Examen final blanc du cours complet de calcul et vecteurs de douzième année

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Examen blanc – Cours complet

Consignes : La durée maximale pour rédiger cet examen est de 3 heures. Toutes les questions doivent être répondues SUR la copie d'examen.

Les calculatrices sont permises. Utiliser le mode RADIAN pour la partie calcul différentiel et le mode DEGRÉ pour la partie vecteurs.

Communiquer vos solutions clairement et **encadrer toutes les réponses finales**. Utiliser des valeurs exactes dans la mesure du possible. Arrondir à 3 décimales si vous donnez une réponse approximative.

Connaissance et compréhension	Mise en application	Réflexion	Communication
(30%)	(30%)	(20%)	(20%)

Sections	Points
Partie 1 : Dérivées et applications	25
Partie 2 : Esquisse de courbes et optimisation	25
Partie 3 : Vecteurs géométriques et algébriques	30
Partie 4 : Droites et plans	20
Total	**/100**

Partie 1 : Dérivées et applications [25]

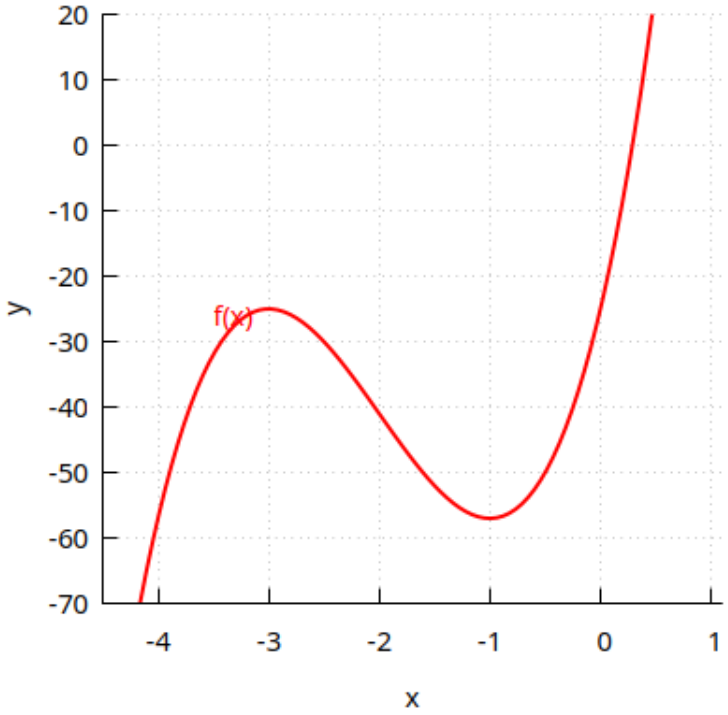
1) Dériver chacune des expressions suivantes par rapport à x. Simplifier complètement vos réponses. **[16]**

a) $y = 4x^3 - \frac{12}{x} + 71$	**b)** $y = \frac{3x}{2x^2 + 4x - 1}$
c) $y = (x-2)^3(x^2+9)^4$	**d)** $y = \sqrt{3x+4}$
e) $y = 2(6^x)$	**f)** $y = 3\tan x + 2$
g) $f(x) = [\sin(2x)]e^{3x}$	**h)** $f(x) = \cos^2(4x)$

2) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $f(x) = \left(\frac{3x}{x-1}\right)^2$ en $x = -2$. **[3]**

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

3) Étant donné le graphique de $f(x)$, esquisser un graphique possible de $f'(x)$. **[1]**



Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

4) Étant donné le graphique de $f'(x)$, esquisser un graphique possible de $f(x)$ **[1]**



5) Bob suit un régime. Sa masse initiale était de 102 kg. Son régime lui permet de perdre de la masse de façon exponentielle, si bien que sa masse est modélisée par $W(t) = W_0e^{kt}$, où W_0 est sa masse initiale, t est le temps en semaines, et k est une constante. Après 3 semaines, sa masse est de 97 kg. **[4]**

a) Déterminer la valeur de k à cinq décimales près.	**b)** Après 10 semaines, à quel taux sa masse changera-t-elle ?

