intervalle	$v(t)$	$a(t)$	$v(t)\times a(t)$	**Pente de** $s(t)$	**Mouvement de la particule**
$(0,\ A)$	+	+	+	Positive et croissante	Accélère et avance
$(A,\ B)$	+	−	−	Positive et décroissante	Ralentit et avance
$(B,\ C)$	−	−	+	Négative et décroissante	Accélère et recule
$(C,\ D)$	−	+	−	Négative et croissante	Ralentit et recule
$(D,\ E)$	0	0	0	0	Immobile
$(E,\ F)$	−	−	+	Négative et décroissante	Accélère et recule

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.