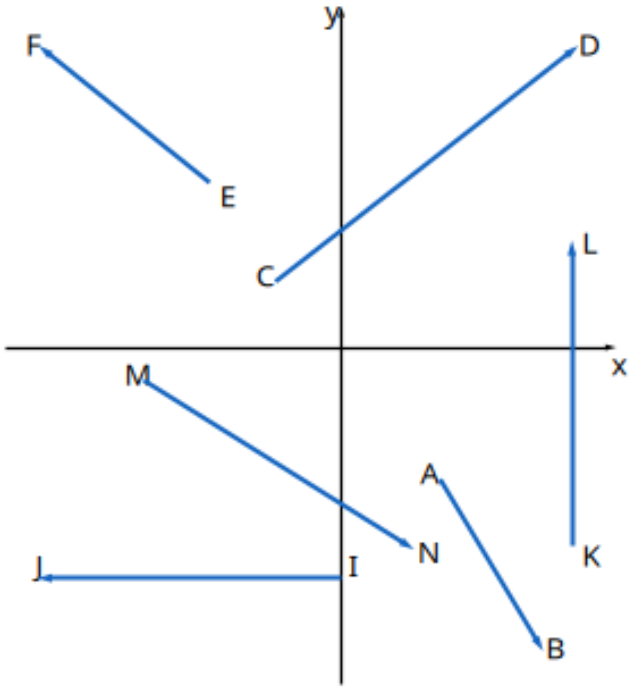
Leçon de révision de l'examen de calcul et vecteurs de douzième année (Unité 5) avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Révision de l'examen de vecteurs – Unité 5 : vecteurs cartésiens

1) Écrire les coordonnées de chaque vecteur cartésien. Déterminer ensuite sa norme.



$\overrightarrow{AB} = [3, \ -5]$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{34}$

$\overrightarrow{CD} = [9, \ 7]$, $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{130}$

$\overrightarrow{EF} = [-5, \ 4]$, $|\overrightarrow{EF}| = \sqrt{41}$

$\overrightarrow{IJ} = [-9, \ 0]$, $|\overrightarrow{IJ}| = 9$

$\overrightarrow{KL} = [0, \ 9]$, $|\overrightarrow{KL}| = 9$

$\overrightarrow{MN} = [8, \ -5]$, $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{89}$

2) Étant donné $\vec{u} = [2, \ -1]$ et $\vec{v} = [5, \ -7]$, évaluer chaque expression.

a) $2\vec{v}$ $2\vec{v} = 2[5, \ -7]$ $2\vec{v} = [10, \ -14]$	**b)** $\vec{u} - \vec{v}$ $\vec{u} - \vec{v} = [2, \ -1] - [5, \ -7]$ $\vec{u} - \vec{v} = [-3, \ 6]$
c) $3\vec{u} + 5\vec{v}$ $3\vec{u} + 5\vec{v} = 3[2, \ -1] + 5[5, \ -7]$ $3\vec{u} + 5\vec{v} = [6, \ -3] + [25, \ -35]$ $3\vec{u} + 5\vec{v} = [31, \ -38]$	**d)** $4\vec{u} - 2\vec{v}$ $4\vec{u} - 2\vec{v} = 4[2, \ -1] - 2[5, \ -7]$ $4\vec{u} - 2\vec{v} = [8, \ -4] - [10, \ -14]$ $4\vec{u} - 2\vec{v} = [-2, \ 10]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

3) Considérer les points $A(2, -7)$, $B(-4, 5)$ et $C(6, 8)$.

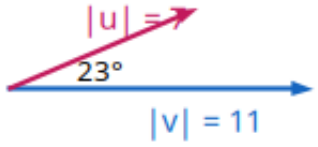
a) Déterminer $\overrightarrow{AC}$	**b)** Déterminer $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$	**c)** Déterminer le périmètre de $\triangle ABC$
$\overrightarrow{AC} = [6-2, 8-(-7)]$ $\overrightarrow{AC} = [4, 15]$	$\overrightarrow{AB} = [-4-2, 5-(-7)] = [-6, 12]$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{(-6)^2+12^2} = 6\sqrt{5}$ unités	$\lvert\overrightarrow{AC}\rvert = \sqrt{4^2+15^2} = \sqrt{241}$ $\overrightarrow{BC} = [10, 3]$, $\lvert\overrightarrow{BC}\rvert = \sqrt{109}$ Périmètre $= 6\sqrt{5}+\sqrt{241}+\sqrt{109} \approx 39.4$ unités

