2.5 Leçon sur les familles de fonctions polynomiales avec solutions

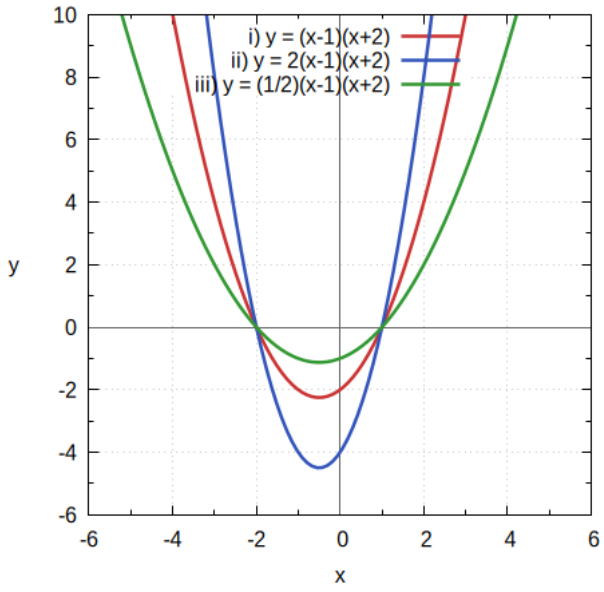
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

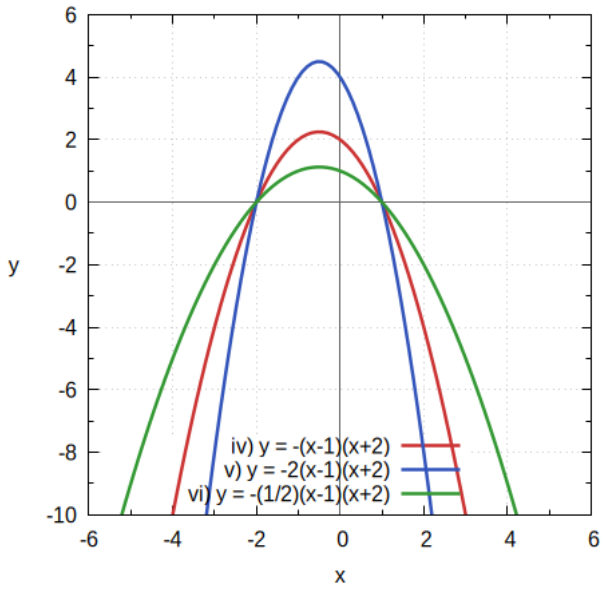
Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Dans cette section, vous déterminerez des équations pour une famille de fonctions polynomiales à partir d'un ensemble de zéros. À l'aide de renseignements supplémentaires, vous déterminerez une équation pour un membre particulier de la famille.

Partie 1 : Investigation

1)





a) En quoi les graphiques des fonctions sont-ils semblables et en quoi sont-ils différents ?

Semblable :

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

- abscisses à l'origine (zéros)
- les équations ont le même degré

Différent :

- ordonnées à l'origine
- facteurs d'étirement ou de compression
- sommets

b) Décrivez la relation entre les graphiques des fonctions de la forme $y = k(x - 1)(x + 2)$, où $k \in \mathbb{R}$

Elles ont les mêmes abscisses à l'origine.

2)

a) Examinez les fonctions suivantes. En quoi sont-elles semblables ? En quoi sont-elles différentes ?