Partie 2 : Esquisse de courbes et optimisation [25]

6) La fonction $f(x) = x^3 + bx^2 + c$ a un point critique en $(-2, 6)$ **[5]**

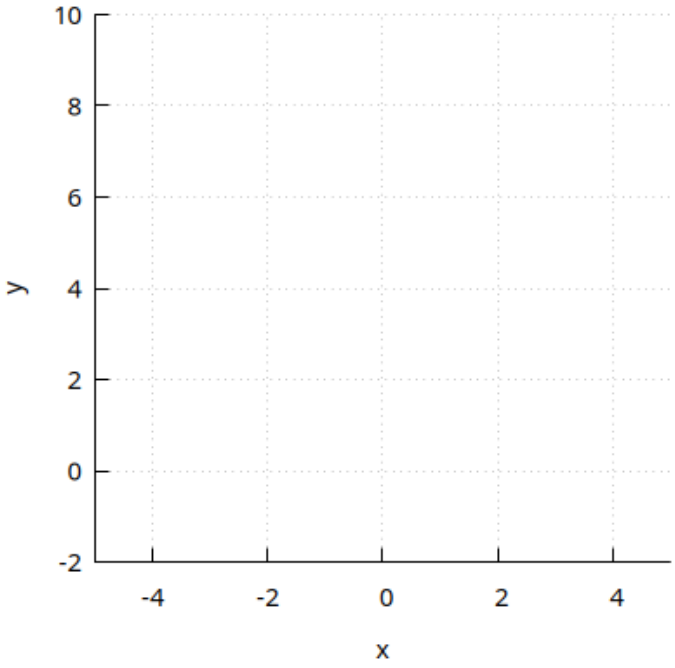
a) Déterminer les constantes b et c	**b)** Déterminer TOUS les points critiques de $f(x)$ et les classifier à l'aide du critère de la dérivée seconde.

7) Pour la fonction $y = x^3(2)^x$, déterminer le(s) point(s) critique(s), puis utiliser un critère de la dérivée pour le(s) classifier comme maximum local, minimum local, ou ni l'un ni l'autre. **[4]**

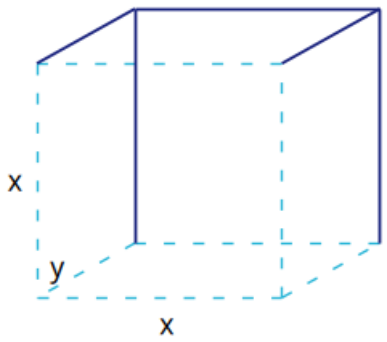
Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

8) Esquisser une courbe continue $f(x)$ ayant les propriétés suivantes **[2]**

- $f(-2) = 8,\ f(0) = 4,\ f(2) = 0$
- $f'(2) = f'(-2) = 0$
- $f'(x) > 0$ pour $x > 2$ ou $x < -2$
- $f'(x) < 0$ pour $-2 < x < 2$
- $f''(x) < 0$ pour $x < 0$
- $f''(x) > 0$ pour $x > 0$



9) Une enceinte de filet pour pratiquer des coups de golf est ouverte à une extrémité, comme illustré. Déterminer les dimensions qui minimiseront la quantité de filet nécessaire et donneront un volume de 144 m^3. Le filet n'est requis que sur les côtés, le dessus et l'extrémité éloignée (pas le fond ni l'avant). **[4]**



Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

10) Utiliser l'algorithme pour l'esquisse de courbes afin d'esquisser le graphique de $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$. Identifier clairement les points clés. **[10]**

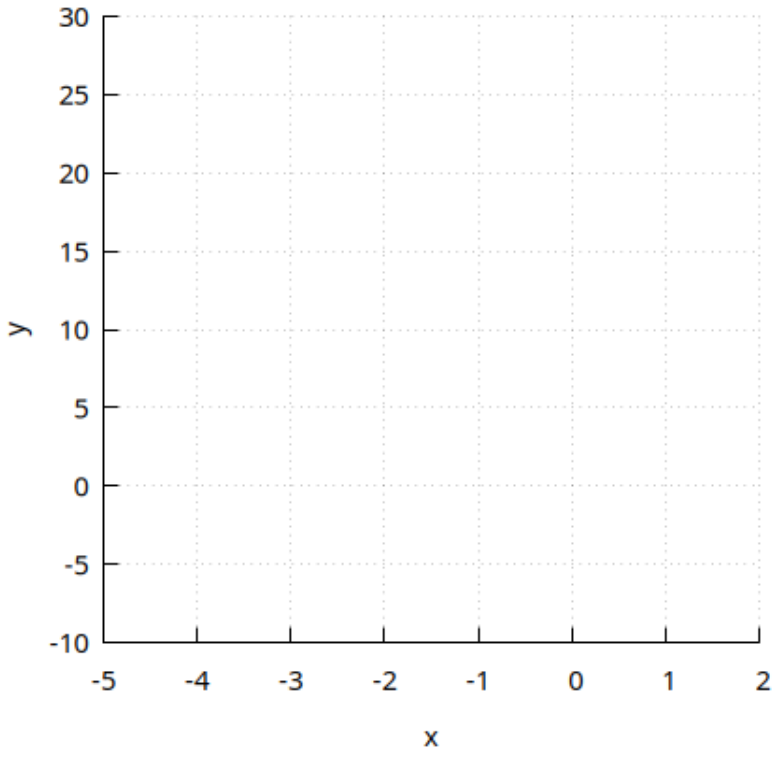
1) Asymptotes ou trous :