4) Déterminer la valeur de k pour que les vecteurs de chaque paire soient colinéaires.

a) $\vec{u} = [2, k]$, $\vec{v} = [-12, 30]$	**b)** $\vec{u} = [-4, 6]$, $\vec{v} = [30, k]$
S'ils sont colinéaires, $\vec{u} = a\vec{v}$ pour un certain scalaire a : $2 = -12a \Rightarrow a = -\frac{1}{6}$ $k = 30a = 30\left(-\frac{1}{6}\right)$ $k = -5$	S'ils sont colinéaires, $\vec{u} = a\vec{v}$ pour un certain scalaire a : $-4 = 30a \Rightarrow a = -\frac{2}{15}$ $6 = ka \Rightarrow k = \frac{6}{a} = 6\left(-\frac{15}{2}\right)$ $k = -45$

5) Calculer le produit scalaire de chaque paire de vecteurs.

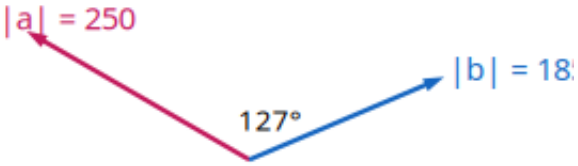
a) $\lvert\vec{u}\rvert = 7$, $\lvert\vec{v}\rvert = 11$, angle entre eux $23°$



$\vec{u}\cdot\vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert\cos\theta = 7(11)\cos(23°)$

$\vec{u}\cdot\vec{v} \approx 70.88$

b) $\lvert\vec{a}\rvert = 250$, $\lvert\vec{b}\rvert = 185$, angle entre eux $127°$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = 250(185)\cos(127°)$

$\vec{a}\cdot\vec{b} \approx -27\,833.94$

c) $\vec{u} = [-8, 9]$ et $\vec{v} = [1, -7]$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (-8)(1)+9(-7)$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = -71$

d) $\vec{u} = -5\hat{\imath}+11\hat{\jmath}$ et $\vec{v} = 7\hat{\imath}-2\hat{\jmath}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (-5)(7)+11(-2)$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = -57$

6) Écrire une force de 250 N appliquée à $60°$ par rapport à l'horizontale sous forme de vecteur cartésien.

$F_x = 250\cos(60°) = 125$

$F_y = 250\sin(60°) = 125\sqrt{3} \approx 216.5$

$\vec{F} = [125, 125\sqrt{3}] \approx [125, 216.5]$

7) Évaluer, étant donné les vecteurs $\vec{u} = [2, -3]$ et $\vec{v} = [3, 1]$.

a) $3\vec{u}+2\vec{v}$	**b)** $\lvert\vec{u}\rvert$	**c)** $\vec{u}\cdot\vec{v}$	**d)** $\lvert\vec{u}+\vec{v}\rvert$
$3\vec{u}+2\vec{v} = [6, -9]+[6, 2]$ $3\vec{u}+2\vec{v} = [12, -7]$	$\lvert\vec{u}\rvert = \sqrt{2^2+(-3)^2} = \sqrt{13}$	$\vec{u}\cdot\vec{v} = 2(3)+(-3)(1)$ $\vec{u}\cdot\vec{v} = 3$	$\vec{u}+\vec{v} = [5, -2]$ $\lvert\vec{u}+\vec{v}\rvert = \sqrt{29}$

8) Calculer l'angle θ entre les vecteurs.

a) $\vec{u} = [-1, 8]$ et $\vec{v} = [3, -5]$	**b)** $\vec{u} = [3, -7]$ et $\vec{v} = [6, -1]$
$\cos\theta = \frac{(-1)(3)+8(-5)}{\sqrt{65}\sqrt{34}}$ $\theta \approx 156.2°$	$\cos\theta = \frac{3(6)+(-7)(-1)}{\sqrt{58}\sqrt{37}}$ $\theta \approx 57.3°$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

9) Déterminer la projection de $\vec{u}$ sur $\vec{v}$.

a) $|\vec{u}| = 95$ et $|\vec{v}| = 275$, et l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est $13°$.

