

5.8 Révision avant-test de l'unité 5 – Identités et équations trigonométriques avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Section 1 : Identités de transformation et de cofonction

1) Sachant que $\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cong 0.7818$, utiliser des expressions trigonométriques équivalentes pour évaluer ce qui suit,

$$\begin{aligned} \text{a) } \cos \frac{3\pi}{14} &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{14}\right) \\ &= \sin\left(\frac{7\pi}{14} - \frac{3\pi}{14}\right) \\ &= \sin\left(\frac{4\pi}{14}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{7}\right) \\ &\cong 0.7818 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \cos \frac{11\pi}{14} &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{14}\right) \\ &= \sin\left(\frac{7\pi}{14} - \frac{11\pi}{14}\right) \\ &= \sin\left(-\frac{4\pi}{14}\right) = \sin\left(-\frac{2\pi}{7}\right) \\ &\cong -0.7818 \end{aligned}$$

Section 2 : Angles composés

2) Utiliser une formule des angles composés appropriée pour exprimer comme une seule fonction trigonométrique, puis déterminer une valeur exacte pour chacune.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} &= \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \sin\left(\frac{2\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \sin \frac{3\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{5\pi}{12} &= \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{12}\right) \\ &= \cos\left(\frac{4\pi}{12} + \frac{5\pi}{12}\right) \\ &= \cos \frac{9\pi}{12} = \cos \frac{3\pi}{4} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

3) Appliquer une formule des angles composés, puis déterminer une valeur exacte pour chacune.

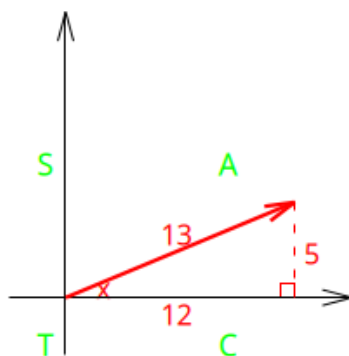
$$\begin{aligned} \text{a) } \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) &= \cos \frac{3\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{3\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \\
 &= -\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \\
 &= \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \sin\left(\frac{5\pi}{4} - \frac{2\pi}{3}\right) &= \sin\frac{5\pi}{4} \cos\frac{2\pi}{3} - \cos\frac{5\pi}{4} \sin\frac{2\pi}{3} \\
 &= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} \\
 &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}
 \end{aligned}$$

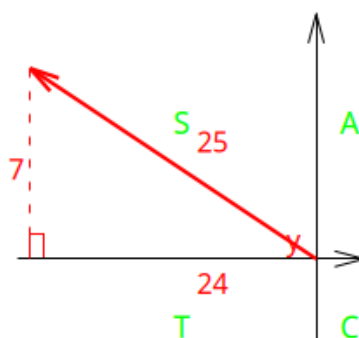
4) L'angle x est au premier quadrant et l'angle y est au deuxième quadrant tels que $\cos x = \frac{12}{13}$ et $\sin y = \frac{7}{25}$. Déterminer une valeur exacte pour...

a) $\sin x$



$$\sin x = \frac{5}{13}$$

b) $\cos y$



$$\cos y = -\cos\beta = -\frac{24}{25}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \sin(x + y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y \\
 &= \left(\frac{5}{13}\right)\left(-\frac{24}{25}\right) + \left(\frac{12}{13}\right)\left(\frac{7}{25}\right)
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{120}{325} + \frac{84}{325}$$

$$= -\frac{36}{325}$$

d) $\sin(x - y)$

$$= \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$= \left(\frac{5}{13}\right)\left(-\frac{24}{25}\right) - \left(\frac{12}{13}\right)\left(\frac{7}{25}\right)$$

$$= -\frac{120}{325} - \frac{84}{325}$$

$$= -\frac{204}{325}$$

e) $\cos(x + y)$

$$= \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$= \left(\frac{12}{13}\right)\left(-\frac{24}{25}\right) - \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{7}{25}\right)$$

$$= -\frac{288}{325} - \frac{35}{325}$$

$$= -\frac{323}{325}$$

f) $\cos(x - y)$

$$= \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$= \left(\frac{12}{13}\right)\left(-\frac{24}{25}\right) + \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{7}{25}\right)$$

$$= -\frac{288}{325} + \frac{35}{325}$$

$$= -\frac{253}{325}$$

5) Utiliser une formule des angles composés appropriée pour déterminer une valeur exacte pour chacune.

