

7.6 Révision avant-test de l'unité 7 – Représentation graphique avec solutions

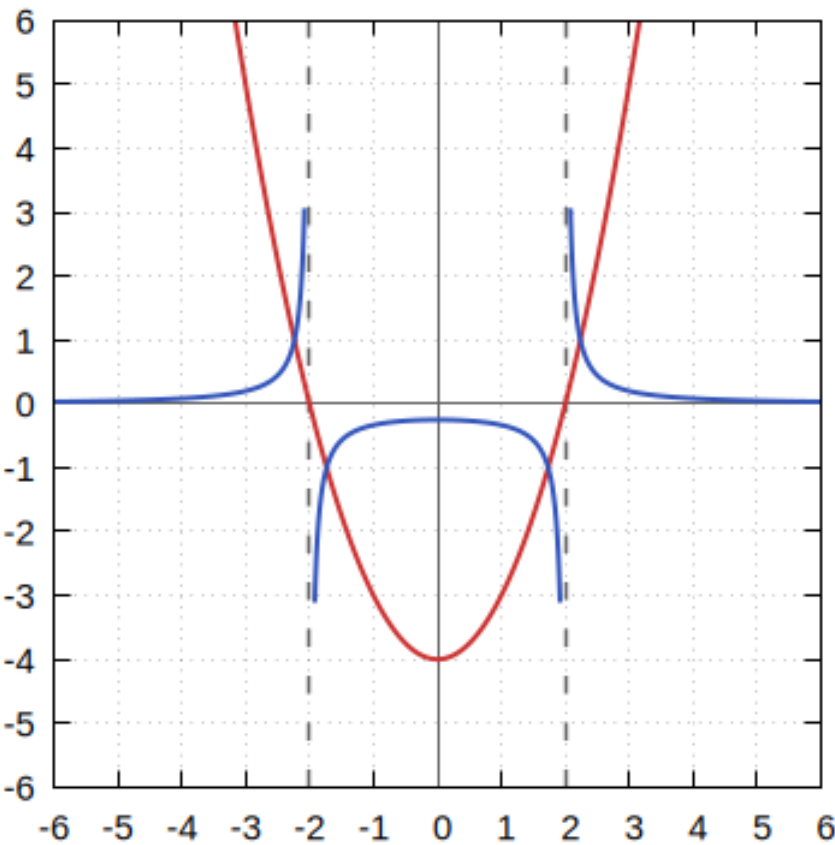
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.
Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Section 1 : Fonctions rationnelles et combinaisons de fonctions

1) Trace le graphique de chacune des fonctions inverses suivantes. Commence par tracer le graphique de la fonction au dénominateur. Indique le plus de renseignements caractéristiques possible sur le graphique (p. ex. les abscisses /ordonnées à l'origine, les asymptotes avec leurs équations, d'autres points déterminants, etc.).

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$
 $y = x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$. **Abscisses à l'origine : $x = -2, 2$**
 $AV : x = 2$ et $x = -2$, $AH : y = 0$

