

6.1 Taux de variation moyen – Leçon avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

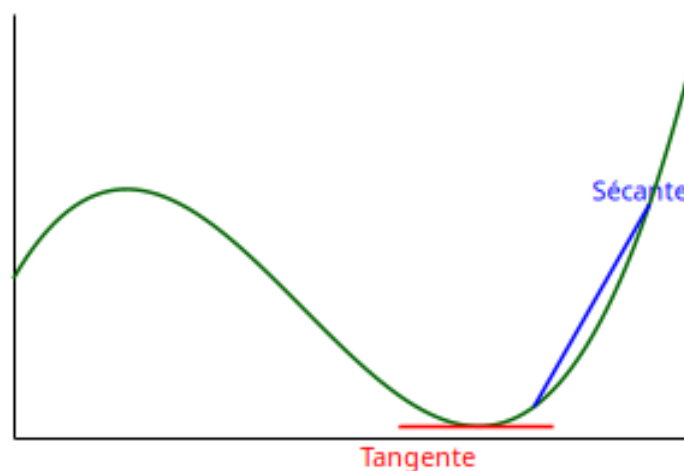
Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Terminologie

Taux de variation : une mesure du changement d'une quantité (la variable dépendante) par rapport au changement d'une autre quantité (la variable indépendante).

Sécante : une droite qui passe par deux points sur le graphique d'une relation

Tangente : une droite qui touche le graphique d'une relation en un seul point à l'intérieur d'un petit intervalle



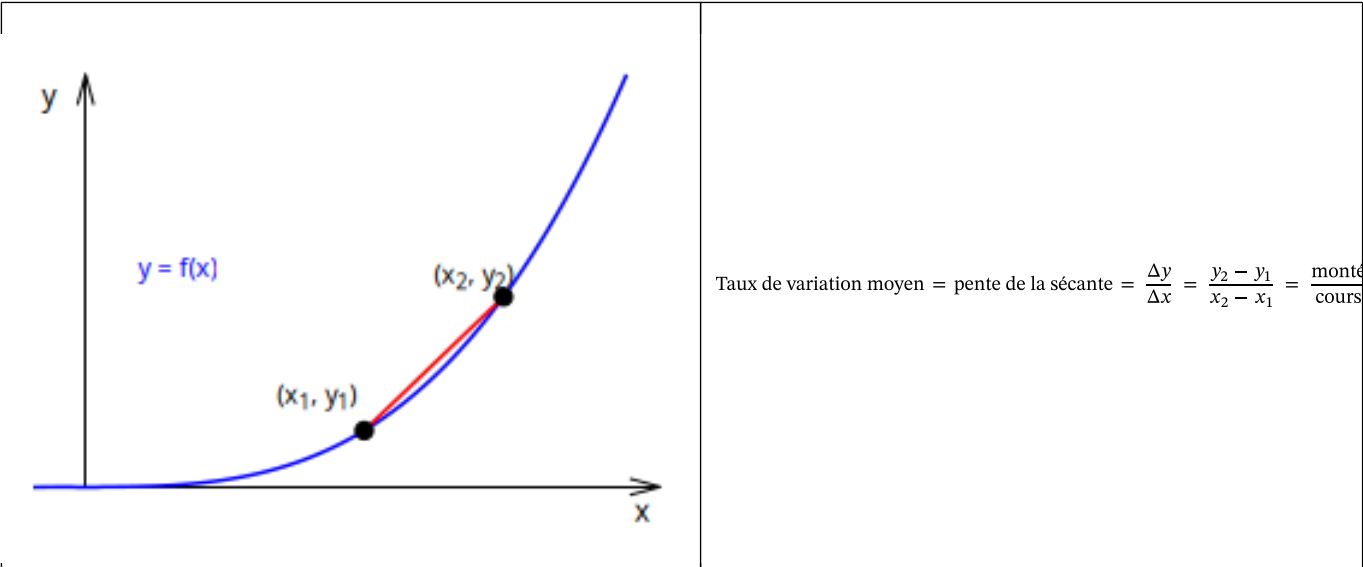
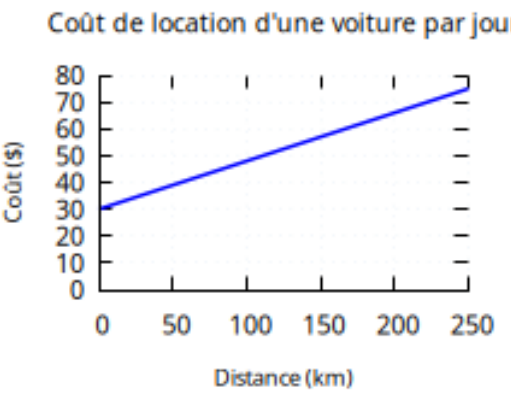
Un **taux de variation moyen** est un changement qui se produit sur un **intervalle**, tandis qu'un **taux de variation instantané** est un changement qui se produit en un **instant**. Nous nous concentrerons sur les taux de variation moyens dans cette section.

