2.1 Fiche d'exercices sur la division longue de polynômes et le théorème du reste avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Utilisez le théorème du reste pour déterminer le reste lorsque $2x^3 + 7x^2 - 8x + 3$ est divisé par chaque binôme.

a) $x + 1$

$$\begin{aligned} P(-1) &= 2(-1)^3 + 7(-1)^2 - 8(-1) + 3 \\ &= 16 \end{aligned}$$

b) $x - 2$

$$\begin{aligned} P(2) &= 2(2)^3 + 7(2)^2 - 8(2) + 3 \\ &= 31 \end{aligned}$$

c) $x + 3$

$$\begin{aligned} P(-3) &= 2(-3)^3 + 7(-3)^2 - 8(-3) + 3 \\ &= 36 \end{aligned}$$

2) a) Divisez $x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ par $x + 1$. Exprimez le résultat sous forme de quotient.

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 4 \\ x+1 \;\overline{)}\; x^3 + 3x^2 - 2x + 5 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 2x^2 - 2x \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -4x + 5 \\ \underline{-4x - 4} \\ R = 9 \end{array}$$

Le résultat sous forme de quotient est :

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 5}{x + 1} = x^2 + 2x - 4 + \frac{9}{x + 1}$$

b) Écrivez l'énoncé correspondant qui peut être utilisé pour vérifier la division.

$$x^3 + 3x^2 - 2x + 5 = (x + 1)(x^2 + 2x - 4) + 9$$

3) Divisez $3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 17x - 8$ par $3x - 4$. Exprimez le résultat sous forme de quotient.

Remarque : le dividende n'a pas de terme en x^2 au bon endroit pour cette étape, alors un terme substitut $0x^2$ est utilisé pour garder les colonnes alignées.

$$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - 2x + 3 \\ 3x - 4 \;\overline{)}\; 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 17x - 8 \\ \underline{3x^4 - 4x^3} \\ 0x^3 - 6x^2 \\ \underline{0x^3 + 0x^2} \\ -6x^2 + 17x \\ \underline{-6x^2 + 8x} \\ 9x - 8 \\ \underline{9x - 12} \\ R = 4 \end{array}$$

Le résultat sous forme de quotient est :

$$\frac{3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 17x - 8}{3x - 4} = x^3 - 2x + 3 + \frac{4}{3x - 4}$$

b) Écrivez l'énoncé correspondant qui peut être utilisé pour vérifier la division.

$$3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 17x - 8 = (3x - 4)(x^3 - 2x + 3) + 4$$

4) Effectuez chaque division. Exprimez le résultat sous forme de quotient.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

4) Effectuez chaque division. Exprimez le résultat sous forme de quotient.

a) $x^3 + 7x^2 - 3x + 4$ divisé par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 \ +5x \ -13 \\ \hline x+2 & x^3 \ +7x^2 \ -3x \ +4 \\ & \underline{x^3 \ +2x^2} \\ & \quad 5x^2 \ -3x \\ & \quad \underline{5x^2 \ +10x} \\ & \qquad -13x \ +4 \\ & \qquad \underline{-13x \ -26} \\ & \qquad R = 30 \end{array}$$

$$\frac{x^3 + 7x^2 - 3x + 4}{x + 2} = x^2 + 5x - 13 + \frac{30}{x + 2}$$

b) $6x^3 + x^2 - 14x - 6$ divisé par $3x + 2$

$$\begin{array}{r|l} & 2x^2 \ \ -x \ -4 \\ \hline 3x+2 & 6x^3 \ \ +x^2 \ -14x \ -6 \\ & \underline{6x^3 \ +4x^2} \\ & \quad -3x^2 \ -14x \\ & \quad \underline{-3x^2 \ \ -2x} \\ & \qquad -12x \ -6 \\ & \qquad \underline{-12x \ -8} \\ & \qquad R = 2 \end{array}$$

$$\frac{6x^3 + x^2 - 14x - 6}{3x + 2} = 2x^2 - x - 4 + \frac{2}{3x + 2}$$

c) $10x^3 + 11 - 9x^2 - 8x$ divisé par $5x - 2$

Remarque : le dividende est d'abord réordonné en forme standard, en degré décroissant : $10x^3 - 9x^2 - 8x + 11$.

$$\begin{array}{r|l} & 2x^2 \ \ -x \ \ -2 \\ \hline 5x-2 & 10x^3 \ -9x^2 \ \ -8x \ +11 \\ & \underline{10x^3 \ -4x^2} \\ & \quad -5x^2 \ \ -8x \\ & \quad \underline{-5x^2 \ \ +2x} \\ & \qquad -10x \ +11 \\ & \qquad \underline{-10x \ \ +4} \\ & \qquad R = 7 \end{array}$$

$$\frac{10x^3 - 9x^2 - 8x + 11}{5x - 2} = 2x^2 - x - 2 + \frac{7}{5x - 2}$$

d) $11x - 4x^4 - 7$ divisé par $x - 3$

Remarque : le dividende est d'abord réordonné en forme standard, en degré décroissant : $-4x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 11x - 7$.

