

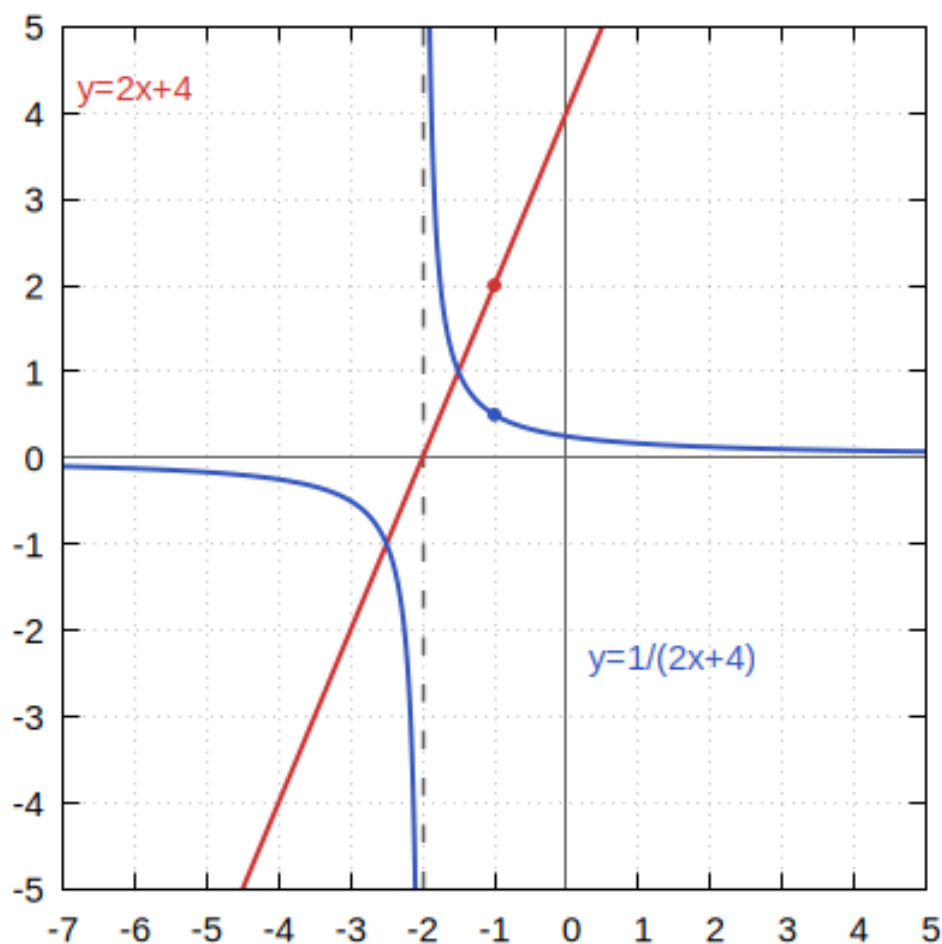
3.1/3.2 Inverse des fonctions linéaires et quadratiques Leçon avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Analyser l'inverse d'une fonction linéaire

Exemple 1 :



a) Trace les asymptotes horizontale et verticale de la fonction inverse et indique-les

$AH : y = 0$

$AV : x = -2$

b) À quelle caractéristique graphique de la fonction inverse correspond le zéro (abscisse à l'origine) de la fonction originale?

L'asymptote verticale de la fonction inverse passe par l'abscisse à l'origine de la fonction linéaire.

c) Lorsque la fonction originale est croissante, que se passe-t-il pour la fonction inverse?

Elle est DÉCROISSANTE.

d) Quelles sont les coordonnées y des points d'intersection?

