

8.1/8.2 Somme/différence et produit/quotient de fonctions Leçon avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Somme et différence de fonctions

Lorsque deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont combinées pour former la fonction $(f + g)(x)$ ou $(f - g)(x)$, la nouvelle fonction est appelée la somme ou la différence de f et g .

Le graphique de $f + g$ ou $f - g$ peut être obtenu en additionnant ou en soustrayant les coordonnées y correspondantes. Ceci s'appelle le **principe de superposition**.

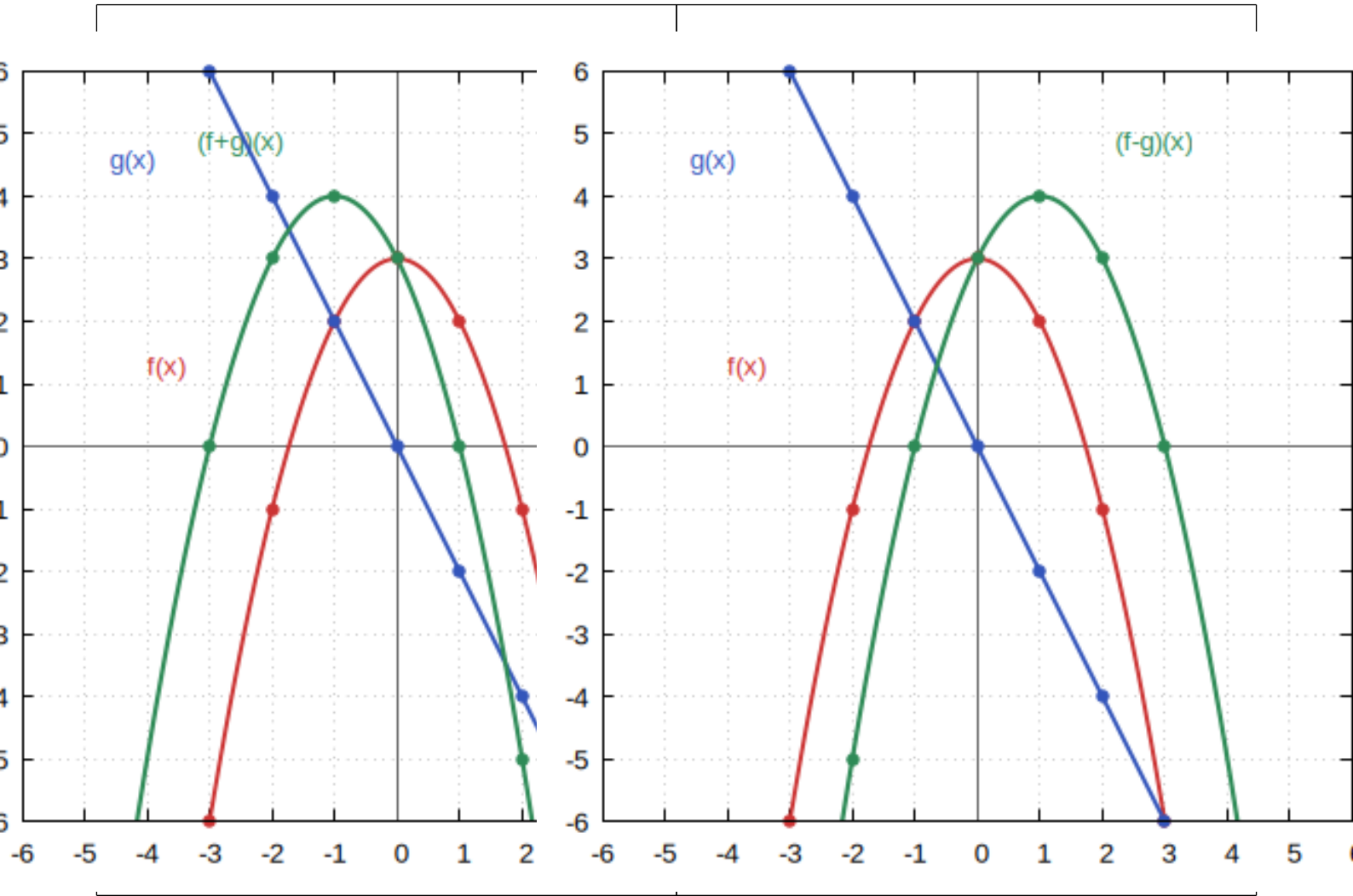
$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

Exemple 1 : Soit $f(x) = -x^2 + 3$ et $g(x) = -2x$, détermine les graphiques de $(f + g)(x)$ et $(f - g)(x)$.

