2.2 Leçon sur la division synthétique avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Dans cette section, vous apprendrez à utiliser la division synthétique comme méthode alternative pour diviser un polynôme par un binôme. La division synthétique est une façon efficace de diviser un polynôme par un binôme de la forme $x - b$.

IMPORTANT : Que l'on utilise la division polynomiale OU synthétique…

- Les termes doivent être arrangés en ordre décroissant de degré, tant dans le diviseur que dans le dividende.
- Zéro doit être utilisé comme coefficient pour toute puissance manquante de la variable, tant dans le diviseur que dans le dividende.

Partie 1 : Division synthétique lorsque le binôme est de la forme $x - b$

Divisez $3x^3 - 5x^2 - 7x - 1$ par $x - 3$. Dans cette question, $b = 3$.

- Inscrivez les coefficients du dividende sur la première rangée. À gauche, écrivez la valeur de b (le zéro du diviseur).
- Abaissez le premier terme — c'est le coefficient du premier terme du quotient. Multipliez-le par la valeur de b et écrivez ce produit sous le deuxième terme du dividende.
- Additionnez maintenant les termes.
- Multipliez cette somme par la valeur de b et écrivez le produit sous le troisième terme du dividende. Répétez ce processus jusqu'à ce que le tableau soit complet.
- Le dernier nombre sous le tableau est le reste. Les nombres qui le précèdent sont les coefficients du quotient, en commençant par le degré inférieur d'une unité à celui du dividende.

$$(3x^3 - 5x^2 - 7x - 1) \div (x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 3 & -5 & -7 & -1 \\ & & 9 & 12 & 15 \\ \hline & 3 & 4 & 5 & 14 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

N'oubliez pas que la réponse peut s'écrire de deux façons…

$$\frac{3x^3 - 5x^2 - 7x - 1}{x - 3} = 3x^2 + 4x + 5 + \frac{14}{x - 3}$$

OU

$$3x^3 - 5x^2 - 7x - 1 = (x - 3)(3x^2 + 4x + 5) + 14$$

Exemple 1 : Utilisez la division synthétique pour diviser. Écrivez ensuite l'énoncé de multiplication qui pourrait être utilisé pour vérifier la division.

a) $(x^4 - 2x^3 + 13x - 6) \div (x + 2)$

Réécrivez le dividende avec la puissance manquante : $x^4 - 2x^3 + 0x^2 + 13x - 6$

$$(x^4 - 2x^3 + 0x^2 + 13x - 6) \div (x + 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & -2 & 0 & 13 & -6 \\ & & -2 & 8 & -16 & 6 \\ \hline & 1 & -4 & 8 & -3 & 0 \\ & x^3 & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$x^4 - 2x^3 + 13x - 6 = (x + 2)(x^3 - 4x^2 + 8x - 3)$$

Remarque : puisque le reste est zéro, le quotient et le diviseur sont tous deux des facteurs du dividende.

b) $(2x^3 - 5x^2 + 8x + 4) \div (x - 3)$

$$(2x^3 - 5x^2 + 8x + 4) \div (x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 2 & -5 & 8 & 4 \\ & & 6 & 3 & 33 \\ \hline & 2 & 1 & 11 & 37 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$2x^3 - 5x^2 + 8x + 4 = (x - 3)(2x^2 + x + 11) + 37$$

Partie 2 : Division synthétique lorsque le binôme est de la forme $ax - b$

Divisez $6x^3 + 5x^2 - 16x - 15$ par $2x + 3$

$2x + 3 = 2\left(x + \frac{3}{2}\right) \rightarrow b = -\frac{3}{2}$

- Pour utiliser la division synthétique, le diviseur doit être sous la forme $x - b$. Réécrivez le diviseur en mettant le coefficient de x en évidence.
- On peut maintenant diviser $6x^3 + 5x^2 - 16x - 15$ par $\left(x + \frac{3}{2}\right)$ à l'aide de la division synthétique, à condition de se rappeler de diviser le quotient par 2 ensuite.