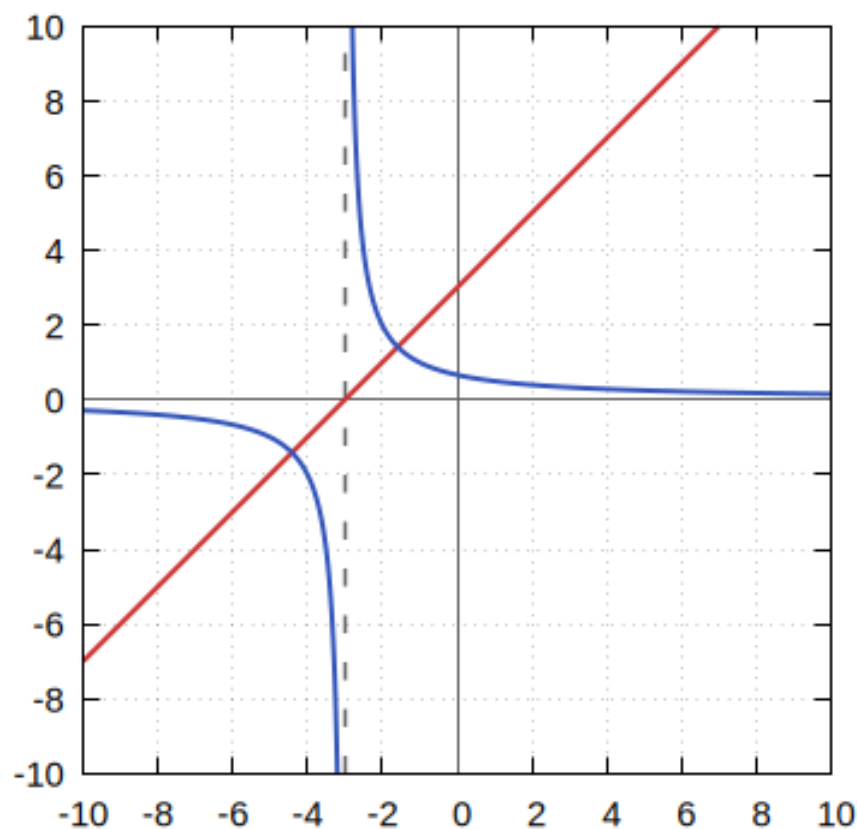
x	$y = x^2 - 4$	$y = \frac{1}{x^2 - 4}$
-3	5	0.2
-2	0	non défini
-1	-3	-0.33
0	-4	-0.25
1	-3	-0.33
2	0	non défini
3	5	0.2



b) $g(x) = \frac{2}{x+3}$

 $y = x + 3$. Abscisse à l'origine : $x = -3$ $AV : x = -3$, $AH : y = 0$

x	$y = x + 3$	$y = \frac{2}{x+3}$
-5	-2	-1
-4	-1	-2
-3	0	non défini
-2	1	2
-1	2	1

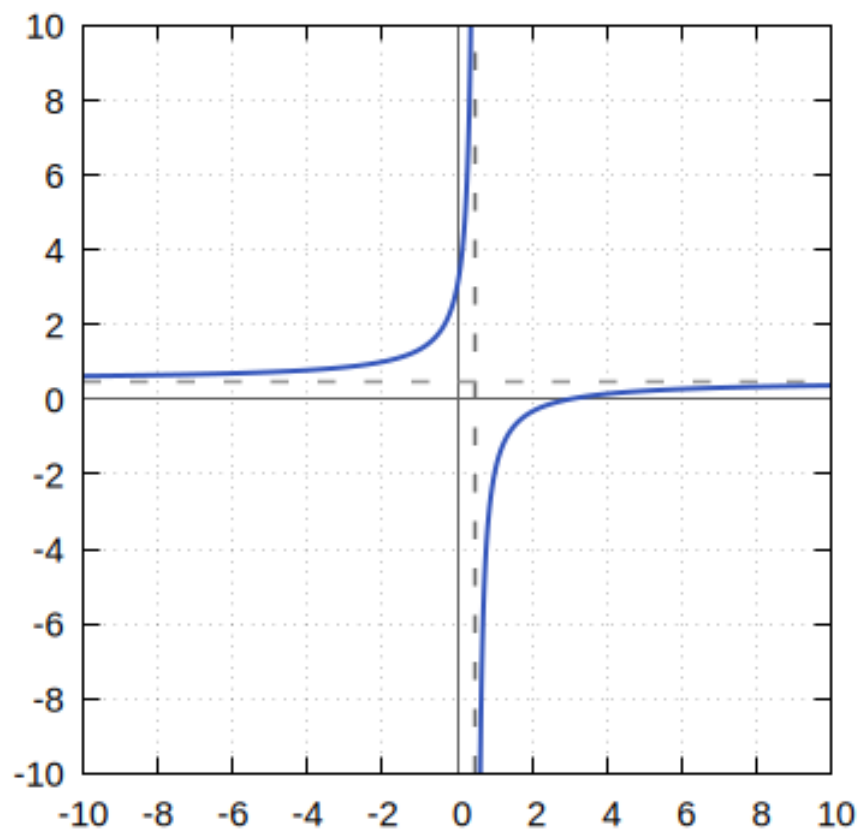


2) Trace le graphique de chacune des fonctions suivantes. Assure-toi d'indiquer les caractéristiques clés des fonctions, y compris les abscisses/ordonnées à l'origine et les asymptotes.