$$\begin{array}{r|l} & -4x^3 \ -12x^2 \ \ -36x \ \ -97 \\ \hline x-3 & -4x^4 \ \ +0x^3 \ \ +0x^2 \ \ +11x \ \ \ -7 \\ & \underline{-4x^4 \ +12x^3} \\ & \quad -12x^3 \ \ +0x^2 \\ & \quad \underline{-12x^3 \ +36x^2} \\ & \qquad -36x^2 \ \ +11x \\ & \qquad \underline{-36x^2 \ +108x} \\ & \qquad\qquad -97x \ \ -7 \\ & \qquad\qquad \underline{-97x \ +291} \\ & \qquad\qquad R = \ -298 \end{array}$$

$$\frac{-4x^4 + 11x - 7}{x - 3} = -4x^3 - 12x^2 - 36x - 97 - \frac{298}{x - 3}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

e) $6x^3 + x^2 + 7x + 3$ divisé par $3x + 2$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \ -x \ +3 \\ \hline 3x+2 \ )\ 6x^3 \ +x^2 \ +7x \ +3 \\ \underline{6x^3 \ +4x^2} \\ -3x^2 \ +7x \\ \underline{-3x^2 \ -2x} \\ 9x \ +3 \\ \underline{9x \ +6} \\ R = \ -3 \end{array}$$

$$\frac{6x^3 + x^2 + 7x + 3}{3x + 2} = 2x^2 - x + 3 - \frac{3}{3x + 2}$$

f) $8x^3 + 4x^2 - 31$ divisé par $2x - 3$

Remarque : le dividende n'a pas de terme en x, alors un terme substitut $0x$ est utilisé pour garder les colonnes alignées.

$$\begin{array}{r} 4x^2 \ +8x \ +12 \\ \hline 2x-3 \ )\ 8x^3 \ +4x^2 \ +0x \ -31 \\ \underline{8x^3 \ -12x^2} \\ 16x^2 \ +0x \\ \underline{16x^2 \ -24x} \\ 24x \ -31 \\ \underline{24x \ -36} \\ R = 5 \end{array}$$

$$\frac{8x^3 + 4x^2 - 31}{2x - 3} = 4x^2 + 8x + 12 + \frac{5}{2x - 3}$$

g) $6x^2 - 6 + 8x^3$ divisé par $4x - 3$

Remarque : le dividende est d'abord réordonné en forme standard, en degré décroissant : $8x^3 + 6x^2 + 0x - 6$.

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x + \frac{9}{4} \\ \hline 4x-3 \ )\ 8x^3 + 6x^2 + 0x - 6 \\ \underline{8x^3 - 6x^2} \\ 12x^2 + 0x \\ \underline{12x^2 - 9x} \\ 9x - 6 \\ \frac{3}{4} \end{array}$$

$$\frac{6x^2 - 6 + 8x^3}{4x - 3} = 2x^2 + 3x + \frac{9}{4} + \frac{3}{4(4x - 3)}$$

5) Le volume, en cm cubes, d'une boîte rectangulaire peut être modélisé par l'expression polynomiale $2x^3 + 17x^2 + 38x + 15$. Déterminez des dimensions possibles de la boîte si la hauteur, en cm, est donnée par $x + 5$.

$$\begin{array}{r} 2x^2 \ +7x \ +3 \\ \hline x+5 \ )\ 2x^3 \ +17x^2 \ +38x \ +15 \\ \underline{2x^3 \ +10x^2} \\ 7x^2 \ +38x \\ \underline{7x^2 \ +35x} \\ 3x \ +15 \\ \underline{3x \ +15} \\ R = 0 \end{array}$$

$$2x^3 + 17x^2 + 38x + 15 = (x + 5)(2x^2 + 7x + 3) = (x + 5)(x + 3)(2x + 1)$$

Des dimensions possibles de la boîte sont $x + 5$ (hauteur), $x + 3$ (longueur), et $2x + 1$ (largeur).

6) Déterminez la valeur de k telle que lorsque $P(x) = kx^3 + 5x^2 - 2x + 3$ est divisé par $x + 1$, le reste est 7.

Le reste est $P(-1)$. Résolvez pour k lorsque $P(-1)$ est fixé égal à 7.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$\begin{aligned} P(-1) &= k(-1)^3 + 5(-1)^2 - 2(-1) + 3 \\ 7 &= -k + 5 + 2 + 3 \\ 7 &= -k + 10 \\ -3 &= -k \\ 3 &= k \end{aligned}$$

Par conséquent, la valeur de k est 3.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.