$\text{proj}_{\vec{v}}\vec{u} = |\vec{u}|\cos\theta\,\hat{v} = 95\cos(13°)\,\hat{v}$

$\text{proj}_{\vec{v}}\vec{u} \approx 92.57\,\hat{v}$

b) $\vec{u} = [6,\ -5]$ et $\vec{v} = [7,\ -11]$

$\text{proj}_{\vec{v}}\vec{u} = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\vec{v}\cdot\vec{v}}\vec{v} = \dfrac{6(7)+(-5)(-11)}{7^2+(-11)^2}[7,\ -11]$

$\text{proj}_{\vec{v}}\vec{u} = \dfrac{97}{170}[7,\ -11]$

10) Pour les vecteurs $\vec{c} = [2,\ -7]$ et $\vec{d} = [9,\ 12]$

a) déterminer la norme de la projection de $\vec{c}$ sur $\vec{d}$

$|\text{proj}_{\vec{d}}\vec{c}| = \dfrac{|\vec{c}\cdot\vec{d}|}{|\vec{d}|} = \dfrac{|2(9)+(-7)(12)|}{15}$

$|\text{proj}_{\vec{d}}\vec{c}| = \dfrac{66}{15} = 4.4$

b) déterminer le vecteur projection de $\vec{c}$ sur $\vec{d}$

$\text{proj}_{\vec{d}}\vec{c} = \dfrac{\vec{c}\cdot\vec{d}}{\vec{d}\cdot\vec{d}}\vec{d} = \dfrac{-66}{225}[9,\ 12]$

$\text{proj}_{\vec{d}}\vec{c} = \left[-\dfrac{66}{25},\ -\dfrac{88}{25}\right]$

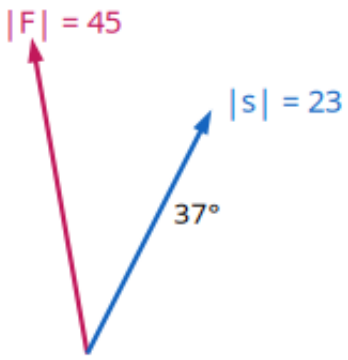
11) Déterminer le travail effectué par chaque $\vec{F}$, en newtons, pour un objet déplacé le long du vecteur $\vec{d}$, en mètres.

a) $\vec{F} = [18,\ 23]$ et $\vec{d} = [9,\ 12]$

$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = 18(9)+23(12)$

$W = 438\ \text{J}$

b) $|\vec{F}| = 45$, $|\vec{s}| = 23$, angle entre eux $37°$

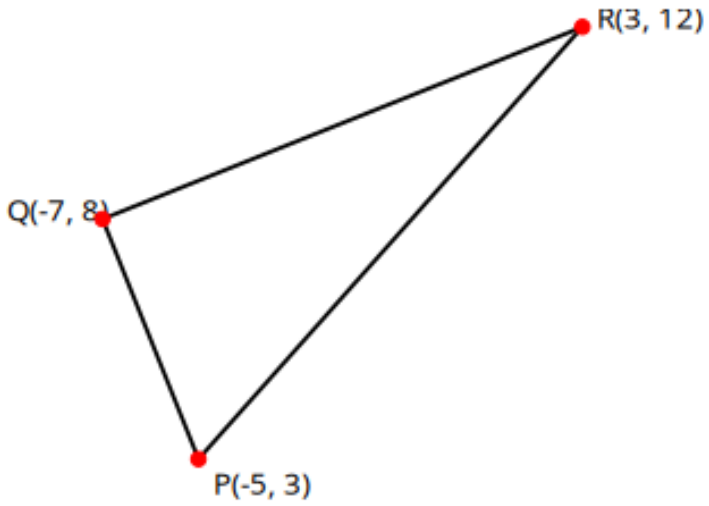


$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = |\vec{F}||\vec{s}|\cos\theta = 45(23)\cos(37°)$

$W \approx 826.59\ \text{J}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

12) Déterminer si le $\triangle PQR$ dont les sommets sont $P(-5,\ 3)$, $Q(-7,\ 8)$ et $R(3,\ 12)$ est un triangle rectangle. Si oui, identifier l'angle droit.