$$(6x^3 + 5x^2 - 16x - 15) \div (x + \tfrac{3}{2})$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -\frac{3}{2} & 6 & 5 & -16 & -15 \\ & & -9 & 6 & 15 \\ \hline & 6 & -4 & -10 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$\frac{6x^2 - 4x - 10}{2} = 3x^2 - 2x - 5$$

$$6x^3 + 5x^2 - 16x - 15 = (2x + 3)(3x^2 - 2x - 5)$$

Vérifiez la réponse à l'aide de la division longue

$$\begin{array}{r} 3x^2 \quad -2x \quad -5 \\ \hline 2x + 3 \;)\; 6x^3 + 5x^2 - 16x - 15 \\ \underline{6x^3 + 9x^2} \\ -4x^2 - 16x \\ \underline{-4x^2 - 6x} \\ -10x - 15 \\ \underline{-10x - 15} \\ R = 0 \end{array}$$

Remarque : la division synthétique ne peut être utilisée qu'avec un diviseur linéaire. Elle est surtout utile avec un diviseur de la forme $x - b$. Si le diviseur est $ax - b$, elle peut être utilisée, mais la division longue peut être plus facile.

Exemple 2 : Trouvez chaque quotient en choisissant une stratégie appropriée.

a) Divisez $x^3 - 4x^2 + 2x + 3$ par $x - 3$

Utilisez la division synthétique, car on a un diviseur linéaire de la forme $x - b$.

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.

$$(x^3 - 4x^2 + 2x + 3) \div (x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & -4 & 2 & 3 \\ & & 3 & -3 & -3 \\ \hline & 1 & -1 & -1 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$x^3 - 4x^2 + 2x + 3 = (x - 3)(x^2 - x - 1)$$

b) Divisez $12x^4 - 56x^3 + 59x^2 + 9x - 18$ par $2x + 1$

$$\begin{array}{r} 6x^3 - 31x^2 + 45x - 18 \\ \hline 2x + 1 \;)\; 12x^4 - 56x^3 + 59x^2 + 9x - 18 \\ \underline{12x^4 + 6x^3} \\ -62x^3 + 59x^2 \\ \underline{-62x^3 - 31x^2} \\ 90x^2 + 9x \\ \underline{90x^2 + 45x} \\ -36x - 18 \\ \underline{-36x - 18} \\ R = 0 \end{array}$$

$$12x^4 - 56x^3 + 59x^2 + 9x - 18 = (2x + 1)(6x^3 - 31x^2 + 45x - 18)$$

c) Divisez $x^4 - 2x^3 + 5x + 3$ par $x^2 + 2x + 1$

Utilisez la division longue, car il s'agit d'un diviseur non linéaire.

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 7 \\ \hline x^2 + 2x + 1 \;)\; x^4 - 2x^3 + 0x^2 + 5x + 3 \\ \underline{x^4 + 2x^3 + x^2} \\ -4x^3 - x^2 + 5x \\ \underline{-4x^3 - 8x^2 - 4x} \\ 7x^2 + 9x + 3 \\ \underline{7x^2 + 14x + 7} \\ R = -5x - 4 \end{array}$$

$$x^4 - 2x^3 + 5x + 3 = (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 4x + 7) - 5x - 4$$

d) Divisez $x^4 - x^3 - x^2 + 2x + 1$ par $x^2 + 2$

Utilisez la division longue, car il s'agit d'un diviseur non linéaire.

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 3 \\ \hline x^2 + 0x + 2 \;)\; x^4 - x^3 - x^2 + 2x + 1 \\ \underline{x^4 + 0x^3 + 2x^2} \\ -x^3 - 3x^2 + 2x \\ \underline{-x^3 + 0x^2 - 2x} \\ -3x^2 + 4x + 1 \\ \underline{-3x^2 + 0x - 6} \\ R = 4x + 7 \end{array}$$

$$x^4 - x^3 - x^2 + 2x + 1 = (x^2 + 2)(x^2 - x - 3) + 4x + 7$$

Droits d'auteur © 2026 Annie Bernatchez—Tous droits réservés.