

6.3 Quotient de Newton – Feuille de travail avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Trouver l'équation de la dérivée pour chacune des fonctions suivantes. Aussi, trouver le taux de variation instantané de la fonction lorsque $x = 4$ et $x = -1$.

a) $f(x) = 3x - 8$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) - 8 - (3x - 8)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x + 3h - 8 - 3x + 8}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h}$ $f'(x) = 3$ $f'(4) = 3, \quad f'(-1) = 3$	b) $y = 20x + x^2$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{20(x+h) + (x+h)^2 - (20x + x^2)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{20h + 2xh + h^2}{h}$ $f'(x) = 2x + 20$ $f'(4) = 28, \quad f'(-1) = 18$
c) $y = 2x^3 + 4$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^3 + 4 - (2x^3 + 4)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6x^2h + 6xh^2 + 2h^3}{h}$ $f'(x) = 6x^2$ $f'(4) = 96, \quad f'(-1) = 6$	d) $f(x) = x^2 - 9x + 17$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - 9(x+h) + 17 - (x^2 - 9x + 17)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 9h}{h}$ $f'(x) = 2x - 9$ $f'(4) = -1, \quad f'(-1) = -11$
e) $f(x) = \frac{x(x+1)}{2}$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{(x+h)(x+h+1)}{2} - \frac{x(x+1)}{2}}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + h}{2h}$ $f'(x) = x + \frac{1}{2}$ $f'(4) = \frac{9}{2}, \quad f'(-1) = -\frac{1}{2}$	f) $f(x) = \frac{1}{x}$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)}$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ $f'(4) = -\frac{1}{16}, \quad f'(-1) = -1$

2) Indiquer si les fonctions sont croissantes, décroissantes, ou ni l'un ni l'autre à $x = 4$ pour chaque fonction du #1. Comment le savez-vous?

a, b, c et e sont des fonctions croissantes à $x = 4$ puisque le taux de variation instantané est positif

d et f sont décroissantes à $x = 4$

3)a) Indiquer la dérivée de $f(x) = x^3$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h}$$

$$f'(x) = 3x^2$$

b) Évaluer $f'(-6)$

$$f'(-6) = 3(-6)^2 = 108$$

c) Déterminer l'équation de la tangente à $x = 6$

$$f(6) = (6)^3 = 216, \text{ donc le point } (6, 216) \text{ est sur la tangente}$$

$$f'(6) = 3(6)^2 = 108, \text{ donc la pente de la tangente est } 108$$

$$y = mx + b$$

$$216 = 108(6) + b$$

$$b = -432$$

$$y = 108x - 432$$

Corrigé

1) a) $f'(x) = 3$, $f'(4) = 3$, $f'(-1) = 3$ b) $f'(x) = 20 + 2x$, $f'(4) = 28$, $f'(-1) = 18$

3. $f'(x) = 6x^2$, $f'(4) = 96$, $f'(-1) = 6$

4. $f'(x) = 2x - 9$, $f'(4) = -1$, $f'(-1) = -11$

e) $f'(x) = x + \frac{1}{2}$, $f'(4) = \frac{9}{2}$, $f'(-1) = -\frac{1}{2}$ f) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$, $f'(4) = -\frac{1}{16}$, $f'(-1) = -1$

2) a, b, c et e sont des fonctions croissantes à $x = 4$ puisque le taux de variation instantané est positif
d et f sont décroissantes à $x = 4$

3) a) $f'(x) = 3x^2$ b) 108 c) $y = 108x - 432$