2.7 Révision avant-test de l'unité 2 – Théorème du facteur et inéquations avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Cette révision couvre l'ensemble de l'unité 2 : Théorème du facteur et inéquations, et sert à se préparer pour l'examen de l'unité.

Section 1 : 2.1 - Division longue et synthétique / Théorème du reste

1) Quel est le reste lorsque $x^4 - 4x^2 - 2x + 3$ est divisé par $x + 1$? Ne divisez pas. Appuyez votre réponse d'une explication.

$$\begin{aligned} P(-1) &= (-1)^4 - 4(-1)^2 - 2(-1) + 3 \\ &= 1 - 4 + 2 + 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

En vous basant sur le théorème du reste, le reste sera 2.

2) Est-ce que $x - 3$ est un facteur du polynôme $3x^2 - 8x - 3$? Ne divisez pas. Appuyez votre réponse d'une explication.

$$\begin{aligned} P(3) &= 3(3)^2 - 8(3) - 3 \\ &= 27 - 24 - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Oui, car le reste est 0.

3) Divisez $\frac{f(x)}{g(x)}$ et exprimez la réponse sous forme de quotient. Utilisez la division synthétique lorsque possible.

a) $f(x) = x^4 - 4x^2 - 2x + 3$, $g(x) = x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & -4 & -2 & 3 \\ & & 2 & 4 & 0 & -4 \\ \hline & 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \\ & x^3 & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

Le résultat sous forme de quotient est :

$$\frac{x^4 - 4x^2 - 2x + 3}{x - 2} = x^3 + 2x^2 - 2 + \frac{-1}{x - 2}$$

L'expression qui peut être utilisée pour vérifier la division est :

$$x^4 - 4x^2 - 2x + 3 = (x - 2)(x^3 + 2x^2 - 2) - 1$$

b) $f(x) = x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x - 2$, $g(x) = x^2 + 2$

$$\begin{array}{r} x^3 \quad -x^2 \quad +0x \quad +2 \\ \hline x^2 + 0x + 2 \;)\; x^5 \quad -x^4 \quad +2x^3 \quad +0x^2 \quad +3x \quad -2 \\ \underline{x^5 \quad +0x^4 \quad +2x^3} \\ \quad -x^4 \quad +0x^3 \quad +0x^2 \\ \quad \underline{-x^4 \quad +0x^3 \quad -2x^2} \\ \quad\quad 0x^3 \quad +2x^2 \quad +3x \\ \quad\quad \underline{0x^3 \quad +0x^2 \quad +0x} \\ \quad\quad\quad 2x^2 \quad +3x \quad -2 \\ \quad\quad\quad \underline{2x^2 \quad +0x \quad +4} \\ \quad\quad\quad R = 3x - 6 \end{array}$$

Le résultat sous forme de quotient est :

$$\frac{x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x - 2}{x^2 + 2} = x^3 - x^2 + 2 + \frac{3x - 6}{x^2 + 2}$$

L'expression qui peut être utilisée pour vérifier la division est :

$$x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x - 2 = (x^2 + 2)(x^3 - x^2 + 2) + (3x - 6)$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

4) Effectuez chaque division. Exprimez la réponse sous forme de quotient et écrivez l'énoncé qui pourrait être utilisé pour vérifier la division.

a) $x^3 + 9x^2 - 5x + 3$ divisé par $x - 2$

$$\begin{array}{r|llll} 2 & 1 & 9 & -5 & 3 \\ & & 2 & 22 & 34 \\ \hline & 1 & 11 & 17 & 37 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$\frac{x^3 + 9x^2 - 5x + 3}{x - 2} = x^2 + 11x + 17 + \frac{37}{x - 2}$$

$$x^3 + 9x^2 - 5x + 3 = (x - 2)(x^2 + 11x + 17) + 37$$

b) $12x^3 - 2x^2 + x - 11$ divisé par $3x + 1$

$$\begin{array}{r} 4x^2 \ -2x \ +1 \\ \hline 3x + 1 \ ) \ 12x^3 \ -2x^2 \ +x \ -11 \\ \underline{12x^3 \ +4x^2} \\ -6x^2 \ +x \\ \underline{-6x^2 \ -2x} \\ 3x \ -11 \\ \underline{3x \ +1} \\ R = \ -12 \end{array}$$

$$\frac{12x^3 - 2x^2 + x - 11}{3x + 1} = 4x^2 - 2x + 1 + \frac{-12}{3x + 1}$$

$$12x^3 - 2x^2 + x - 11 = (3x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 12$$