$\overrightarrow{PQ} = [-2,\ 5]$, $|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{29}$

$\overrightarrow{PR} = [8,\ 9]$, $|\overrightarrow{PR}| = \sqrt{145}$

$\overrightarrow{RQ} = [-10,\ -4]$, $|\overrightarrow{RQ}| = \sqrt{116}$

Vérifier le théorème de Pythagore avec le côté le plus long, $\overrightarrow{PR}$:

$\left(\sqrt{29}\right)^2 + \left(\sqrt{116}\right)^2 \stackrel{?}{=} \left(\sqrt{145}\right)^2$

$29 + 116 = 145$

$145 = 145$ donc le $\triangle PQR$ est un triangle rectangle, avec l'angle droit en Q.

13) Déterminer la norme exacte du vecteur $\overrightarrow{AB}$ reliant $A(3,\ 8,\ -11)$ et $B(7,\ -3,\ 15)$.

$\overrightarrow{AB} = [7-3,\ -3-8,\ 15-(-11)] = [4,\ -11,\ 26]$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + (-11)^2 + 26^2} = \sqrt{813}$

14) Pour chacun des cas suivants, calculer l'angle entre les deux vecteurs.

a) $[0,\ 1,\ -2]$ et $[-3,\ 1,\ 4]$ $\cos\theta = \dfrac{0(-3) + 1(1) + (-2)(4)}{\sqrt{5}\sqrt{26}}$ $\theta \approx 127.9°$	**b)** $[1.5,\ 20,\ 0]$ et $[-20,\ 1,\ 10]$ $\cos\theta = \dfrac{1.5(-20) + 20(1) + 0(10)}{\sqrt{402.25}\sqrt{501}}$ $\theta \approx 91.3°$

15) Étant donné $\vec{c} = [-6,\ 4,\ 0]$, $\vec{d} = [0,\ -5,\ -7]$, et $\vec{e} = [3,\ 1,\ 2]$.

a) $10\vec{c} - 10\vec{d}$ $10\vec{c} - 10\vec{d} = [-60,\ 40,\ 0] - [0,\ -50,\ -70]$ $10\vec{c} - 10\vec{d} = [-60,\ 90,\ 70]$	**b)** $2\vec{c} \cdot 3\vec{d} - 2\vec{c} \cdot 4\vec{e}$ $= 6(\vec{c} \cdot \vec{d}) - 8(\vec{c} \cdot \vec{e}) = 6(-20) - 8(-14)$ $= -8$
c) $(3\vec{d} - 4\vec{e}) \cdot 2\vec{c}$ par la propriété distributive, $= 3\vec{d} \cdot 2\vec{c} - 4\vec{e} \cdot 2\vec{c}$ $= -8$ (même valeur qu'en b, le produit scalaire est commutatif)	**d)** $\vec{c} \times \vec{d}$ $\vec{c} \times \vec{d} = [4(-7) - 0(-5),\ 0(0) - (-6)(-7),\ (-6)(-5) - 4(0)]$ $\vec{c} \times \vec{d} = [-28,\ -42,\ 30]$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

e) $\vec{d} \times \vec{e}$ $\vec{d} \times \vec{e} = [(-5)(2) - (-7)(1),\ (-7)(3) - 0(2),\ 0(1) - (-5)(3)]$ $\vec{d} \times \vec{e} = [-3,\ -21,\ 15]$	**f)** $\vec{c} \times \vec{c}$ Tous les vecteurs colinéaires ont un produit vectoriel égal à $\vec{0}$. Puisque $\vec{c}$ est colinéaire avec lui-même, $\vec{c} \times \vec{c} = \vec{0}$.

16) Si $\vec{u} = [5, 7, 9]$ est orthogonal à $\vec{v} = [1, t, 1]$, déterminer t.

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$5(1) + 7t + 9(1) = 0$

$7t = -14$

$t = -2$

17) Déterminer l'aire du parallélogramme délimité par les vecteurs $\vec{a} = [7, 11, 4]$ et $\vec{b} = [3, -2, 5]$.

