1.2 Leçon sur la règle du produit avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Démonstration de la règle du produit

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x+h) - f(x+h)g(x) + f(x+h)g(x) - f(x)g(x)}{h}$$
$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)[g(x+h) - g(x)] + g(x)[f(x+h) - f(x)]}{h}$$
$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = \left[\lim_{h\to 0} f(x+h)\right]\left[\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h) - g(x)}{h}\right] + \left[\lim_{h\to 0} g(x)\right]\left[\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h) - f(x)}{h}\right]$$
$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$

La règle du produit :

Si $P(x) = f(x)g(x)$, alors $P'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$

« Dérivée du premier fois le deuxième plus dérivée du deuxième fois le premier »

Partie 2 : Appliquer la règle du produit

Exemple 1 : Utilisez la règle du produit pour dériver chaque fonction.

a) $P(x) = (3x - 5)(x^2 + 1)$

$$P'(x) = 3(x^2 + 1) + 2x(3x - 5)$$
$$P'(x) = 3x^2 + 3 + 6x^2 - 10x$$
$$P'(x) = 9x^2 - 10x + 3$$

b) $y = (2x + 3)(1 - x)$

$$\frac{dy}{dx} = 2(1 - x) + (-1)(2x + 3)$$
$$\frac{dy}{dx} = 2 - 2x - 2x - 3$$
$$\frac{dy}{dx} = -4x - 1$$

Exemple 2 : Trouvez $h'(-1)$ où $h(x) = (5x^3 + 7x^2 + 3)(2x^2 + x + 6)$

$$h'(x) = (15x^2 + 14x)(2x^2 + x + 6) + (4x + 1)(5x^3 + 7x^2 + 3)$$
$$h'(-1) = [15(-1)^2 + 14(-1)][2(-1)^2 + (-1) + 6] + [4(-1) + 1][5(-1)^3 + 7(-1)^2 + 3]$$
$$h'(-1) = (1)(7) + (-3)(5)$$
$$h'(-1) = -8$$

Exemple 3 : Trouvez la dérivée de $g(x) = (x - 1)(2x)(x^2 + 3)$

$$g'(x) = (4x - 2)(x^2 + 3) + (2x)(x - 1)(2x)$$
$$g'(x) = 4x^3 + 12x - 2x^2 - 6 + 4x^2(x - 1)$$
$$g'(x) = 4x^3 + 12x - 2x^2 - 6 + 4x^3 - 4x^2$$
$$g'(x) = 8x^3 - 6x^2 + 12x - 6$$

Considérons $(x - 1)(2x)$ comme la 1re fonction

Considérons $x^2 + 3$ comme la 2e fonction

$\frac{d}{dx}1\text{re} = 1(2x) + 2(x - 1) = 4x - 2$

Remarque : Dans l'exemple 3, développer d'abord serait probablement plus facile, mais ce n'est pas toujours le cas, comme avec $h(x) = (2x)\cdot\sqrt{x+1}$

Exemple 4 : Déterminez une équation de la tangente à la courbe $y = (x^2 - 1)(x^2 - 2x + 1)$ en $x = 2$.

Point sur la tangente :

