2.6 Leçon sur la résolution d'inéquations avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

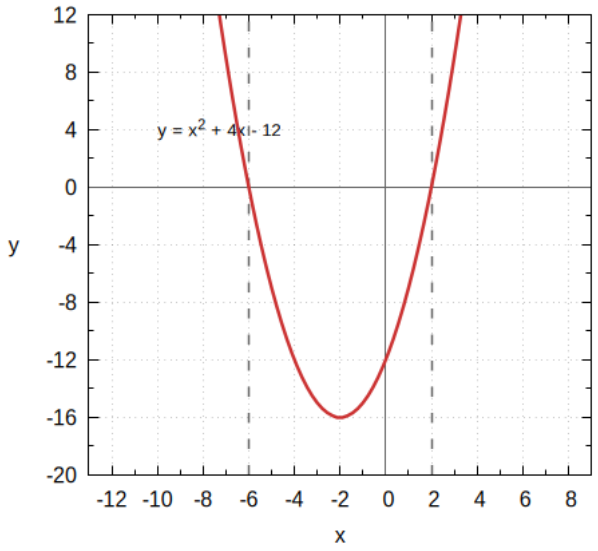
Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Dans cette section, vous apprendrez la signification d'une inéquation polynomiale et examinerez des méthodes pour résoudre des inéquations polynomiales.

Partie 1 : Introduction aux inéquations

Tâche : Lisez ce qui suit par vous-même

Examinez le graphique de $y = x^2 + 4x - 12$.



Les abscisses à l'origine sont -6 et 2. Celles-ci correspondent aux zéros de la fonction $y = x^2 + 4x - 12$. Remarquez que la version en forme factorisée de la fonction est $y = (x + 6)(x - 2)$. En se déplaçant de gauche à droite le long de l'axe x, on peut faire les observations suivantes :

- La fonction est positive lorsque $x < -6$, car les valeurs de y sont positives
- La fonction est négative lorsque $-6 < x < 2$, car les valeurs de y sont négatives
- La fonction est positive lorsque $x > 2$, car les valeurs de y sont positives.

Les zéros -6 et 2 divisent l'axe x en trois intervalles. Dans chaque intervalle, la fonction est soit positive, soit négative. L'information peut être résumée dans un tableau :

Intervalle	$x < -6$	$-6 < x < 2$	$x > 2$
Signe de la fonction	$+$	$-$	$+$

Inéquations polynomiales : Une inéquation polynomiale résulte lorsque le signe d'égalité dans une équation polynomiale est remplacé par un symbole d'inégalité.

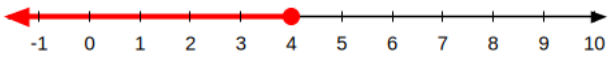
Les zéros réels d'une fonction polynomiale, ou les abscisses à l'origine du graphique correspondant, divisent l'axe x en intervalles qui peuvent être utilisés pour résoudre une inéquation polynomiale.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Partie 1 : Inéquations et droites numériques

Exemple 1 : Écrivez une inéquation qui correspond aux valeurs de x montrées sur chaque droite numérique

a)

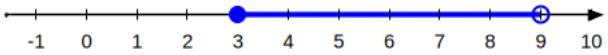


$x \leq 4$

OU

$(-\infty, 4]$

b)



$3 \leq x < 9$

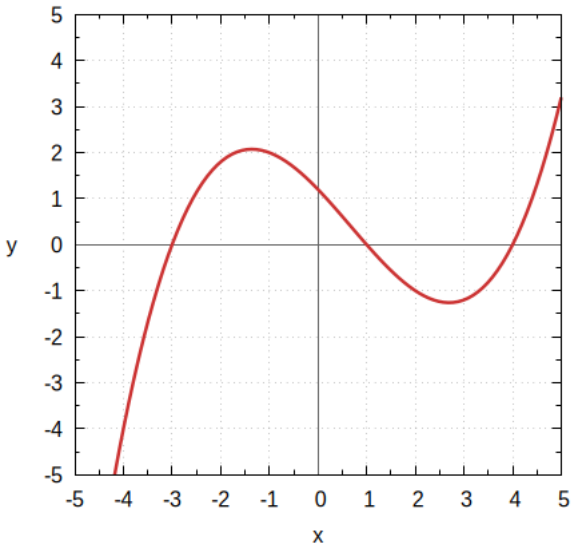
OU

$[3, 9)$

Partie 2 : Résoudre une inéquation à partir du graphique

Exemple 2 : Utilisez le graphique de la fonction $f(x)$ pour répondre aux inéquations suivantes…