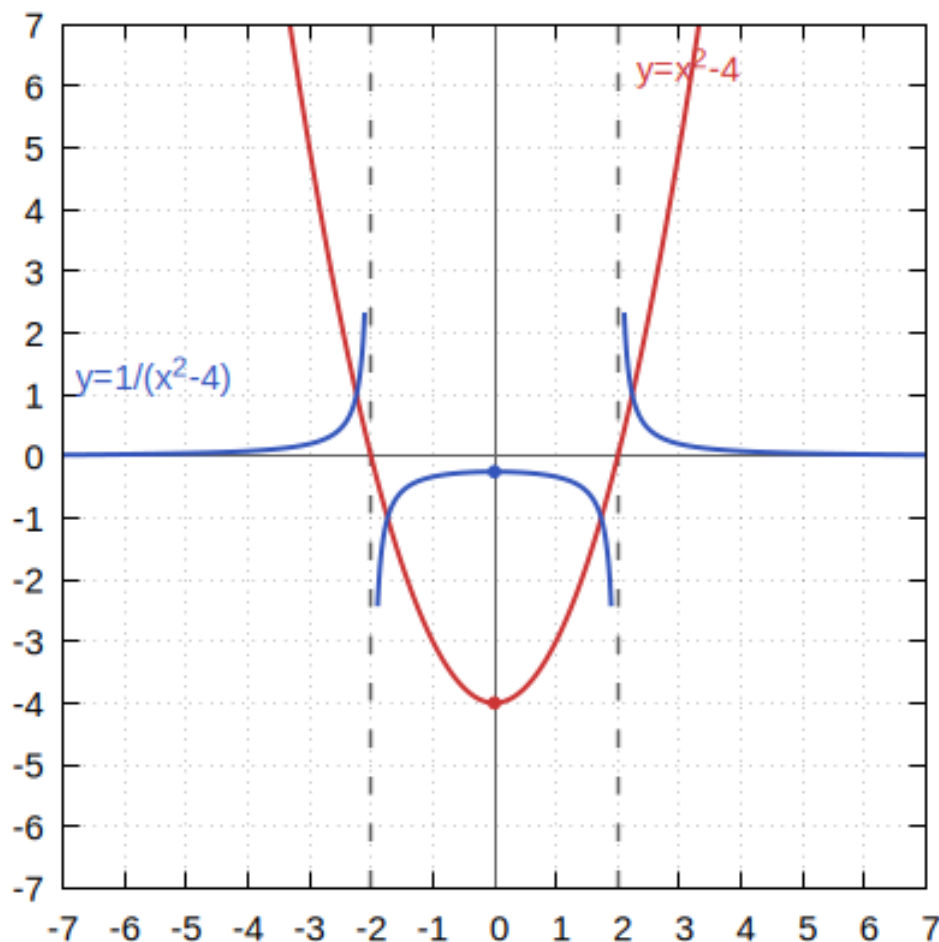
1 et -1. C'est parce que l'inverse de chacune de ces valeurs ne change pas sa valeur.

e) Indique un point sur le graphique de chacune des deux fonctions à $x = 2$. Que remarques-tu à propos des valeurs y de chaque point?

La valeur y de la fonction inverse est l'inverse de la valeur y de la fonction linéaire.

Partie 2 : Analyser l'inverse d'une fonction quadratique

Exemple 2 :



a) Trace les asymptotes horizontale et verticale de la fonction inverse et indique-les

AV : $x = 2$ et $x = -2$

AH : $y = 0$

b) À quelle caractéristique graphique de la fonction inverse correspondent les zéros (abscisses à l'origine) de la fonction originale?

Les asymptotes verticales de la fonction inverse passent par les abscisses à l'origine de la fonction quadratique.

c) Lorsque la fonction originale est décroissante, que se passe-t-il pour la fonction inverse?

Elle est CROISSANTE.

d) Quelles sont les coordonnées y des points d'intersection?

1 et -1

f) Indique le point minimum ou maximum local sur chaque fonction. Que remarques-tu à leur sujet?

Ils ont la même coordonnée x , qui se situe exactement à mi-chemin entre les asymptotes verticales.

La quadratique a un minimum local, mais l'inverse a un maximum local.

Propriétés des fonctions inverses

- Toutes les coordonnées y de la fonction inverse sont les inverses des coordonnées y de la fonction originale
- Le graphique de la fonction inverse a une asymptote verticale aux abscisses à l'origine (zéros) de la fonction originale
 - Cela s'explique par le fait que cela rend le dénominateur de l'inverse $= 0$
- $y = 0$ sera toujours une asymptote horizontale
- La fonction inverse a les mêmes intervalles de positivité/négativité que la fonction originale
- Les intervalles de croissance de la fonction originale sont des intervalles de décroissance sur l'inverse
- Les intervalles de décroissance de la fonction originale sont des intervalles de croissance sur l'inverse
- Si 1 appartient à l'image de la fonction originale, c'est à cet endroit que les fonctions se croiseront
- Si la fonction originale a un minimum local, l'inverse aura un maximum local à la même valeur de x (et vice versa)

Partie 3 : Tracer le graphique de fonctions inverses

Démarche :

- Détermine les caractéristiques clés de la fonction au dénominateur et trace son graphique à l'aide d'un tableau de valeurs
- Crée un tableau de valeurs pour la fonction inverse en conservant les mêmes valeurs de x , mais en utilisant l'inverse de toutes les valeurs de y
- Trace des asymptotes verticales à tout point qui est un zéro de la fonction linéaire/quadratique originale
 - L'inverse de 0 est non définie
- Si le numérateur est différent de 1 , multiplie les valeurs de y par ce facteur d'étirement