i) $y = -2(x - 1)(x + 3)(x - 2)$

ii) $y = -(x - 1)(x + 3)(x - 2)$

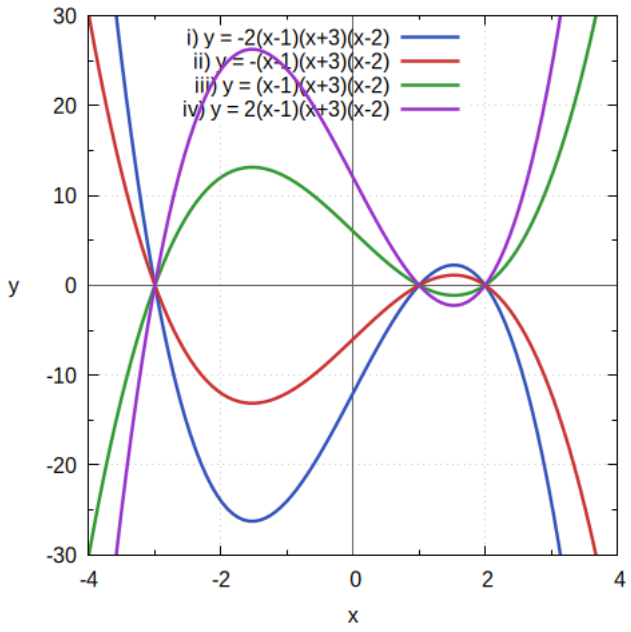
iii) $y = (x - 1)(x + 3)(x - 2)$

iv) $y = 2(x - 1)(x + 3)(x - 2)$

b) Prédisez en quoi les graphiques des fonctions seront semblables et en quoi ils seront différents.

Ils auront les mêmes abscisses à l'origine, mais leur forme et leur direction seront différentes en raison du signe et de la valeur du coefficient dominant.

c) Utilisez la technologie pour vous aider à esquisser les graphiques des quatre fonctions sur le même système d'axes.



Famille de fonctions : Une famille de fonctions est un ensemble de fonctions qui partagent les mêmes caractéristiques. Les fonctions polynomiales ayant les mêmes zéros sont dites de la même famille. Les graphiques des fonctions polynomiales qui appartiennent à la même famille ont les mêmes abscisses à l'origine, mais ont des ordonnées à l'origine différentes (à moins que 0 soit l'une des abscisses à l'origine).

Une équation pour la famille de fonctions polynomiales avec les zéros a_1, a_2, a_3, ..., a_n est :

$$y = k(x - a_1)(x - a_2)(x - a_3)...(x - a_n), \text{ où } k \in \mathbb{R},\ k \neq 0$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Partie 2 : Représenter une famille de fonctions algébriquement

1) Les zéros d'une famille de fonctions quadratiques sont 2 et -3.

a) Déterminez une équation pour cette famille de fonctions.

$y = k(x - 2)(x + 3)$

b) Écrivez des équations pour deux fonctions qui appartiennent à cette famille

$y = 8(x - 2)(x + 3)$

$y = -3(x - 2)(x + 3)$

c) Déterminez une équation pour le membre de la famille qui passe par le point $(1, 4)$.

$y = k(x - 2)(x + 3)$

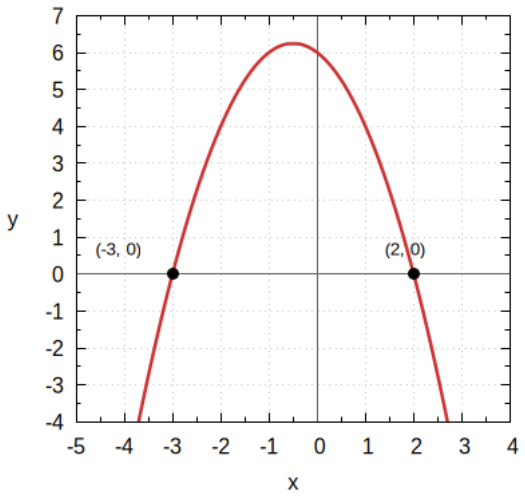
$4 = k(1 - 2)(1 + 3)$

$4 = k(-1)(4)$

$4 = -4k$

$-1 = k$

$y = -(x - 2)(x + 3)$



2) Les zéros d'une famille de fonctions cubiques sont -2, 1, et 3.

a) Déterminez une équation pour cette famille.

$y = k(x + 2)(x - 1)(x - 3)$

b) Déterminez une équation pour le membre de la famille dont le graphique a une ordonnée à l'origine de -15.