$f(x) = 0.1(x-1)(x+3)(x-4)$



a) $f(x) < 0$

$f(x) < 0$ lorsque : $x < -3$ ou $1 < x < 4$

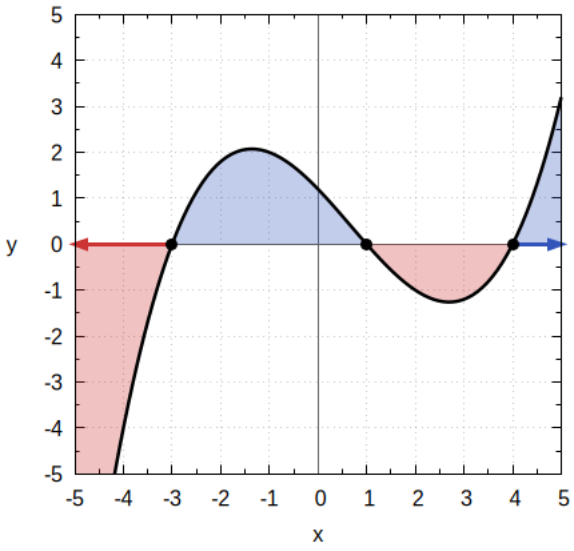
$(-\infty, -3) \cup (1, 4)$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

b) $f(x) \geq 0$

$f(x) \geq 0$ lorsque : $-3 \leq x \leq 1$ ou $x \geq 4$

$[-3, 1] \cup [4, \infty)$



Partie 2 : Résoudre des inéquations linéaires

Remarque : Résoudre des inéquations linéaires est la même chose que résoudre des équations linéaires. Cependant, lorsque les deux côtés d'une inéquation sont multipliés ou divisés par un nombre négatif, le symbole d'inégalité doit être inversé.

Exemple 3 : Résolvez chaque inéquation

a) $x - 8 \geq 3$

$x \geq 3 + 8$

$x \geq 11$

b) $-4 - 2x < 12$

$-2x < 16$

$x > -8$ (inversez l'inégalité en divisant par un nombre négatif)

Partie 2 : Résoudre des inéquations de degré 2 et plus

Étapes pour résoudre algébriquement des inéquations polynomiales :

1. Utilisez les opérations inverses pour déplacer tous les termes d'un côté de l'inéquation
2. Factorisez le polynôme pour déterminer les zéros de l'équation correspondante
3. Trouvez le ou les intervalles où la fonction est positive ou négative, soit en :
    1. traçant le graphique de la fonction à l'aide des zéros, du coefficient dominant et du degré
    2. faisant un tableau de facteurs et en testant des valeurs dans chaque intervalle

Exemple 4 : Résolvez algébriquement chaque inéquation polynomiale

a) $2x^2 + 3x - 9 > 0$

Méthode 1 : Tracer l'inéquation

$2x^2 + 3x - 9 > 0$—quand est-elle au-dessus de l'axe des x ?