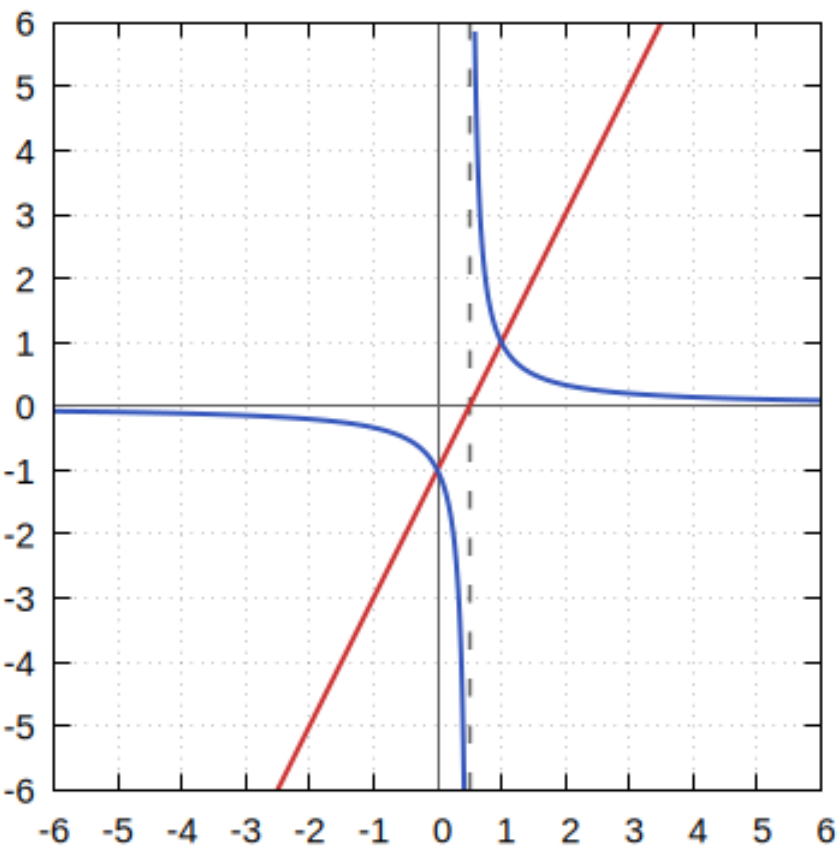
Exemple 3 : Trace le graphique de chacune des fonctions inverses suivantes. Commence par tracer le graphique de la fonction au dénominateur.