a) $f(x) = \frac{x-3}{2x-1}$

$AH : y = \frac{1}{2}$, $AV : x = \frac{1}{2}$

Abscisse à l'origine : $0 = x - 3 \Rightarrow x = 3$, c.-à-d. (3, 0)Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{0-3}{2(0)-1} = 3$, c.-à-d. (0, 3)autre point : $f(2) = \frac{2-3}{2(2)-1} = -\frac{1}{3}$, c.-à-d. (2, -0.33)



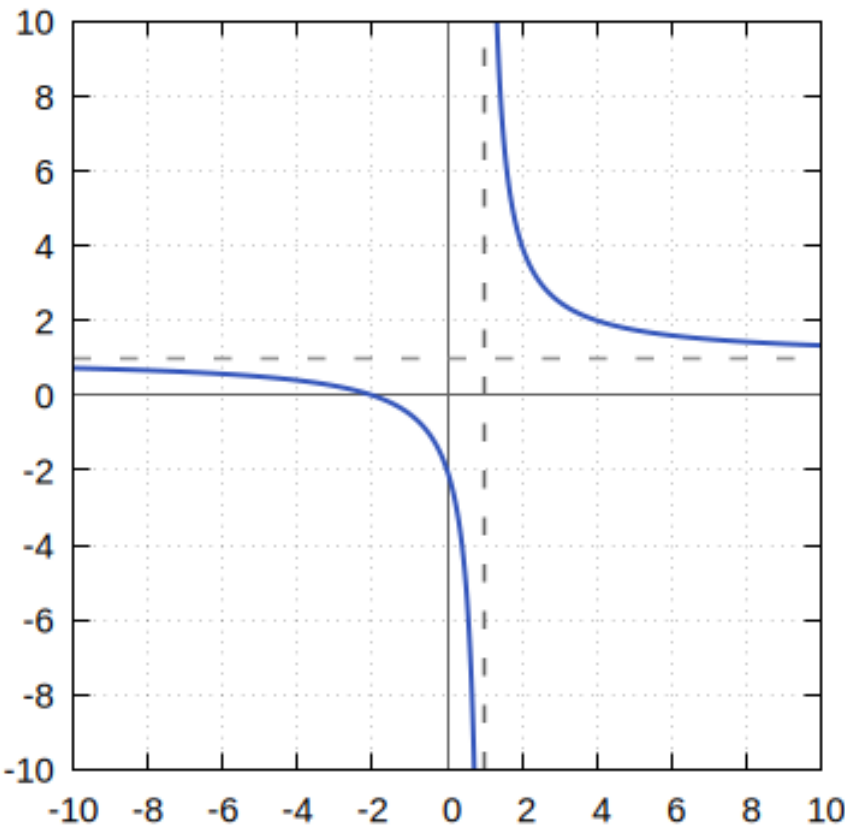
b) $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$