Méthode 1 : Graphiquement

x	$f(x)$	$g(x)$	$f(x) + g(x)$	$f(x) - g(x)$
-3	-6	6	0	-12
-2	-1	4	3	-5
-1	2	2	4	0
0	3	0	3	3
1	2	-2	0	4
2	-1	-4	-5	3
3	-6	-6	-12	0



Méthode 2 : Algébriquement

$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = (-x^2 + 3) + (-2x) = -x^2 - 2x + 3$

Complète le carré pour trouver le sommet :

$(f + g)(x) = -(x^2 + 2x) + 3 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 3 = -(x^2 + 2x + 1) + 1 + 3 = -(x + 1)^2 + 4$

le sommet est (-1, 4)

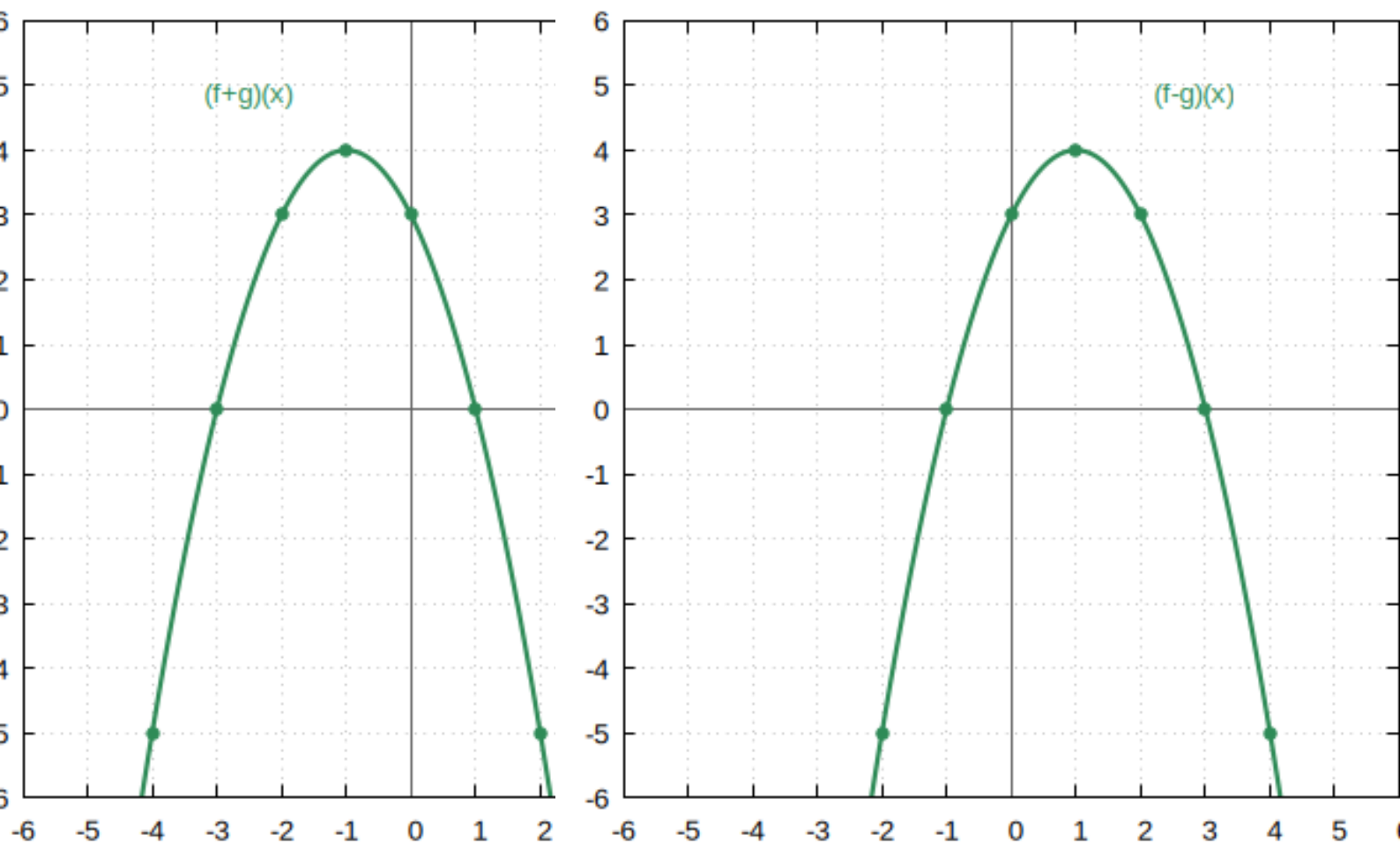
$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = (-x^2 + 3) - (-2x) = -x^2 + 2x + 3$