Un taux de variation moyen correspond à la pente d'une **SÉCANTE** entre deux points sur une courbe.

Partie 2 : Taux de variation moyen à partir d'un tableau ou d'un graphique

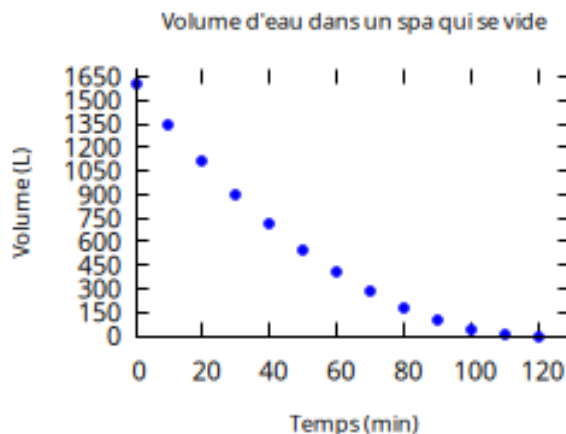
Remarque : Toutes les relations **linéaires** ont un taux de variation constant. Les calculs de taux de variation moyen sur différents intervalles de la variable indépendante donnent le **MÊME** résultat.

Nous nous concentrerons sur les relations **non linéaires**. Les relations non linéaires n'ont pas de taux de variation constant. Les calculs de taux de variation moyen sur différents intervalles de la variable indépendante donnent des résultats **DIFFÉRENTS**.



Exemple 1 : Andrew vide l’eau d’un spa. Le spa contient 1600 L d’eau. Il faut 2 heures pour que l’eau se vide complètement. Le volume v , en litres, d’eau restant dans le spa à différents moments t , en minutes, est présenté dans le tableau et le graphique.

Temps (min)	Volume (L)
0	1600
10	1344
20	1111
30	900
40	711
50	544
60	400
70	278
80	178
90	100
100	44
110	10
120	0



a) Calculer le taux de variation moyen du volume durant chacun des intervalles de temps suivants.

i) $30 \leq t \leq 90$

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\Delta V}{\Delta t} \\
 &= \frac{V(90) - V(30)}{90 - 30} \\
 &= \frac{100 - 900}{60} \\
 &= -13.3 \text{ L/min}
 \end{aligned}$$

Le volume d'eau diminue de 13,3 L/min.

ii) $60 \leq t \leq 90$

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\Delta V}{\Delta t} \\
 &= \frac{V(90) - V(60)}{90 - 60} \\
 &= \frac{100 - 400}{30} \\
 &= -10 \text{ L/min}
 \end{aligned}$$

Le volume d'eau diminue de 10 L/min.