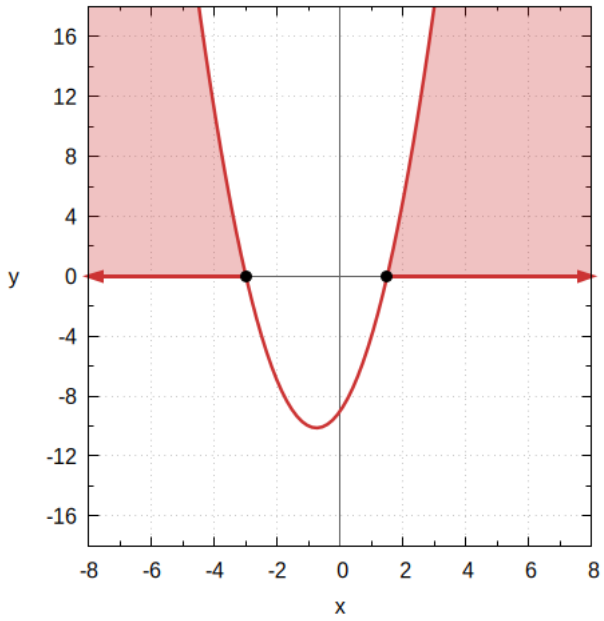
Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$(2x^2 + 6x) + (-3x - 9) > 0$

$2x(x + 3) - 3(x + 3) > 0$

$(x + 3)(2x - 3) > 0$

Abscisses à l'origine en -3 et 1.5



$2x^2 + 3x - 9 > 0$ lorsque… $x < -3$ ou $x > 1.5$

$(-\infty, -3) \cup (1.5, \infty)$

Méthode 2 : Tableau de facteurs (tableau des signes)

Pour faire un tableau de facteurs :

- Utilisez les abscisses à l'origine et les asymptotes verticales pour diviser en intervalles
- Utilisez un point d'essai dans chaque intervalle pour trouver le signe de chaque facteur
- Déterminez le signe global du produit en multipliant les signes de chaque facteur dans chaque intervalle.

	$x < -3$	$-3 < x < 1.5$	$x > 1.5$
Point d'essai	-4	0	2
$x + 3$	-	+	+
$2x - 3$	-	-	+
Signe global	+	-	+

$\therefore 2x^2 + 3x - 9 > 0$ lorsque $x < -3$ ou $x > 1.5$

$(-\infty, -3) \cup (1.5, \infty)$

b) $-2x^3 - 6x^2 + 12x \leq -16$

Méthode 1 : Tracer l'inéquation

$-2x^3 - 6x^2 + 12x + 16 \leq 0$

$-2(x^3 + 3x^2 - 6x - 8) \leq 0$

Divisez les deux côtés par -2 (inversez l'inégalité) :

$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$

Les facteurs de -8 sont : $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$

$f(-1) = 0$, donc $x + 1$ est un facteur.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

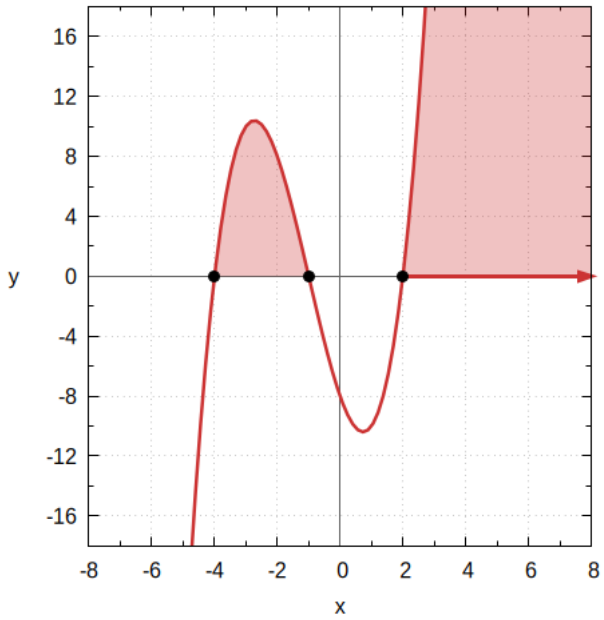
$$\begin{array}{r|cccc} -1 & 1 & 3 & -6 & -8 \\ & & -1 & -2 & 8 \\ \hline & 1 & 2 & -8 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$(x+1)(x^2+2x-8) \geq 0$

$(x+1)(x+4)(x-2) \geq 0$

Abscisses à l'origine en -1, -4, et 2

Coefficient dominant positif, degré 3



Solution : $-4 \leq x \leq -1$ ou $x \geq 2$

$[-4, -1] \cup [2, \infty)$

Méthode 2 : Tableau de facteurs (tableau des signes)