$-15 = k(0 + 2)(0 - 1)(0 - 3)$

$-15 = k(2)(-1)(-3)$

$-15 = 6k$

$k = -2.5$

$y = -2.5(x + 2)(x - 1)(x - 3)$

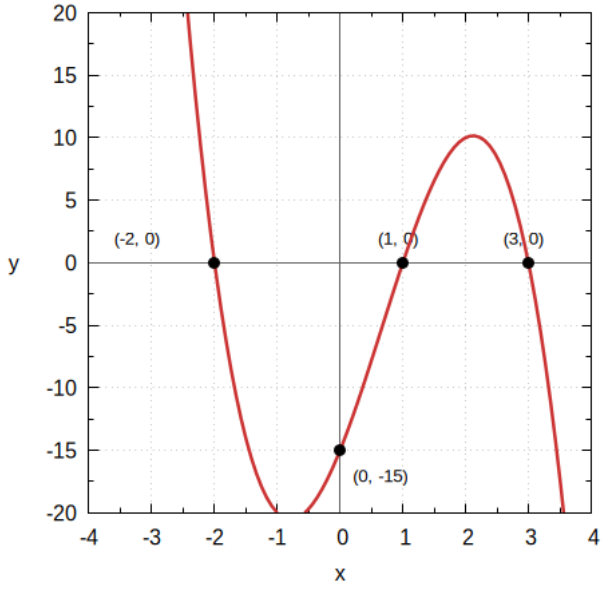
d) Esquissez un graphique de la fonction

Pour esquisser un graphique :

- Placez l'ordonnée à l'origine
- Placez les abscisses à l'origine
- Utilisez le degré et le coefficient dominant pour déterminer le comportement à l'infini

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Coefficient dominant négatif et degré impair, donc le graphique s'étend du quadrant 2 au quadrant 4



3) Déterminez une équation pour la famille de fonctions cubiques avec les zéros $3 \pm \sqrt{5}$ et $-\frac{1}{2}$

Facteurs :

$x = 3 \pm \sqrt{5}$

$x - 3 = \pm\sqrt{5}$

$(x-3)^2 = 5$

$x^2 - 6x + 9 = 5$

$x^2 - 6x + 4 = 0$

$x = -\frac{1}{2}$

$2x = -1$

$2x + 1 = 0$

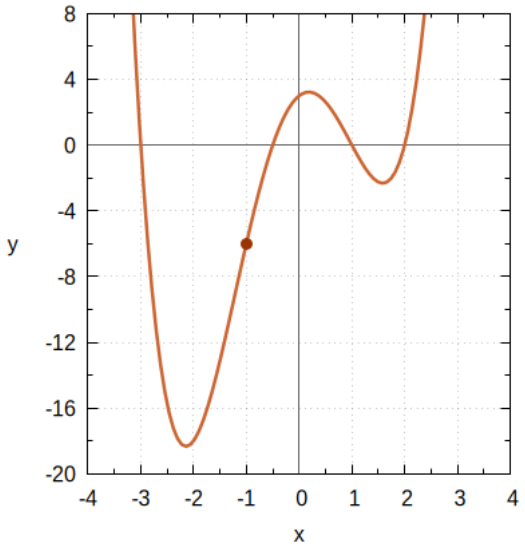
Équation :

$$P(x) = k(2x+1)(x^2 - 6x + 4)$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Partie 3 : Déterminer une équation pour une fonction à partir d'un graphique

4) Déterminez une équation pour la fonction quartique représentée par ce graphique.



Les abscisses à l'origine sont -3, $-\frac{1}{2}$, 1, et 2

$y = k(x + 3)(2x + 1)(x - 1)(x - 2)$

Le graphique passe par le point $(-1, -6)$

$-6 = k(-1 + 3)(2(-1) + 1)(-1 - 1)(-1 - 2)$

$-6 = k(2)(-1)(-2)(-3)$

$-6 = -12k$

$k = 0.5$

$y = 0.5(x + 3)(2x + 1)(x - 1)(x - 2)$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.