a) $y = \frac{1}{2x-1}$

$y = 2x - 1$, abscisse à l'origine : $(\frac{1}{2}, 0)$

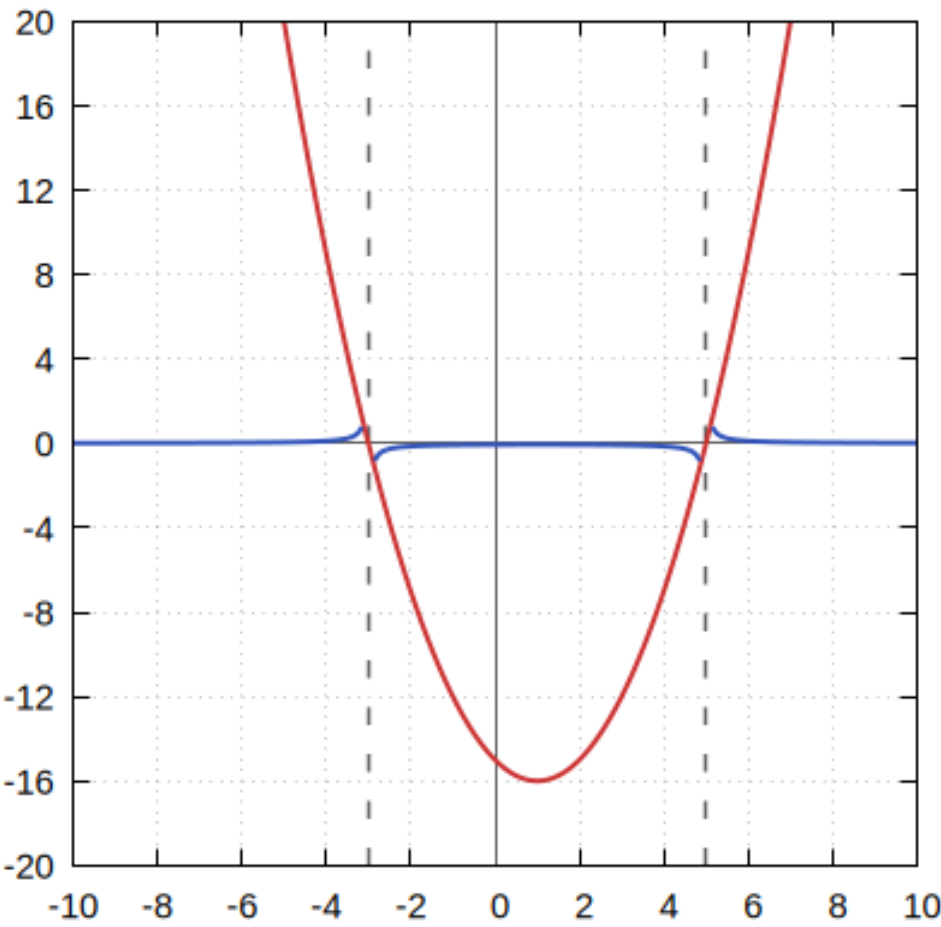
AV : $x = \frac{1}{2}$, AH : $y = 0$

x	$y = 2x - 1$	$y = \frac{1}{2x-1}$
-2	-5	-0.2
-1	-3	-0.33
0	-1	-1
0.5	0	non défini
1	1	1
2	3	0.33
3	5	0.2



b) $y = \frac{1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{1}{(x - 5)(x + 3)}$
 $y = x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$, abscisses à l'origine : (5, 0) et (-3, 0)
x-sommet = $-\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2(1)} = 1$
AV : $x = 5$ et $x = -3$, AH : $y = 0$

x	$y = x^2 - 2x - 15$	$y = \frac{1}{x^2 - 2x - 15}$
-5	20	0.05
-3	0	non défini
-1	-12	-0.08
1	-16	-0.0625
3	-12	-0.08
5	0	non défini
7	20	0.05

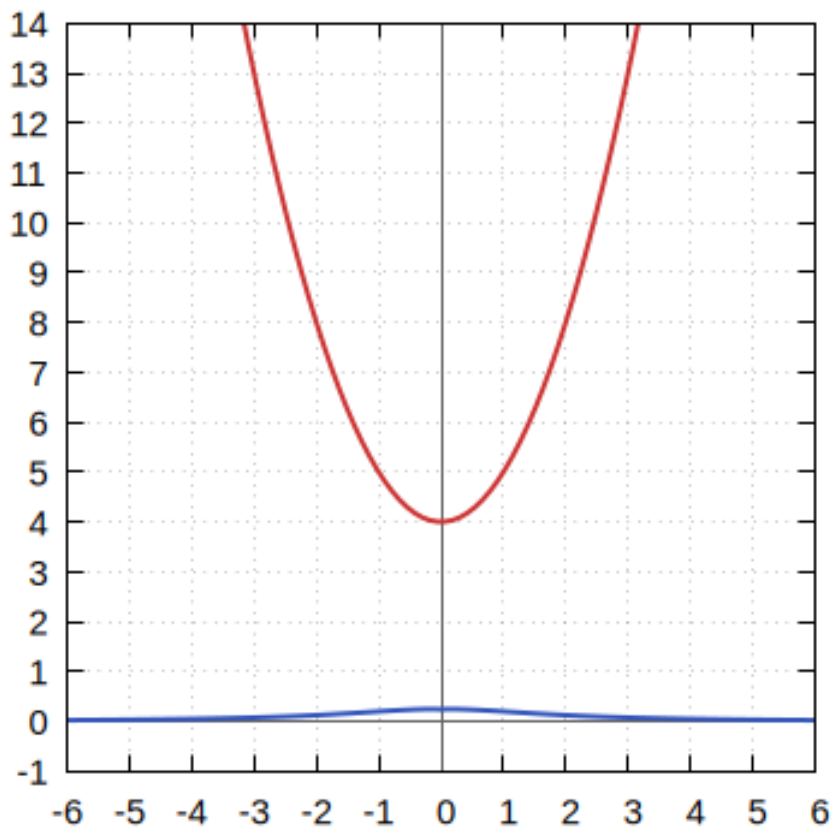


c) $y = \frac{1}{x^2 + 4}$

$y = x^2 + 4$. Puisque $x^2 + 4 \neq 0$ pour tout x réel, il n’y a pas d’abscisse à l’origine, donc AV : aucune.

x -sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2(1)} = 0$, AH : $y = 0$

x	$y = x^2 + 4$	$y = \frac{1}{x^2 + 4}$
-3	13	0.08
-2	8	0.125
-1	5	0.2
0	4	0.25
1	5	0.2
2	8	0.125
3	13	0.08



d) $y = \frac{2}{x^2 - 6x + 9} = 2 \left[\frac{1}{(x - 3)^2} \right]$

$y = x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, abscisse à l'origine : (3, 0), sommet en $x = 3$

AV : $x = 3$, AH : $y = 0$

x	$y = x^2 - 6x + 9$	$y = \frac{2}{x^2 - 6x + 9}$
0	9	0.22
1	4	0.5
2	1	2
3	0	non défini
4	1	2
5	4	0.5
6	9	0.22