$AH : y = 1, AV : x = 1$

Abscisse à l'origine : $0 = x + 2 \Rightarrow x = -2$, c.-à-d. $(-2, 0)$

Ordonnée à l'origine : $g(0) = \frac{0+2}{0-1} = -2$, c.-à-d. $(0, -2)$

autre point : $g(-1) = \frac{-1+2}{-1-1} = -\frac{1}{2}$, c.-à-d. $(-1, -0.5)$



3) Utilise une calculatrice pour approximer chacune au millième près

a) $\ln 7$

$\ln 7 \approx 1.946$

b) $\ln e$

$\ln e = 1.000$

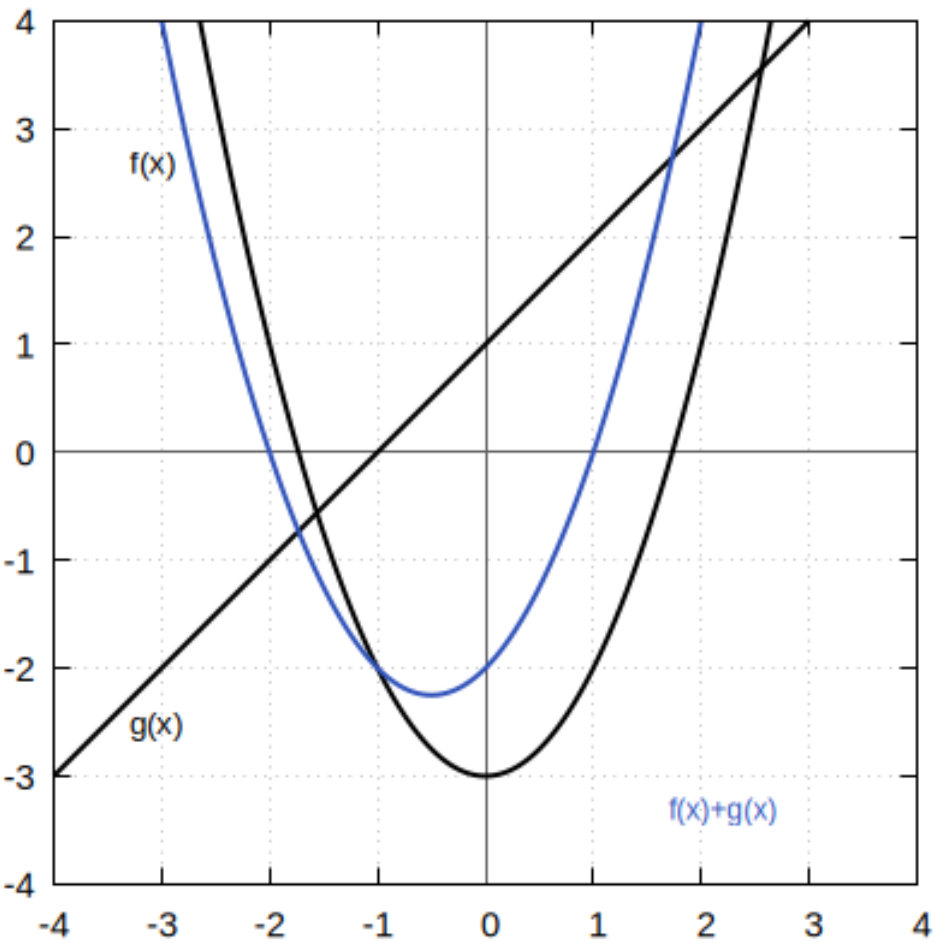
c) e^5

$e^5 \approx 148.413$

4) Utilise le principe de superposition pour tracer le graphique de chacune.