2) Abscisses et ordonnée à l'origine : Abscisses à l'origine : Ordonnée à l'origine :	

3) Points critiques :	**4) Points d'inflexion :**

5/6/7) Tableau de signes utilisant les nombres critiques, les points d'inflexion et les AV pour analyser les intervalles de croissance/ décroissance et les intervalles de concavité. Identifier clairement les extremums locaux et les points d'inflexion.

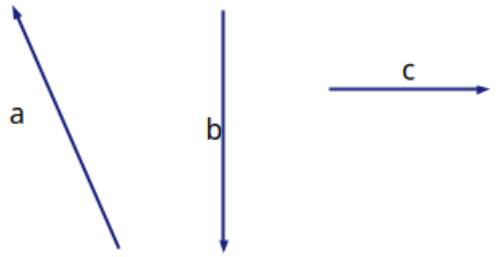
8) Tracer le graphique de la fonction



Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

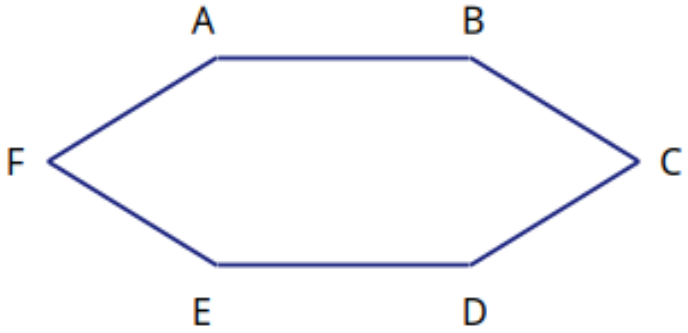
Partie 3 : Vecteurs géométriques et algébriques [30]

11) Étant donné les vecteurs suivants, esquisser ce qui suit **[3]**



a) $\vec{a} + \vec{c}$	**b)** $\vec{b} - \vec{c}$	**c)** $-0.5\vec{c} + \vec{b}$

12) Dans l'hexagone ABCDEF, les côtés opposés sont parallèles et égaux, et $\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{AB}$. Soit $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{FA} = \vec{v}$. Exprimer chaque vecteur en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$. **[4]**



a) $\overrightarrow{CF}$	**b)** $\overrightarrow{FB}$
c) $\overrightarrow{BC}$	**d)** $\overrightarrow{DA}$

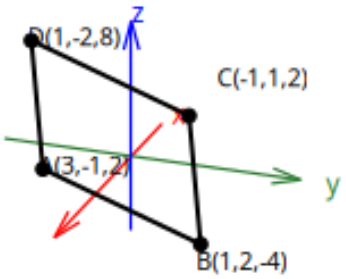
13) Étant donné les vecteurs $\vec{a} = [4, -2, 1]$, $\vec{b} = [1, 5, 4]$, et $\vec{c} = [-1, -3, 0]$, calculer ce qui suit si possible. Si ce n'est pas possible, expliquer pourquoi. **[12]**

a) $\vec{b} - 2\vec{c}$	**b)** $\lvert \text{proj}_{\vec{c}}\vec{b} \rvert$
c) $\vec{a} \cdot \vec{c}$	**d)** $(\vec{a})^2 + 4\vec{b}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

e) $\vec{a} \times \vec{c}$	**f)** D'après vos réponses précédentes, $\vec{a}$ et $\vec{c}$ forment-ils un angle droit ? Comment le savez-vous ?

14) Étant donné le parallélogramme suivant $A(3, -1, 2)$, $B(1, 2, -4)$, $C(-1, 1, 2)$, $D(1, -2, 8)$. **[6]**



a) calculer $|\overrightarrow{AB}|$

b) Déterminer l'aire du parallélogramme.

c) Calculer la mesure de l'angle A en degrés.