c) $-8x^4 - 4x + 10x^3 - x^2 + 15$ divisé par $2x - 1$

$$\begin{array}{r} -4x^3 \ +3x^2 \ +x \ -\frac{3}{2} \\ \hline 2x - 1 \ ) \ -8x^4 \ +10x^3 \ -x^2 \ -4x \ +15 \\ \underline{-8x^4 \ +4x^3} \\ 6x^3 \ -x^2 \\ \underline{6x^3 \ -3x^2} \\ 2x^2 \ -4x \\ \underline{2x^2 \ -x} \\ -3x \ +15 \\ \underline{-3x \ +\frac{3}{2}} \\ R = \frac{27}{2} \end{array}$$

$$\frac{-8x^4 + 10x^3 - x^2 - 4x + 15}{2x - 1} = -4x^3 + 3x^2 + x - \frac{3}{2} + \frac{27}{2(2x - 1)}$$

$$-8x^4 + 10x^3 - x^2 - 4x + 15 = (2x - 1)\left(-4x^3 + 3x^2 + x - \frac{3}{2}\right) + \frac{27}{2}$$

d) $x^3 + 4x^2 - 3$ divisé par $x - 2$

$$\begin{array}{r|llll} 2 & 1 & 4 & 0 & -3 \\ & & 2 & 12 & 24 \\ \hline & 1 & 6 & 12 & 21 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$\frac{x^3 + 4x^2 - 3}{x - 2} = x^2 + 6x + 12 + \frac{21}{x - 2}$$

$$x^3 + 4x^2 - 3 = (x - 2)(x^2 + 6x + 12) + 21$$

5) Déterminez la valeur de k telle que lorsque $f(x) = x^4 + kx^3 - 3x - 5$ est divisé par $x - 3$, le reste est -10.

$$\begin{aligned} f(3) &= (3)^4 + k(3)^3 - 3(3) - 5 \\ -10 &= 81 + 27k - 9 - 5 \\ -10 &= 27k + 67 \\ -77 &= 27k \end{aligned}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$k = -\frac{77}{27}$

Section 2 : 2.2 - Théorème du facteur

6) Supposons que le polynôme cubique $8x^3 + mx^2 + nx - 6$ ait à la fois $2x + 3$ et $x - 1$ comme facteurs. Trouvez m et n. Ne divisez pas.

Puisque $2x + 3$ est un facteur, $P\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$:

$$\begin{aligned} 0 &= 8\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + m\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + n\left(-\frac{3}{2}\right) - 6 \\ 0 &= -27 + \frac{9}{4}m - \frac{3}{2}n - 6 \\ 33 &= \frac{9}{4}m - \frac{3}{2}n \quad (1) \end{aligned}$$

Puisque $x - 1$ est un facteur, $P(1) = 0$:

$$\begin{aligned} 0 &= 8(1)^3 + m(1)^2 + n(1) - 6 \\ 0 &= 8 + m + n - 6 \\ -2 &= m + n \quad (2) \end{aligned}$$

En multipliant (1) par 4 : $132 = 9m - 6n$. De (2), $n = -2 - m$. En substituant :

$$\begin{aligned} 132 &= 9m - 6(-2 - m) \\ 132 &= 9m + 12 + 6m \\ 120 &= 15m \\ m &= 8 \end{aligned}$$

En substituant $m = 8$ dans (2) : $n = -2 - 8 = -10$

$m = 8$, $n = -10$

7) Factorisez chacun des polynômes suivants :

a) $x^3 - 4x^2 + x + 6$

Facteurs possibles : $\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \pm 6$

$f(2) = 0$, donc $x - 2$ est un facteur

$$\begin{array}{r|cccc} 2 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & 2 & -4 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x - 2)(x^2 - 2x - 3) = (x - 2)(x - 3)(x + 1)$$

b) $3x^3 - 5x^2 - 26x - 8$

Facteurs possibles : $\pm 1,\ \pm \frac{1}{3},\ \pm 2,\ \pm \frac{2}{3},\ \pm 4,\ \pm \frac{4}{3},\ \pm 8,\ \pm \frac{8}{3}$

$f(-2) = 0$, donc $x + 2$ est un facteur

$$\begin{array}{r|cccc} -2 & 3 & -5 & -26 & -8 \\ & & -6 & 22 & 8 \\ \hline & 3 & -11 & -4 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$3x^3 - 5x^2 - 26x - 8 = (x + 2)(3x^2 - 11x - 4) = (x + 2)(x - 4)(3x + 1)$$

c) $-4x^3 - 4x^2 + 16x + 16$

$$\begin{aligned} -4x^3 - 4x^2 + 16x + 16 &= -4(x^3 + x^2 - 4x - 4) \\ &= -4\left[x^2(x + 1) - 4(x + 1)\right] \\ &= -4(x + 1)(x^2 - 4) \\ &= -4(x + 1)(x - 2)(x + 2) \end{aligned}$$

d) $x^3 - 64$

Différence de cubes : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$$x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Section 3 : 2.3 & 2.6 - Factoriser pour résoudre des équations et des inéquations