a) $\sin \frac{11\pi}{12}$

$$= \sin \left(\frac{8\pi}{12} + \frac{3\pi}{12} \right) = \sin \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sin \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

b) $\cos \frac{25\pi}{12}$

$$= \cos \left(\frac{25\pi}{12} - 2\pi \right) = \cos \frac{\pi}{12}$$

$$= \cos \left(\frac{3\pi}{12} - \frac{2\pi}{12} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

c) $\tan \frac{7\pi}{12}$

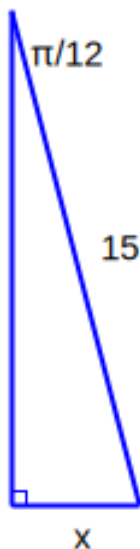
$$= \tan \left(\frac{3\pi}{12} + \frac{4\pi}{12} \right) = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - 1(\sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1 + 2\sqrt{3} + 3}{1 - 3}$$

$$= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} = -2 - \sqrt{3}$$

6) Une échelle de 15 m appuyée contre un mur est en position dangereuse si elle fait un angle de moins de $\frac{\pi}{12}$ radians avec le mur. Utiliser une formule des angles composés pour déterminer une expression exacte de la distance minimale à laquelle le pied de l'échelle peut être placé du mur pour que l'échelle soit stable en toute sécurité.



$$\begin{aligned}\sin \frac{\pi}{12} &= \frac{x}{15} \\ \sin \left(\frac{4\pi}{12} - \frac{3\pi}{12} \right) &= \frac{x}{15} \rightarrow \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{x}{15} \\ \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} &= \frac{x}{15} \\ \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) &= \frac{x}{15} \\ \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} &= \frac{x}{15} \\ x &= \frac{15(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4} \text{ m}\end{aligned}$$

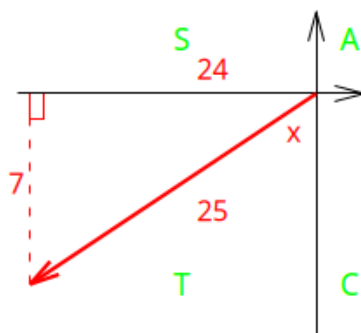
Section 3 : Formules des angles doubles

7) Exprimer chacune des expressions suivantes comme un seul rapport trigonométrique, puis évaluer

$$\begin{aligned}\text{a) } 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} &= \sin \left[2 \left(\frac{\pi}{12} \right) \right] = \sin \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{1}{2} \\ \text{b) } \cos^2 \left(\frac{\pi}{12} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{12} \right) &= \cos \left[2 \left(\frac{\pi}{12} \right) \right] = \cos \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{c) } 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{8} \right) &= \cos \left[2 \left(\frac{3\pi}{8} \right) \right] = \cos \frac{3\pi}{4} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \frac{2 \tan \frac{\pi}{6}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{6}} \\ &= \tan \left[2 \left(\frac{\pi}{6} \right) \right] = \tan \frac{\pi}{3} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

7) L'angle x se situe au troisième quadrant, et $\tan x = \frac{7}{24}$.