15) Une pilote vole selon un cap de $N10°O$ avec une vitesse par rapport à l'air de 260 km/h. Sa vitesse par rapport au sol réelle est de 310 km/h selon un relèvement de $N20°E$. Déterminer le module et la direction du vent. **[3]**

16) Étant donné que $|\vec{u}| = 10$ et $|\vec{v}| = 6$ et que l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est de $40°$, déterminer une expression pour un vecteur unitaire dans la direction de $\vec{u} + \vec{v}$ **[2]**

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Partie 4 : Droites et plans [20]

17) Déterminer l'équation vectorielle de chacune des droites suivantes **[4]**

a) la droite passant par les points $P(2,\ 5,\ 4)$ et $Q(-3,\ 1,\ 5)$

b) Ayant la même abscisse à l'origine que $[x,\ y,\ z] = [3,\ 0,\ 0] + t[4,\ -4,\ 1]$ et la même cote à l'origine que $[x,\ y,\ z] = [6,\ -2,\ -3] + t[3,\ -1,\ 8]$

18) Déterminer l'équation vectorielle et l'équation scalaire de chacun des plans suivants **[4]**

a) le plan passant par les points $P(4,\ -2,\ 2)$, $Q(-1,\ 6,\ 8)$, et $R(-2,\ -2,\ 14)$.

b) le plan parallèle au plan xy et passant par le point $P(4,\ -2,\ 7)$.

19) Résoudre les systèmes d'équations suivants. S'il s'agit d'un système incompatible, en fournir la preuve et expliquer comment vous le savez.

a) $\ell_1 : [x,\ y,\ z] = [-2,\ 0,\ -3] + s[5,\ 1,\ 3]$, $\ell_2 : [x,\ y,\ z] = [5,\ 8,\ -6] + t[-1,\ 2,\ -3]$ **[4]**

b) $\pi_1 : x - 5y + 2z - 10 = 0$, $\pi_2 : x + 7y - 2z + 6 = 0$, $\pi_3 : 8x + 5y + z - 20 = 0$ **[4]**

20) Déterminer la distance entre le point $P(7,\ -3,\ 2)$ et le plan $2x + 4y - 3z - 9 = 0$. **[4]**

Corrigé

1)a) $12x^2 + \frac{12}{x^2}$ **b)** $\frac{-3(2x^2+1)}{(2x^2+4x-1)^2}$ **c)** $(x-2)^2(x^2+9)^3(11x^2-16x+27)$ **d)** $\frac{3}{2\sqrt{3x+4}}$ **e)** $2(6^x)\ln 6$ **f)** $3\sec^2 x$ **g)** $e^{3x}[2\cos(2x) + 3\sin(2x)]$ **h)** $-4\sin(8x)$ **2)** $y = -\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ **3)** parabole passant par $(-3,\ 0)$ et $(-1,\ 0)$ **4)** courbe cubique avec extremums locaux en $x = \pm 2$ **5)a)** $k \approx -0.01675$ **b)** ≈ -1.446 kg/semaine **6)a)** $b = 3,\ c = 2$ **b)** maximum local $(-2,\ 6)$, minimum local $(0,\ 2)$ **7)** $x = 0$ ni l'un ni l'autre; $x \approx -4.328$ minimum local **8)** maximum local $(-2,\ 8)$, inflexion $(0,\ 4)$, minimum local $(2,\ 0)$ **9)** $x = 6$ m, $y = 4$ m **10)** maximum local $(-3,\ 0)$, point d'inflexion $(-2,\ -2)$, minimum local $(-1,\ -4)$, abscisses /ordonnée à l'origine $(0,\ 0)$, $(-3,\ 0)$ **11)a)** $[1,\ 3]$ **b)** $[-3,\ -3]$ **c)** $[-1.5,\ -3]$ **12)a)** $-2\vec{u}$ **b)** $\vec{u} + \vec{v}$ **c)** $\vec{u} - \vec{v}$ **d)** $2\vec{v} - 2\vec{u}$ **13)a)** $[3,\ 11,\ 4]$ **b)** ≈ 5.060 **c)** 2 **d)** impossible (scalaire + vecteur) **e)** $[3,\ -1,\ -14]$ **f)** non **14)a)** 7 **b)** 28 unités carrées **c)** $\approx 141.343°$ **15)** ≈ 155.233 km/h selon $N76.9°E$ **16)** $\approx [0.967,\ 0.256]$ **17)a)** $[x,\ y,\ z] = [2,\ 5,\ 4] + t[-5,\ -4,\ 1]$ **b)** $[x,\ y,\ z] = [3,\ 0,\ 0] + t[-3,\ 0,\ -19]$ **18)a)** $4x + y + 2z - 18 = 0$ **b)** $z - 7 = 0$ **19)a)** se croisent en $(8,\ 2,\ 3)$ **b)** droite d'intersection $[x,\ y,\ z] = [2,\ 0,\ 4] + t[-1,\ 1,\ 3]$ **20)**

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$\frac{13}{\sqrt{29}} \approx 2.414$ unités

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.