Complète le carré pour trouver le sommet :

$(f - g)(x) = -(x^2 - 2x) + 3 = -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = -(x^2 - 2x + 1) + 1 + 3 = -(x - 1)^2 + 4$

le sommet est (1, 4)

x	(f + g)(x)	x	(f - g)(x)
-4	-5	-2	-5
-3	0	-1	0
-2	3	0	3
-1	4	1	4
0	3	2	3
1	0	3	0
2	-5	4	-5



$$(f + g)(x): D : \{x \in \mathbb{R}\}, Im : \{y \in \mathbb{R} | y \leq 4\}$$

$$(f - g)(x): D : \{x \in \mathbb{R}\}, Im : \{y \in \mathbb{R} | y \leq 4\}$$

Remarque : Le domaine de la somme ou de la différence de fonctions est l'intersection des domaines de f et g

Partie 2 : Produit et quotient de fonctions

Lorsque deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont combinées pour former la fonction $(f \cdot g)(x)$ ou $(f \div g)(x)$, la nouvelle fonction est appelée le produit ou le quotient de f et g .

Le graphique de $f \cdot g$ ou $f \div g$ peut être obtenu en multipliant ou en divisant les coordonnées y correspondantes.

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

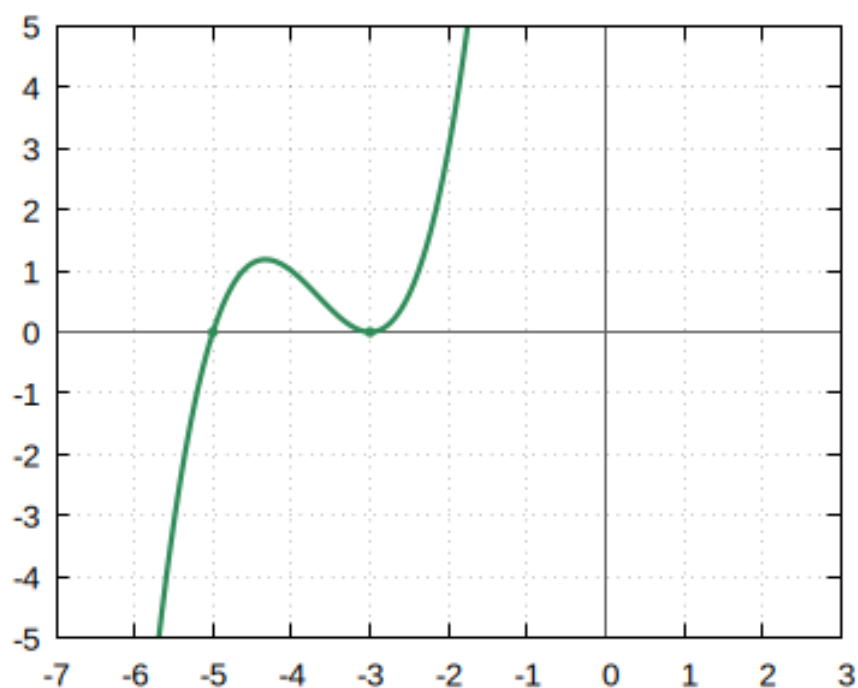
$$(f \div g)(x) = f(x) \div g(x)$$

Exemple 2 : Soit $f(x) = x + 3$ et $g(x) = x^2 + 8x + 15$. Détermine une équation et un graphique pour

a) $(f \times g)(x)$

$$(f \times g)(x) = f(x)g(x) = (x + 3)(x^2 + 8x + 15) = (x + 3)(x + 3)(x + 5) = (x + 3)^2(x + 5)$$