$\vec{a} \times \vec{b} = [11(5) - 4(-2),\ 4(3) - 7(5),\ 7(-2) - 11(3)]$

$\vec{a} \times \vec{b} = [63, -23, -47]$

Aire $= |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{63^2 + 23^2 + 47^2} = \sqrt{6707}$ unités^2

18) Un triangle a pour sommets $A(2, 5, -1)$, $B(4, 1, -3)$, et $C(-5, -6, 4)$. Trouver l'aire du triangle.

$\overrightarrow{AB} = [2, -4, -2], \quad \overrightarrow{AC} = [-7, -11, 5]$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = [(-4)(5) - (-2)(-11),\ (-2)(-7) - 2(5),\ 2(-11) - (-4)(-7)]$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = [-42, 4, -50]$

Aire $= \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2}\sqrt{4280} = \sqrt{1070}$ unités^2

19) Calculer l'aire du parallélogramme $ABCD$ où $A(4, 6)$, $B(5, 6)$, $C(11, 15)$, et $D(-2, -3)$

$\overrightarrow{AB} = [1, 0], \quad \overrightarrow{AD} = [-6, -9]$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = [0, 0, 1(-9) - 0(-6)] = [0, 0, -9]$

Aire $= |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| = 9$ unités^2

20) Trouver le volume du parallélépipède défini par $\vec{a} = [1, 0, -4]$, $\vec{b} = [8, -7, 9]$, et $\vec{c} = [2, 3, -4]$

$\vec{b} \times \vec{c} = [(-7)(-4) - 9(3),\ 9(2) - 8(-4),\ 8(3) - (-7)(2)]$

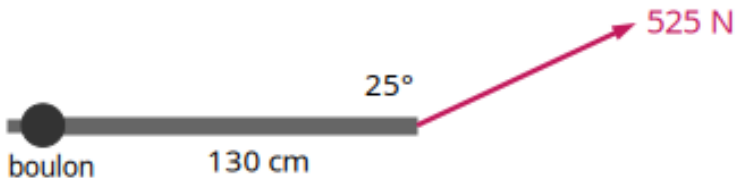
$\vec{b} \times \vec{c} = [1, 50, 38]$

$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |1(1) + 0(50) + (-4)(38)|$

$V = |-151| = 151$ unités^3

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

21) Une force de 525 N est appliquée à l'extrémité d'une clé de 130 cm et forme un angle de $25°$ avec le manche de la clé. Quel est le moment de force sur le boulon à l'autre extrémité de la clé si la force est appliquée dans le sens horaire ?



$|\vec{r}| = 1.3$ m (conversion de 130 cm en mètres)

$T = |\vec{r}||\vec{F}|\sin(25°) = 1.3(525)\sin(25°)$

$T \approx 288.44$ N·m, vers l'intérieur du matériau (le boulon se serre)

22) Trouver un vecteur unitaire parallèle à $\vec{p} = [-8,\ 2,\ -3]$

$|\vec{p}| = \sqrt{(-8)^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{77}$

$\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{77}}[-8,\ 2,\ -3] = \left[-\frac{8}{\sqrt{77}},\ \frac{2}{\sqrt{77}},\ -\frac{3}{\sqrt{77}}\right]$

23) Étant donné $\vec{a} = [3,\ 4,\ -2]$, $\vec{b} = [2,\ -7,\ 1]$, et $\vec{c} = [-6,\ 5,\ 4]$, évaluer chaque expression

a) $\vec{a} + \vec{c} \times \vec{b}$ $\vec{c} \times \vec{b} = [5(1) - 4(-7),\ 4(2) - (-6)(1),\ (-6)(-7) - 5(2)]$ $\vec{c} \times \vec{b} = [33,\ 14,\ 32]$ $\vec{a} + \vec{c} \times \vec{b} = [3 + 33,\ 4 + 14,\ -2 + 32] = [36,\ 18,\ 30]$	**b)** $(\vec{a} + \vec{c}) \times \vec{b}$ $\vec{a} + \vec{c} = [-3,\ 9,\ 2]$ $(\vec{a} + \vec{c}) \times \vec{b} = [9(1) - 2(-7),\ 2(2) - (-3)(1),\ (-3)(-7) - 9(2)]$ $(\vec{a} + \vec{c}) \times \vec{b} = [23,\ 7,\ 3]$
c) $\lvert -2\vec{b} \times \vec{c} \rvert$ $-2\vec{b} = [-4,\ 14,\ -2]$ $-2\vec{b} \times \vec{c} = [14(4) - (-2)(5),\ (-2)(-6) - (-4)(4),\ (-4)(5) - 14(-6)]$ $-2\vec{b} \times \vec{c} = [66,\ 28,\ 64]$ $\lvert -2\vec{b} \times \vec{c} \rvert = \sqrt{66^2 + 28^2 + 64^2} = \sqrt{9236} = 2\sqrt{2309}$	