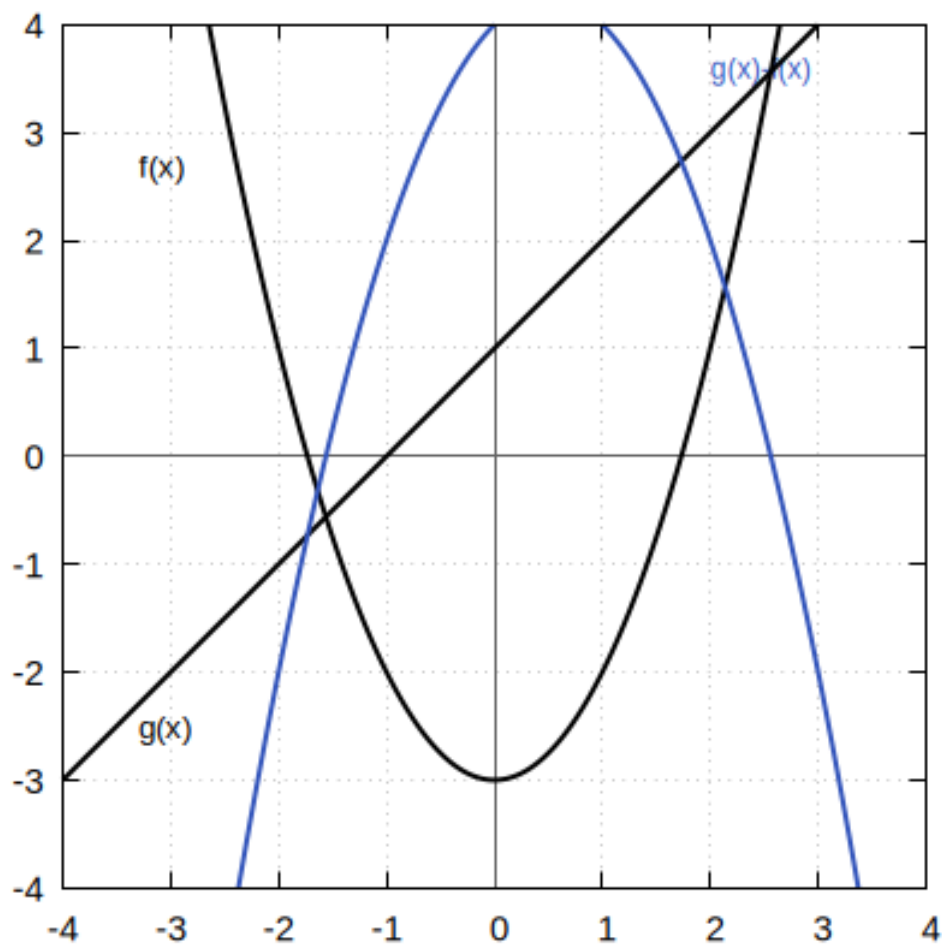
a) $y = f(x) + g(x)$

x	$f(x)$	$g(x)$	$f(x) + g(x)$	
-2	1	-1	0	
-1	-2	0	-2	
0	-3	1	-2	
1	-2	2	0	
2	1	3	4	



b) $y = g(x) - f(x)$

x	$g(x)$	$f(x)$	$g(x) - f(x)$	
-2	-1	1	-2	
-1	0	-2	2	
0	1	-3	4	
1	2	-2	4	
2	3	1	2	



5) Étant donné que $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x^2 + x$ et $h(x) = x^2 - 3$, élabore un modèle algébrique pour...

a) $y = f(x) - g(x)$

$$y = (2x + 3) - (x^2 + x)$$

$$y = -x^2 + x + 3$$

b) $y = f(x) - g(x) + h(x)$

$$y = (-x^2 + x + 3) + (x^2 - 3)$$

$$y = x$$

6) Si $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x^2 + x$ et $h(x) = x^2 - 3$, élabore des modèles algébriques pour chacune.

a) $y = f(h(x))$

$$y = 2(x^2 - 3) + 3$$

$$y = 2x^2 - 6 + 3$$

$$y = 2x^2 - 3$$

b) $y = g(f(x))$

$$y = (2x + 3)^2 + (2x + 3)$$

$$y = 4x^2 + 12x + 9 + 2x + 3$$

$$y = 4x^2 + 14x + 12$$

c) $y = f(f^{-1}(x))$

$$f^{-1}(x) : \text{soit } y = 2x + 3, \text{ échange } x \text{ et } y : x = 2y + 3$$