8) Déterminez les racines réelles de chaque équation.

a) $(5x^2 + 20)(3x^2 - 48) = 0$

$5x^2 + 20 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$, pas de racines réelles

$3x^2 - 48 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

b) $(2x^2 - x - 13)(x^2 + 1) = 0$

$2x^2 - x - 13$ n'est pas factorisable, donc utilisez la formule quadratique :

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-13)}}{2(2)} = \frac{1 \pm \sqrt{105}}{4}$$

$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-1}$, pas de racines réelles

9) Résolvez les équations polynomiales suivantes.

a) $2x^3 + 1 = x^2 + 2x$

$$\begin{aligned} 2x^3 - x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ x^2(2x - 1) - 1(2x - 1) &= 0 \\ (2x - 1)(x^2 - 1) &= 0 \\ (2x - 1)(x - 1)(x + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$x = \frac{1}{2}, 1, -1$

b) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$

Facteurs possibles : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

$f(-1) = 0$, donc $x + 1$ est un facteur

$$\begin{array}{r|cccc} -1 & 1 & 6 & 11 & 6 \\ & & -1 & -5 & -6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x + 1)(x^2 + 5x + 6) &= 0 \\ (x + 1)(x + 2)(x + 3) &= 0 \end{aligned}$$

$x = -1, -2, -3$

c) $x^5 - 4x^3 - x^2 + 4 = 0$

$$\begin{aligned} x^3(x^2 - 4) - 1(x^2 - 4) &= 0 \\ (x^2 - 4)(x^3 - 1) &= 0 \\ (x - 2)(x + 2)(x - 1)(x^2 + x + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$x = 2, -2, 1$. Le facteur $x^2 + x + 1$ a $b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3$, donc il ne contribue aucune racine réelle.

d) $3x^3 + 2x^2 - 11x - 10 = 0$

Facteurs possibles : $\pm 1, \pm \frac{1}{3}, \pm 2, \pm \frac{2}{3}, \pm 5, \pm \frac{5}{3}, \pm 10, \pm \frac{10}{3}$

$f(-1) = 0$, donc $x + 1$ est un facteur

$$\begin{array}{r|cccc} -1 & 3 & 2 & -11 & -10 \\ & & -3 & 1 & 10 \\ \hline & 3 & -1 & -10 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x + 1)(3x^2 - x - 10) &= 0 \\ (x + 1)(x - 2)(3x + 5) &= 0 \end{aligned}$$

$x = -1, 2, -\frac{5}{3}$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

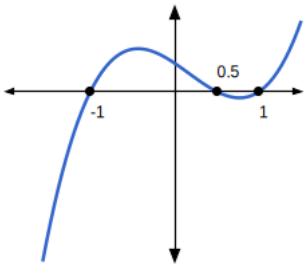
10) Résolvez les inéquations polynomiales suivantes. (Reportez-vous au numéro 9 où vous avez factorisé les polynômes)

a) $2x^3 + 1 < x^2 + 2x$

$2x^3 - x^2 - 2x + 1 < 0$

$(2x - 1)(x - 1)(x + 1) < 0$

Abscisses à l'origine à $x = -1, \frac{1}{2}, 1$; coefficient dominant positif, degré impair, donc Q3 → Q1



Intervalle	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0.5)$	$(0.5, 1)$	$(1, \infty)$
Signe	-	+	-	+

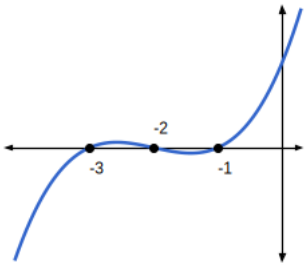
Solution : lorsque $x < -1$ ou $0.5 < x < 1$

$x \in (-\infty, -1) \cup (0.5, 1)$

b) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 > 0$

$(x + 1)(x + 2)(x + 3) > 0$

Abscisses à l'origine à $x = -3, -2, -1$; coefficient dominant positif, degré impair, donc Q3 → Q1



Intervalle	$(-\infty, -3)$	$(-3, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, \infty)$
Signe	-	+	-	+

Solution : lorsque $-3 < x < -2$ ou $x > -1$

$x \in (-3, -2) \cup (-1, \infty)$

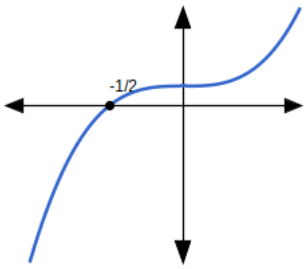
11) Où le polynôme $y = 8x^3 + 1$ est-il positif ? Justifiez votre solution.