24) Une boîte de rangement est tirée sur 7 m le long d'un plancher lisse et horizontal par une force de 43 N, appliquée à $38°$ par rapport au plancher. Elle est ensuite tirée sur 3.5 m le long d'une rampe inclinée à $24°$ par rapport à l'horizontale, en utilisant la même force. La boîte est ensuite tirée sur encore 6 m le long d'une plateforme horizontale en utilisant encore la même force. Déterminer le travail total effectué pour déplacer la boîte.

Sur le plancher horizontal et sur la plateforme horizontale, l'angle entre la force et la direction du mouvement reste à $38°$. Sur la rampe, l'angle entre la force et la direction du mouvement (le long de la rampe) est de $38° - 24° = 14°$:

$W = 7(43)\cos(38°) + 3.5(43)\cos(14°) + 6(43)\cos(38°)$

$W \approx 586.5$ J

25) Un grimpeur se hisse sur 21 m le long d'une paroi rocheuse avec une force de 5.2 N, à un angle de $11.2°$ par rapport à la verticale. Quel est le travail effectué ?

$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 5.2(21)\cos(11.2°)$

$W \approx 107.1$ J

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Corrigé

1) $\overrightarrow{AB} = [3,\ -5]$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{34}$; $\overrightarrow{CD} = [9,\ 7]$, $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{130}$; $\overrightarrow{EF} = [-5,\ 4]$, $|\overrightarrow{EF}| = \sqrt{41}$; $\overrightarrow{IJ} = [-9,\ 0]$, $|\overrightarrow{IJ}| = 9$; $\overrightarrow{KL} = [0,\ 9]$, $|\overrightarrow{KL}| = 9$; $\overrightarrow{MN} = [8,\ -5]$, $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{89}$ **2)a)** $[10,\ -14]$ **b)** $[-3,\ 6]$ **c)** $[31,\ -38]$ **d)** $[-2,\ 10]$ **3)a)** $[4,\ 15]$ **b)** $6\sqrt{5}$ unités **c)** ≈ 39.4 unités **4)a)** -5 **b)** -45 **5)a)** ≈ 70.88 **b)** $\approx -27\,833.94$ **c)** -71 **d)** -57 **6)** $[125,\ 216.5]$ **7)a)** $[12,\ -7]$ **b)** $\sqrt{13}$ **c)** 3 **d)** $\sqrt{29}$ **8)a)** $\theta \approx 156.2°$ **b)** $\theta \approx 57.3°$ **9)a)** $\approx 92.57\ \hat{v}$ **b)** $\frac{97}{170}[7,\ -11]$ **10)a)** 4.4 **b)** $\left[-\frac{66}{25},\ -\frac{88}{25}\right]$ **11)a)** 438 J **b)** ≈ 826.59 J **12)** Oui; l'angle droit est en Q **13)** $\sqrt{813}$ **14)a)** $\approx 127.9°$ **b)** $\approx 91.3°$ **15)a)** $[-60,\ 90,\ 70]$ **b)** -8 **c)** -8 **d)** $[-28,\ -42,\ 30]$ **e)** $[-3,\ -21,\ 15]$ **f)** $\vec{0}$ **16)** $t = -2$ **17)** $\sqrt{6707}$ unités^2 **18)** $\sqrt{1070}$ unités^2 **19)** 9 unités^2 **20)** 151 unités^3 **21)** ≈ 288.4 N·m, vers l'intérieur du matériau (le boulon se serre) **22)** $\left[-\frac{8}{\sqrt{77}},\ \frac{2}{\sqrt{77}},\ -\frac{3}{\sqrt{77}}\right]$ **23)a)** $[36,\ 18,\ 30]$ **b)** $[23,\ 7,\ 3]$ **c)** $2\sqrt{2309}$ **24)** ≈ 586.5 J **25)** ≈ 107.1 J

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.