Abscisses à l'origine à -3 (d'ordre 2) et -5 (d'ordre 1). S'étend du quadrant III au quadrant I.



b) $(f \div g)(x)$

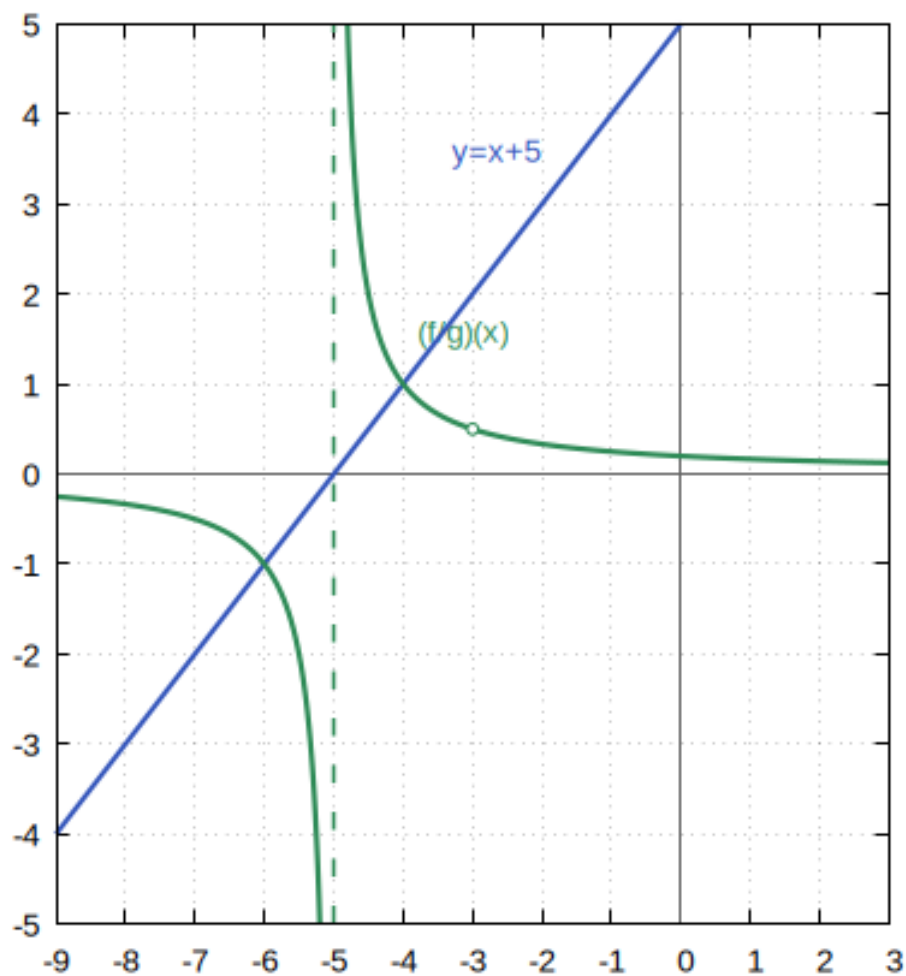
$$(f \div g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x+3}{(x+3)(x+5)} = \frac{1}{x+5}; x \neq -5, -3$$

AV : $x = -5$

AH : $y = 0$

Trou à $x = -3$

Remarque : il y a toujours une AH à $y = 0$ lorsque le dénominateur est de degré supérieur au numérateur



c) Indique le domaine et l'image des deux fonctions

$(f \times g)(x)$: $D : \{x \in \mathbb{R}\}$, $Im : \{y \in \mathbb{R}\}$

$(f \div g)(x)$: $D : \{x \in \mathbb{R} | x \neq -5, -3\}$, $Im : \{y \in \mathbb{R} | y \neq 0, 0.5\}$