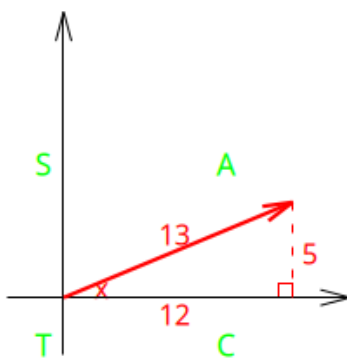
a) Déterminer une valeur exacte pour $\cos(2x)$

$$\begin{aligned} \cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= \left(-\frac{24}{25} \right)^2 - \left(-\frac{7}{25} \right)^2 \\ &= \frac{576}{625} - \frac{49}{625} \\ &= \frac{527}{625} \end{aligned}$$

b) Déterminer une valeur exacte pour $\sin(2x)$

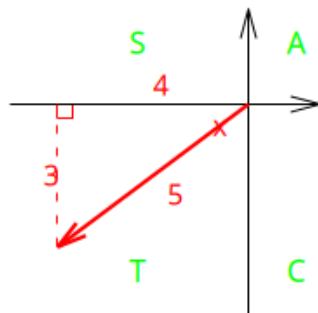
$$\begin{aligned} \sin(2x) &= 2 \sin x \cos x \\ &= 2 \left(-\frac{7}{25} \right) \left(-\frac{24}{25} \right) \\ &= \frac{336}{625} \end{aligned}$$

8) Sachant que $\sin x = \frac{5}{13}$ et $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, trouver $\sin(2x)$



$$\begin{aligned} \sin(2x) &= 2 \sin x \cos x \\ &= 2 \left(\frac{5}{13} \right) \left(\frac{12}{13} \right) \\ &= \frac{120}{169} \end{aligned}$$

9) Sachant que $\cos x = -\frac{4}{5}$ et $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, trouver $\tan(2x)$



$$\begin{aligned}\tan(2x) &= \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \\ &= \frac{2\left(\frac{3}{4}\right)}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} \\ &= \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{16}{7}\right) \\ &= \frac{24}{7}\end{aligned}$$

Section 4 : Identités trigonométriques

10) Prouver chacune des identités suivantes sur une feuille séparée

a) $\sin^2 x(1 + \cot^2 x) = 1$

MG	MD
$\begin{aligned}&= \sin^2 x(1 + \cot^2 x) \\ &= \sin^2 x + \sin^2 x \left(\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \right) \\ &= \sin^2 x + \cos^2 x \\ &= 1\end{aligned}$	$= 1$

MG = MD

b) $1 - \cos^2 x = \tan x \cos x \sin x$

MG	MD
$\begin{aligned}&= 1 - \cos^2 x \\ &= \sin^2 x\end{aligned}$	$\begin{aligned}&= \tan x \cos x \sin x \\ &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) \cos x \sin x \\ &= \sin x \sin x \\ &= \sin^2 x\end{aligned}$

MG = MD

c) $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin x \cos x} = 1 - \tan x$

MG	MD
$= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x(\cos x + \sin x)}$ $= \frac{\cos x - \sin x}{\cos x}$	$= 1 - \tan x$ $= \frac{\cos x}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}$ $= \frac{\cos x - \sin x}{\cos x}$

MG = MD

d) $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = 2 \csc^2 x$

MG	MD
$= \frac{1(1 - \cos x) + 1(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)}$ $= \frac{1 - \cos x + 1 + \cos x}{1 - \cos^2 x}$ $= \frac{2}{\sin^2 x}$	$= 2 \csc^2 x$ $= \frac{2}{\sin^2 x}$

MG = MD

e) $\sin(2\pi - x) = -\sin x$

MG	MD
$= \sin(2\pi - x)$ $= \sin(2\pi)\cos x - \cos(2\pi)\sin x$ $= 0(\cos x) - 1\sin x$ $= -\sin x$	$= -\sin x$

MG = MD

f) $[\sin(2x)](\tan x + \cot x) = 2$

MG	MD
$= [\sin(2x)](\tan x + \cot x)$ $= 2\sin x \cos x \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right)$ $= 2\sin x \cos x \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x} \right)$ $= 2\sin x \cos x \left(\frac{1}{\cos x \sin x} \right)$ $= 2$	$= 2$