iii) $90 \leq t \leq 110$

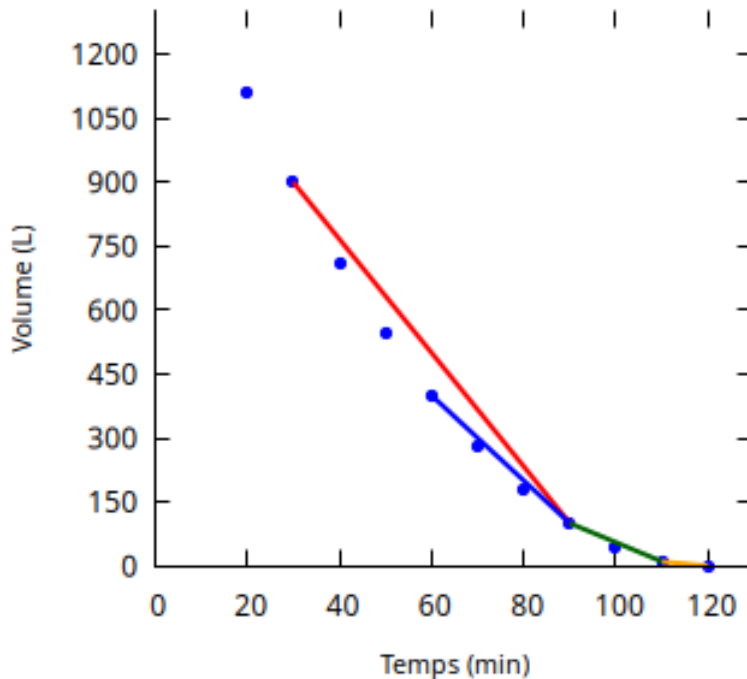
$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\Delta V}{\Delta t} \\
 &= \frac{V(110) - V(90)}{110 - 90} \\
 &= \frac{10 - 100}{20} \\
 &= -4.5 \text{ L/min}
 \end{aligned}$$

Le volume d'eau diminue de 4,5 L/min.

iv) $110 \leq t \leq 120$

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\Delta V}{\Delta t} \\
 &= \frac{V(120) - V(110)}{120 - 110} \\
 &= \frac{0 - 10}{10} \\
 &= -1 \text{ L/min}
 \end{aligned}$$

Le volume d'eau diminue de 1 L/min.



b) Le spa se vide-t-il à un rythme constant?

Le spa ne se vide pas à un rythme constant. On peut le voir sur le graphique, qui montre une relation non linéaire. Le rythme ralentit à mesure que l'eau se vide en raison de la diminution de la pression.

Un taux de variation **négatif** indique que la quantité de la variable dépendante diminue sur l'intervalle. La sécante a une pente négative.

Un taux de variation **positif** indique que la quantité de la variable dépendante augmente sur l'intervalle. La sécante a une pente positive.

Partie 2 : Taux de variation moyen à partir d'une équation

Exemple 2 : Une roche est lancée vers le haut depuis une falaise située à 120 mètres au-dessus de l'eau. La hauteur de la roche au-dessus de l'eau est modélisée par $h(t) = -5t^2 + 10t + 120$, où h est la hauteur en mètres et t est le temps en secondes. Calculer le taux de variation moyen de la hauteur durant chaque intervalle de temps.

a) $0 \leq t \leq 1$

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\Delta h}{\Delta t} \\
 &= \frac{h(1) - h(0)}{1 - 0} \\
 &= \frac{125 - 120}{1} \\
 &= 5 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

b) $1 \leq t \leq 2$

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\Delta h}{\Delta t} \\
 &= \frac{h(2) - h(1)}{2 - 1} \\
 &= \frac{120 - 125}{1} \\
 &= -5 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

c) $2 \leq t \leq 3$

$$m = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{h(3) - h(2)}{3 - 2} \\ &= \frac{105 - 120}{1} \\ &= -15 \text{ m/s} \end{aligned}$$