$$\frac{x - 3}{2} = y \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$$

$$f(f^{-1}(x)) = 2\left(\frac{x-3}{2}\right) + 3$$

$$= x - 3 + 3 = x$$

7) Résous les équations suivantes

a) $\frac{10}{x+1} = x - 2$ $10 = (x+1)(x-2)$ $0 = x^2 - x - 12$ $0 = (x-4)(x+3)$ $x = 4 \text{ ou } x = -3$	b) $\frac{x+3}{x-1} = 2x + 1$ $x+3 = (x-1)(2x+1)$ $0 = 2x^2 - 2x - 4$ $0 = (x-2)(x+1)$ $x = 2 \text{ ou } x = -1$
c) $\frac{3}{3x+2} = \frac{6}{5x}$ $3(5x) = 6(3x+2)$ $15x = 18x + 12$ $-3x = 12$ $x = -4$	d) $\frac{x-2}{x+3} = \frac{x-4}{x+5}$ $(x+5)(x-2) = (x-4)(x+3)$ $x^2 + 3x - 10 = x^2 - x - 12$ $4x = -2$ $x = -\frac{1}{2}$
e) $\frac{2}{x} + \frac{5}{3} = \frac{7}{x}$ $3(2) + 5(x) = 3(7)$ $6 + 5x = 21$ $x = 3$	f) $\frac{10}{x+3} + \frac{10}{3} = 6$ $3(10) + 10(x+3) = 18(x+3)$ $30 + 10x + 30 = 18x + 54$ $6 = 8x$ $x = \frac{3}{4}$
g) $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ $3(x+1) + 4x = 2x(x+1)$ $3x + 3 + 4x = 2x^2 + 2x$ $0 = 2x^2 - 5x - 3$ $0 = (x-3)(2x+1)$ $x = 3 \text{ ou } x = -\frac{1}{2}$	h) $3 = \frac{6}{2x^2 - x - 4}$ $2x^2 - x - 4 = 2$ $2x^2 - x - 6 = 0$ $(x-2)(2x+3) = 0$ $x = 2 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$

Section 2 : Inéquations rationnelles

8) Résous les inéquations rationnelles suivantes à l'aide d'un tableau de signes

a) $\frac{6x}{x+1} > 4$

$$\frac{6x}{x+1} - 4 > 0$$

$$\frac{6x - 4(x+1)}{x+1} > 0$$

$$\frac{2x - 4}{x+1} > 0$$

Abscisse à l'origine : $x = 2$; restriction : $x \neq -1$

Intervalle	$x < -1$	$-1 < x < 2$	$x > 2$
$x - 2$	-	-	+
$x + 1$	-	+	+
global	+	-	+

Solution : $x < -1$ ou $x > 2$, c.-à-d. $x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

b) $\frac{1}{2x+10} \geq \frac{1}{x+3}$

$$\frac{1}{2x+10} - \frac{1}{x+3} \geq 0$$

$$\frac{(x+3) - (2x+10)}{(2x+10)(x+3)} \geq 0$$

$$\frac{-x-7}{(2x+10)(x+3)} \geq 0$$

Abcisse à l'origine : $x = -7$; restrictions : $x \neq -5, -3$

Intervalle	$x < -7$	$-7 < x < -5$	$-5 < x < -3$	$x > -3$
$-x-7$	+	-	-	-
$2x+10$	-	-	+	+
$x+3$	-	-	-	+
global	+	-	+	-

Solution : $x \leq -7$ ou $-5 < x < -3$, c.-à-d. $x \in (-\infty, -7] \cup (-5, -3)$

c) $\frac{2x-3}{x+5} \geq \frac{2x+7}{x-3}$

$$\frac{(2x-3)(x-3) - (2x+7)(x+5)}{(x+5)(x-3)} \geq 0$$

$$\frac{-26x-26}{(x+5)(x-3)} \geq 0$$

$$\frac{-26(x+1)}{(x+5)(x-3)} \geq 0$$

Abcisse à l'origine : $x = -1$; restrictions : $x \neq -5, 3$

Intervalle	$x < -5$	$-5 < x < -1$	$-1 < x < 3$	$x > 3$
$x+1$	-	-	+	+
$x+5$	-	+	+	+
$x-3$	-	-	-	+
global	+	-	+	-