$$y = [2^2 - 1][2^2 - 2(2) + 1]$$
$$y = (3)(1)$$
$$y = 3$$
$$(2,\ 3)$$

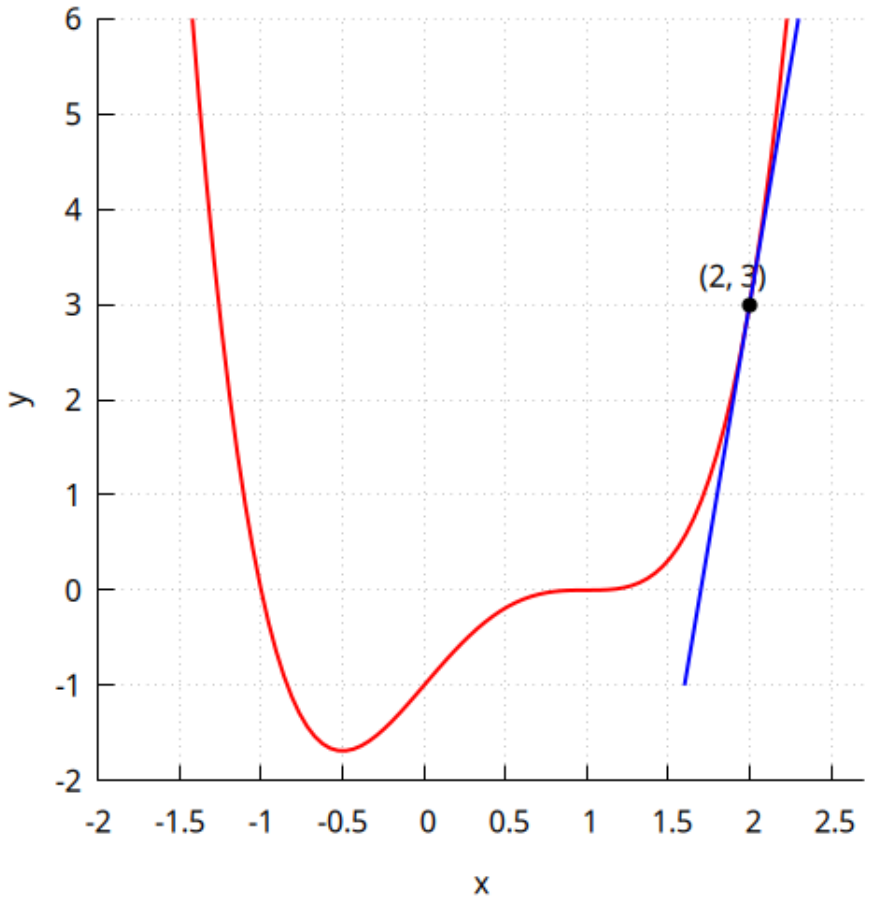
Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Pente de la tangente :

$$\frac{dy}{dx} = 2x(x^2 - 2x + 1) + (2x - 2)(x^2 - 1)$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = 2(2)[2^2 - 2(2) + 1] + [2(2) - 2][2^2 - 1]$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = 4(1) + 2(3)$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = 10$$

Équation de la tangente :

$$y = mx + b$$
$$3 = 10(2) + b$$
$$b = -17$$
$$y = 10x - 17$$



Exemple 5 : Le conseil étudiant organise son voyage annuel pour assister à un concert dans une autre ville. Depuis 3 ans, le coût du voyage est de 140 $ par personne. À ce prix, les 200 places du train étaient toutes occupées. Cette année, le conseil étudiant prévoit augmenter le prix du voyage. Selon un sondage mené auprès des élèves, le conseil estime que pour chaque augmentation de 10 $, cinq élèves de moins assisteront au concert.

a) Écrivez une équation représentant le revenu, R, en dollars, en fonction du nombre d'augmentations de 10 $, n.

$R(n) = (\text{prix})(\text{nombre d'élèves})$

$$R(n) = (140 + 10n)(200 - 5n)$$

b) Déterminez une expression, sous forme simplifiée, pour $\frac{dR}{dn}$ et interprétez-la dans ce contexte.

$$R'(n) = 10(200 - 5n) + (-5)(140 + 10n)$$
$$R'(n) = 2000 - 50n - 700 - 50n$$
$$R'(n) = -100n + 1300$$

c) Déterminez quand $R'(n) = 0$. Quelle information cela donne-t-il au gérant?

$$0 = -100n + 1300$$
$$100n = 1300$$
$$n = 13$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

La pente de la tangente est 0 lorsque $n = 13$. Il y a donc un revenu maximal lorsqu'il y a 13 augmentations de prix.

$$R(13) = [140 + 10(13)][200 - 5(13)]$$
$$R(13) = (270)(135)$$
$$R(13) = 36450$$

Avec 13 augmentations de prix, le gérant vendra 135 billets à 270 $ chacun et réalisera un revenu maximal de 36 450 $.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.