

8.3 Fonctions composées Leçon avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Deux fonctions, f et g , peuvent être combinées à l'aide d'un procédé appelé la composition, qui peut être représenté par :

$f(g(x))$ OU $(f \circ g)(x)$

Cela se lit « f rond g »

Partie 1 : Déterminer la composition de deux fonctions

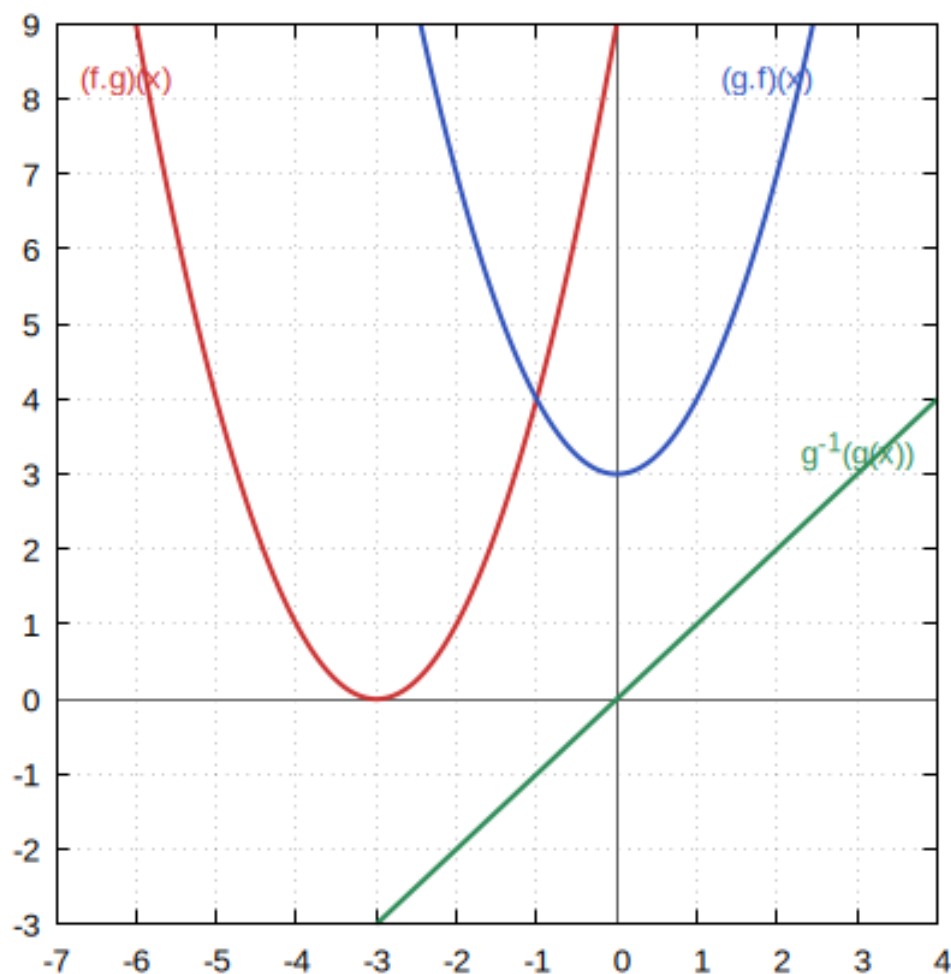
Pour déterminer une équation pour une fonction composée, substitue la deuxième fonction dans la première.

Pour déterminer $f(g(x))$, substitue $g(x)$ à x dans $f(x)$

Exemple 1 : Si $f(x) = x^2$ et $g(x) = x + 3$, détermine une équation pour chaque fonction composée, puis trace le graphique de la fonction.

a) $(f \circ g)(x)$ $= f(g(x)) = f(x + 3) = (x + 3)^2$	b) $(g \circ f)(x)$ $= g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 3$	c) $g^{-1}(g(x))$ Commence par trouver $g^{-1}(x)$: $y = x + 3, \quad x = y + 3, \quad x - 3 = y, \quad \text{donc}$ $g^{-1}(x) = x - 3$ Trouve maintenant $g^{-1}(g(x)) = g^{-1}(x + 3) = (x + 3) - 3 = x$
---	---	--

x	$(f \circ g)(x)$	x	$(g \circ f)(x)$	x	$g^{-1}(g(x))$
-5	4	-2	7	-2	-2
-4	1	-1	4	-1	-1
-3	0	0	3	0	0
-2	1	1	4	1	1
-1	4	2	7	2	2



Partie 2 : Évaluer une fonction composée

Pour évaluer une fonction composée $f(g(x))$ à une valeur précise, évalue $g(x)$ à cette valeur, puis substitue le résultat dans $f(x)$.

Exemple 2 : Si $u(x) = x^2 + 3x + 2$ et $w(x) = \frac{1}{x-1}$

a) Évalue $(u \circ w)(2)$ $w(2) = \frac{1}{2-1} = 1$ $(u \circ w)(2) = u(w(2)) = u(1) = (1)^2 + 3(1) + 2 = 6$	b) Évalue $w(u(-3))$ $u(-3) = (-3)^2 + 3(-3) + 2 = 2$ $w(u(-3)) = w(2) = \frac{1}{2-1} = 1$
--	---

Partie 3 : Application

Exemple 3 : Le nombre de lapins, R , dans une réserve faunique en fonction du temps, t , en années, peut être modélisé par la fonction $R(t) = 50 \cos(t) + 100$. Le nombre de loups, W , dans la même réserve peut être modélisé par la fonction $W(t) = 0.2[R(t-2)]$. Détermine l'équation complète de $W(t)$

$$R(t-2) = 50 \cos(t-2) + 100$$

$$W(t) = 0.2[R(t-2)] = 0.2[50 \cos(t-2) + 100]$$

$$W(t) = 10 \cos(t-2) + 20$$