2.4 Leçon sur la résolution d'équations polynomiales

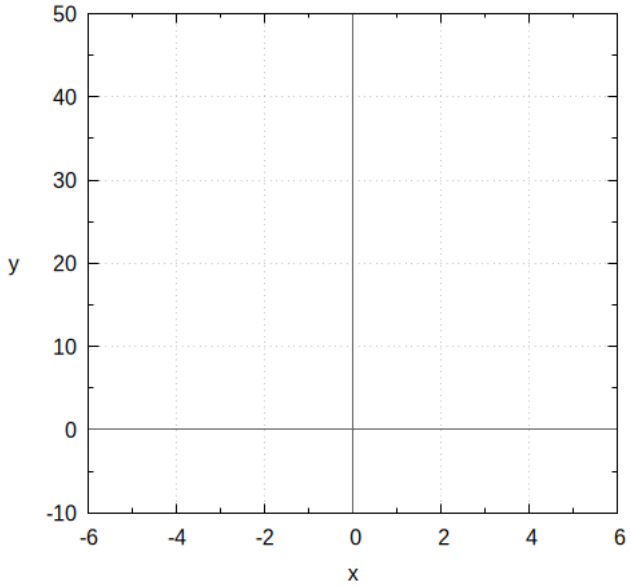
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Dans cette section, vous apprendrez des méthodes pour résoudre des équations polynomiales de degré supérieur à deux par factorisation (à l'aide du théorème du facteur). Vous identifierez également le lien entre les racines des équations polynomiales, les abscisses à l'origine du graphique d'une fonction polynomiale, et les zéros de la fonction.

Partie 1 : Investigation

a) Utilisez la technologie pour tracer le graphique de la fonction $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$



b) Déterminez les abscisses à l'origine à partir du graphique

c) Factorisez $f(x)$. Ensuite, utilisez les facteurs pour déterminer les zéros (racines) de $f(x)$.

Rappel : Les zéros de la fonction sont les valeurs de x qui font $f(x) = 0$. Si l'équation polynomiale est factorisable, alors les valeurs des zéros (racines) peuvent être déterminées algébriquement en résolvant chaque facteur linéaire ou quadratique.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

d) Comment les abscisses à l'origine du graphique sont-elles liées aux racines (zéros) de l'équation ?

Exemple 1 : Indiquez les solutions des polynômes suivants qui sont déjà sous forme factorisée

a) $x(2x + 3)(x - 5) = 0$

b) $(2x^2 - 3)(3x^2 + 1) = 0$

Exemple 2 : Résolvez chaque équation polynomiale par factorisation

a) $x^3 - x^2 - 2x = 0$

b) $3x^3 + x^2 - 12x - 4 = 0$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

Méthodes de factorisation :

- Division longue et division synthétique
- Factorisation par groupement
- Différence de carrés : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- Mise en évidence simple
- Factorisation de trinômes (somme et produit)
- Somme et différence de cubes : $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Exemple 3 :

a) Résolvez $0 = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$

b) Que représentent vos réponses en a) ?

Exemple 4 : Trouvez les zéros de la fonction polynomiale $f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$

Exemple 5 :

a) Trouvez les racines de la fonction polynomiale $f(x) = x^3 + x - 3x^2 - 3$

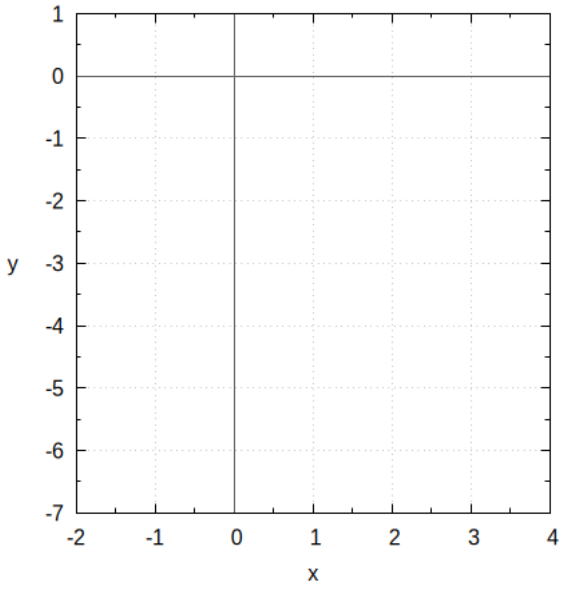
Commencez par réarranger en ordre décroissant de degré :

Remarque : Puisque la racine carrée d'un nombre négatif n'est pas un nombre réel, la seule racine RÉELLE est $x = 3$.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$x = \pm\sqrt{-1}$ est considérée comme une racine NON RÉELLE.

b) Utilisez la technologie pour observer le graphique de la fonction $f(x)$. Commentez la façon dont les abscisses à l'origine du graphique sont liées aux racines RÉELLES et NON RÉELLES de l'équation.



Exemple 6 : Trouvez toutes les solutions réelles de chaque équation polynomiale

a) $0 = 2x^3 - 3x^2 - x - 2$

b) $0 = 8x^3 + 125$

Indice : Il s'agit d'une somme de cubes $\rightarrow a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.