

6.1 Taux de variation moyen – Feuille de travail avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Calculer le taux de variation moyen de la fonction $g(x) = 4x^2 - 5x + 1$ sur chaque intervalle.

a) $2 \leq x \leq 4$ $m = \frac{g(4) - g(2)}{4 - 2}$ $= \frac{45 - 7}{2}$ $= 19$	b) $2 \leq x \leq 3$ $m = \frac{g(3) - g(2)}{3 - 2}$ $= \frac{22 - 7}{1}$ $= 15$	c) $2 \leq x \leq 2.5$ $m = \frac{g(2.5) - g(2)}{2.5 - 2}$ $= \frac{13.5 - 7}{0.5}$ $= 13$
d) $2 \leq x \leq 2.25$ $m = \frac{g(2.25) - g(2)}{2.25 - 2}$ $= \frac{10 - 7}{0.25}$ $= 12$	e) $2 \leq x \leq 2.1$ $m = \frac{g(2.1) - g(2)}{2.1 - 2}$ $= \frac{8.14 - 7}{0.1}$ $= 11.4$	f) $2 \leq x \leq 2.01$ $m = \frac{g(2.01) - g(2)}{2.01 - 2}$ $= \frac{7.1104 - 7}{0.01}$ $= 11.04$

2) Une fusée éclairante d'urgence est lancée dans les airs. Sa hauteur, en mètres, au-dessus du sol à différents moments de son vol est donnée dans le tableau suivant :

Temps (s)	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
Hauteur (m)	2.00	15.75	27.00	35.75	42.00	45.75	47.00	45.75	42.00

Déterminer le taux de variation moyen de la hauteur de la fusée éclairante durant chaque intervalle

a) $1.0 \leq t \leq 2.0$ $m = \frac{h(2) - h(1)}{2 - 1}$ $m = \frac{42 - 27}{1}$ $m = 15 \text{ m/s}$	b) $3.0 \leq t \leq 4.0$ $m = \frac{h(4) - h(3)}{4 - 3}$ $m = \frac{42 - 47}{1}$ $m = -5 \text{ m/s}$
--	--

3) Quel est le taux de variation moyen des valeurs de la fonction $f(x) = 4x$ de $x = 2$ à $x = 6$? Qu'en est-il de $x = 2$ à $x = 26$? Que révèlent vos résultats à propos de $f(x)$?

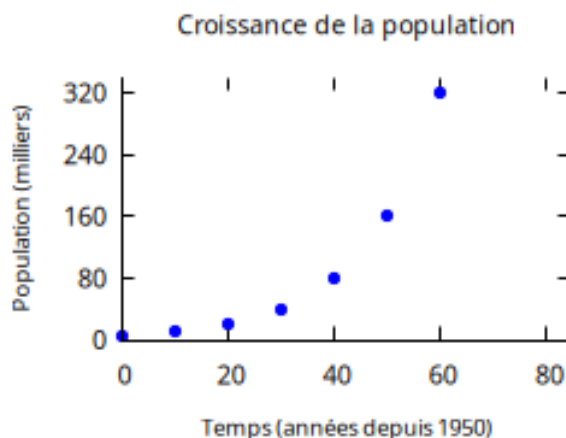
$$2 \leq x \leq 6 : m = \frac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \frac{24 - 8}{4} = 4$$

$$2 \leq x \leq 26 : m = \frac{f(26) - f(2)}{26 - 2} = \frac{104 - 8}{24} = 4$$

Le taux de variation moyen sera toujours 4 parce que c'est une fonction linéaire avec une pente de 4.

4) La population d'une ville a continué de croître depuis 1950. La population, P , en milliers, et le temps t , en années, depuis 1950 sont donnés dans le tableau ci-dessous et dans le graphique.

Temps (années)	0	10	20	30	40	50	60
Population (milliers)	5	10	20	40	80	160	320



a) Calculer le taux de variation moyen de la population pour les intervalles de temps suivants.

i) $0 \leq t \leq 20$ $m = \frac{P(20) - P(0)}{20 - 0}$ $= \frac{20\,000 - 5\,000}{20}$ $= 750 \text{ pers./année}$	ii) $20 \leq t \leq 40$ $m = \frac{P(40) - P(20)}{40 - 20}$ $= \frac{80\,000 - 20\,000}{20}$ $= 3\,000 \text{ pers./année}$
iii) $40 \leq t \leq 60$ $m = \frac{P(60) - P(40)}{60 - 40}$ $= \frac{320\,000 - 80\,000}{20}$ $= 12\,000 \text{ pers./année}$	iv) $0 \leq t \leq 60$ $m = \frac{P(60) - P(0)}{60 - 0}$ $= \frac{320\,000 - 5\,000}{60}$ $= 5\,250 \text{ pers./année}$

b) La croissance de la population est-elle constante?

Non, le rythme de croissance augmente avec le temps.

5) Une entreprise qui vend des chandails à capuchon constate que le profit peut être modélisé par $P(s) = -0.30s^2 + 3.5s + 11.15$, où $P(s)$ est le profit, en milliers de dollars, et s est le nombre de chandails vendus (exprimé en milliers).

a) Calculer le taux de variation moyen du profit pour les intervalles suivants.

i) $1 \leq s \leq 2$ $m = \frac{P(2) - P(1)}{2 - 1}$ $= \frac{16.95 - 14.35}{1}$ $= 2.60\$/chandail$	ii) $2 \leq s \leq 3$ $m = \frac{P(3) - P(2)}{3 - 2}$ $= \frac{18.95 - 16.95}{1}$ $= 2.00\$/chandail$
iii) $3 \leq s \leq 4$ $m = \frac{P(4) - P(3)}{4 - 3}$ $= \frac{20.35 - 18.95}{1}$ $= 1.40\$/chandail$	iv) $4 \leq s \leq 5$ $m = \frac{P(5) - P(4)}{5 - 4}$ $= \frac{21.15 - 20.35}{1}$ $= 0.80\$/chandail$

b) À mesure que le nombre de chandails vendus augmente, que remarquez-vous à propos du taux de variation moyen du profit par chandail? Que signifie ce résultat?

Le taux de variation est positif mais décroissant. Les profits continuent d'augmenter, mais à un rythme décroissant.

c) Prédire si le taux de variation du profit restera positif. Expliquer ce que cela signifie.

$$x_{\text{sommet}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-3.5}{2(-0.3)} \approx 5.83$$

Non; autour de 6000 chandails vendus, les profits commenceront à diminuer.

Corrigé

1) a) 19 b) 15 c) 13 d) 12 e) 11.4 f) 11.04

2) a) 15 m/s b) -5 m/s

3) 4; 4; le taux de variation moyen est toujours 4 parce que la fonction est linéaire, avec une pente de 4.

4) a) i) 750 pers./année ii) 3000 pers./année iii) 12 000 pers./année iv) 5250 pers./année b) non, le rythme de croissance augmente avec le temps.

5) a) i) 2.60\$/chandail ii) 2.00\$/chandail iii) 1.40\$/chandail iv) 0.80\$/chandail b) Le taux de variation est toujours positif, mais il est décroissant. Cela signifie que le profit continue d'augmenter, mais à un rythme décroissant. c) Non; après la vente de 6000 chandails, le taux de variation devient négatif. Cela signifie que le profit commence à diminuer après la vente de 6000 chandails.