	$x < -4$	$-4 < x < -1$	$-1 < x < 2$	$x > 2$
Point d'essai	-5	-2	0	3
$x+1$	-	-	+	+
$x+4$	-	+	+	+
$x-2$	-	-	-	+
Signe global	-	+	-	+

Solution : $[-4, -1] \cup [2, \infty)$

c) $x^3 + 4x^2 + 6x < -24$

$x^3 + 4x^2 + 6x + 24 < 0$

Factorisez par groupement :

$x^2(x+4) + 6(x+4) < 0$

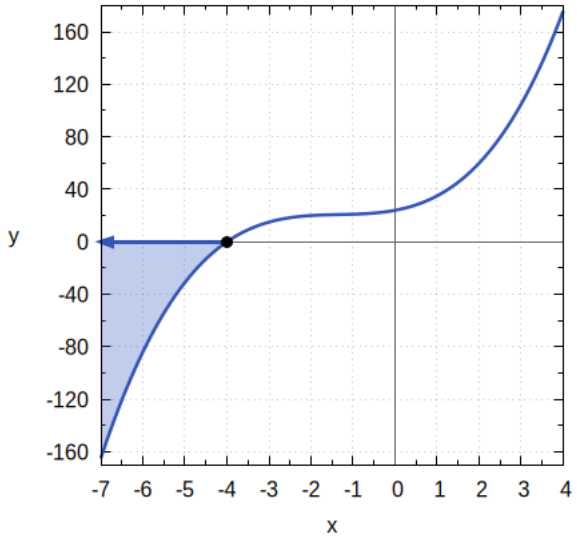
$(x+4)(x^2+6) < 0$

Abscisse à l'origine en -4 ; $x^2 + 6 = 0$ n'a aucune solution réelle

	$x < -4$	$x > -4$
Point d'essai	-5	0
$x+4$	-	+
x^2+6	+	+

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Signe global	-	+



Solution : $x < -4$, ou $(-\infty, -4)$

Partie 2 : Applications des inéquations

3) Le prix, p, en dollars, d'une action t années après 1999 peut être modélisé par la fonction $p(t) = 0.5t^3 - 5.5t^2 + 14t$. Quand le prix de l'action sera-t-il supérieur à 90 $?

$0.5t^3 - 5.5t^2 + 14t > 90$

$0.5t^3 - 5.5t^2 + 14t - 90 > 0$

$0.5(t^3 - 11t^2 + 28t - 180) > 0$

$t^3 - 11t^2 + 28t - 180 > 0$

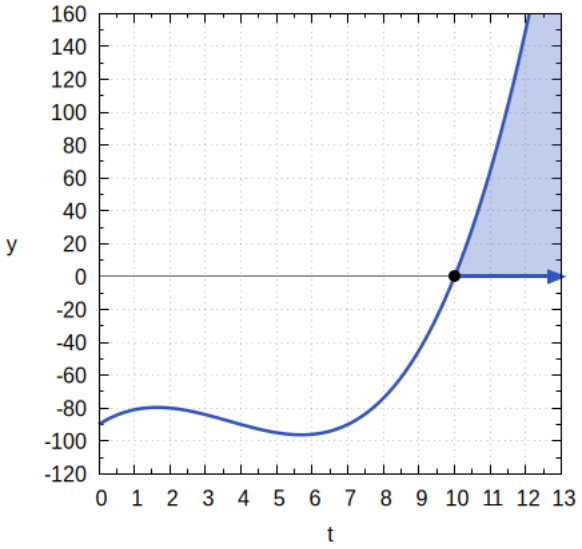
$f(10) = 0$, donc $t - 10$ est un facteur

10	1	−11	28	−180
		10	−10	180
	1	−1	18	0
	t^2	t	#	R

$(t - 10)(t^2 - t + 18) > 0$

Vérifiez le discriminant de $t^2 - t + 18$: $b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(18) = -71$—aucune solution réelle, donc $t^2 - t + 18$ est toujours positif.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.



Solution : $t > 10$, donc le prix de l'action sera supérieur à 90 $ après l'année 2009.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.