Somme de cubes :

$$8x^3 + 1 > 0$$
$$(2x + 1)\left[(2x)^2 - (2x)(1) + (1)^2\right] > 0$$
$$(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) > 0$$

Vérifiez le discriminant de $4x^2 - 2x + 1$: $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(4)(1) = -12$, pas de racines réelles, donc ce facteur est toujours positif (coefficient dominant positif). Le signe est donc déterminé entièrement par $2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.



Solution : $8x^3 + 1 > 0$ lorsque $x > -\frac{1}{2}$

$x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

12) Résolvez $6x^3 + 13x^2 - 41x + 12 \leq 0$ à l'aide d'un tableau des signes.

Zéros possibles : $\pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{6}, \pm 2, \pm\frac{2}{3}, \pm 3, \pm\frac{3}{2}, \pm 4, \pm\frac{4}{3}, \pm 6, \pm 12$

$f(-4) = 0$, donc $x + 4$ est un facteur

$$\begin{array}{r|rrrr} -4 & 6 & 13 & -41 & 12 \\ & & -24 & 44 & -12 \\ \hline & 6 & -11 & 3 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$(x + 4)(6x^2 - 11x + 3) \leq 0$$
$$(x + 4)(2x - 3)(3x - 1) \leq 0$$

Abscisses à l'origine à $x = -4, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}$

Intervalle	$(-\infty, -4)$	$\left(-4, \frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$	$\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$
Signe	-	+	-	+

Solution : lorsque $x \leq -4$ ou $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{3}{2}$

$x \in (-\infty, -4] \cup \left[\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right]$

Section 4 : 2.4 - Familles de polynômes

13) Déterminez une équation pour la famille de fonctions quartiques qui ont des zéros réels de 3 (ordre 2) et $2 \pm \sqrt{2}$.

Facteur pour $x = 3$: $(x - 3)$ ordre 2

$$x - 2 = \pm\sqrt{2}$$
$$(x - 2)^2 = 2$$
$$x^2 - 4x + 4 = 2$$
$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

Équation pour la famille :

$$y = k(x - 3)^2(x^2 - 4x + 2)$$

14) Une famille de fonctions cubiques a comme zéros -2, -3 et -5. Trouvez le membre de cette famille qui passe par le point $(2, -35)$. Quelle est l'ordonnée à l'origine de ce polynôme ?

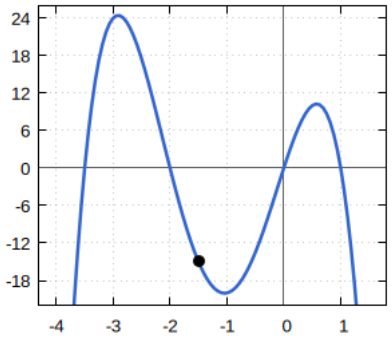
$$f(x) = k(x + 2)(x + 3)(x + 5)$$
$$f(2) = k(2 + 2)(2 + 3)(2 + 5)$$
$$-35 = k(4)(5)(7)$$
$$-35 = 140k$$
$$k = -\frac{1}{4}$$
$$f(0) = -\frac{1}{4}(0 + 2)(0 + 3)(0 + 5)$$
$$= -\frac{1}{4}(30)$$
$$= -\frac{15}{2}$$

L'équation est $f(x) = -\frac{1}{4}(x + 2)(x + 3)(x + 5)$. Elle a une ordonnée à l'origine de $\left(0, -\frac{15}{2}\right)$.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

15) Déterminez une équation pour chacune des fonctions suivantes

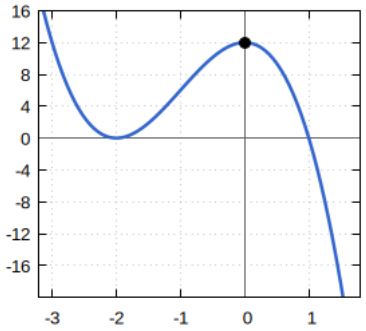
a)



$f(x) = k(2x + 7)(x + 2)(x)(x - 1)$
$-15 = k[2(-1.5) + 7](-1.5 + 2)(-1.5)(-1.5 - 1)$
$-15 = k(4)(0.5)(-1.5)(-2.5)$
$-15 = 7.5k$
$k = -2$

$f(x) = -2x(2x + 7)(x + 2)(x - 1)$

b)



$f(x) = k(x + 2)^2(x - 1)$
$12 = k(0 + 2)^2(0 - 1)$
$12 = k(4)(-1)$
$12 = -4k$
$k = -3$

$f(x) = -3(x + 2)^2(x - 1)$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.