Solution : $x < -5$ ou $-1 \leq x < 3$, c.-à-d. $x \in (-\infty, -5) \cup [-1, 3)$

d) $\frac{7}{x-3} \geq \frac{2}{x+4}$

$$\frac{7(x+4) - 2(x-3)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

$$\frac{5x+34}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

Abcisse à l'origine : $x = -6.8$; restrictions : $x \neq -4, 3$

Intervalle	$x < -6.8$	$-6.8 < x < -4$	$-4 < x < 3$	$x > 3$
$5x+34$	-	+	+	+
$x-3$	-	-	-	+
$x+4$	-	-	+	+
global	-	+	-	+

Solution : $-6.8 \leq x < -4$ ou $x > 3$, c.-à-d. $x \in [-6.8, -4) \cup (3, \infty)$

e) $\frac{x^2 - x - 12}{x-1} < 0$

$$\frac{(x-4)(x+3)}{x-1} < 0$$

Abcisses à l'origine : $x = -3, 4$; restriction : $x \neq 1$

Intervalle	$x < -3$	$-3 < x < 1$	$1 < x < 4$	$x > 4$
$x-4$	-	-	-	+
$x+3$	-	+	+	+
$x-1$	-	-	+	+

global	-	+	-	+
--------	---	---	---	---

Solution : $x < -3$ ou $1 < x < 4$, c.-à-d. $x \in (-\infty, -3) \cup (1, 4)$

f) $\frac{6x^2 - 5x + 1}{2x + 1} < 0$

$\frac{(3x - 1)(2x - 1)}{2x + 1} < 0$

Abscisses à l'origine : $x = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$; restriction : $x \neq -\frac{1}{2}$

Intervalle	$x < -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$	$x > \frac{1}{2}$
$3x - 1$	-	-	+	+
$2x - 1$	-	-	-	+
$2x + 1$	-	+	+	+
global	-	+	-	+

Solution : $x < -\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$, c.-à-d. $x \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

g) $\frac{2x - 10}{x} > x - 5$

$\frac{2x - 10}{x} - x + 5 > 0$

$\frac{2x - 10 - x^2 + 5x}{x} > 0$

$\frac{-x^2 + 7x - 10}{x} > 0$

$\frac{-(x - 5)(x - 2)}{x} > 0$

Abscisses à l'origine : $x = 2, 5$; restriction : $x \neq 0$

Intervalle	$x < 0$	$0 < x < 2$	$2 < x < 5$	$x > 5$
$-(x - 5)$	+	+	+	-
$x - 2$	-	-	+	+
x	-	+	+	+
global	+	-	+	-

Solution : $x < 0$ ou $2 < x < 5$, c.-à-d. $x \in (-\infty, 0) \cup (2, 5)$

Corrigé

1) a) AV $x = -2, 2$, AH $y = 0$ b) AV $x = -3$, AH $y = 0$

2) a) AV $x = \frac{1}{2}$, AH $y = \frac{1}{2}$ b) AV $x = 1$, AH $y = 1$

3) a) 1.946 b) 1.000 c) 148.413

4) a) $x^2 + x - 2$ b) $-x^2 + x + 4$

5) a) $-x^2 + x + 3$ b) x

6) a) $2x^2 - 3$ b) $4x^2 + 14x + 12$ c) x

7) a) 4, -3 b) 2, -1 c) -4 d) $-\frac{1}{2}$ e) 3 f) $\frac{3}{4}$ g) 3, $-\frac{1}{2}$ h) 2, $-\frac{3}{2}$

8) a) $x < -1$ ou $x > 2$ b) $x \leq -7$ ou $-5 < x < -3$ c) $x < -5$ ou $-1 \leq x < 3$

d) $-6.8 \leq x < -4$ ou $x > 3$ e) $x < -3$ ou $1 < x < 4$ f) $x < -\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ g) $x < 0$ ou $2 < x < 5$