MG = MD

g) $2\sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$

MG	MD
$= 2\sin x \cos y$	$= \sin(x + y) + \sin(x - y)$ $= \sin x \cos y + \cos x \sin y + \sin x \cos y - \cos x \sin y$ $= 2\sin x \cos y$

MG = MD

h) $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin(2x)$

MG	MD
$= \cos^2 x - 2\cos x \sin x + \sin^2 x$ $= 1 - 2\cos x \sin x$	$= 1 - \sin(2x)$ $= 1 - 2\sin x \cos x$

MG = MD

i) $\frac{1 - \sin^2 x}{\cot^2 x} = 1 - \cos^2 x$

MG	MD
$= \frac{\cos^2 x}{\left(\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)}$ $= \cos^2 x \times \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$ $= \sin^2 x$	$= 1 - \cos^2 x$ $= \sin^2 x$

MG = MD

j) $(\csc x - \cot x)^2 = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

MG	MD
$= \csc^2 x - 2\csc x \cot x + \cot^2 x$ $= \frac{1}{\sin^2 x} - 2\left(\frac{1}{\sin x}\right)\left(\frac{\cos x}{\sin x}\right) + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$ $= \frac{1 - 2\cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x}$	$= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \times \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x}$ $= \frac{1 - 2\cos x + \cos^2 x}{1 - \cos^2 x}$ $= \frac{1 - 2\cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x}$

MG = MD

k) $\frac{1 - 2\sin^2 x}{\cos x + \sin x} + 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos x$

MG	MD
$= \frac{1 - 2\sin^2 x}{\cos x + \sin x} + \sin \left[2\left(\frac{x}{2}\right)\right]$ $= \frac{1 - 2\sin^2 x}{\cos x + \sin x} + \frac{\sin x(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x}$ $= \frac{1 - 2\sin^2 x + \sin x \cos x + \sin^2 x}{\cos x + \sin x}$ $= \frac{\cos^2 x + \sin x \cos x}{\cos x + \sin x}$ $= \frac{\cos x(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x}$ $= \cos x$	$= \cos x$

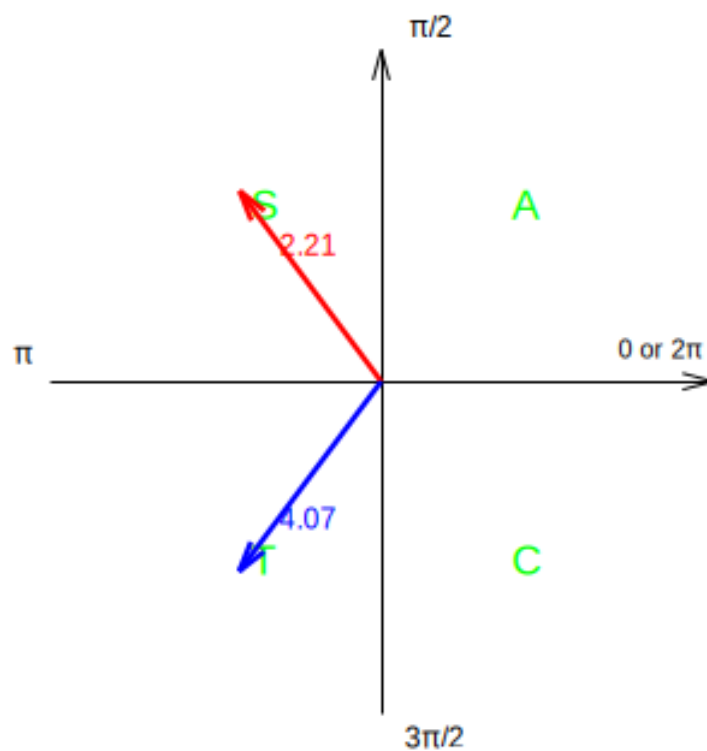
MG = MD

Section 5 : Résoudre des équations trigonométriques linéaires

11) Déterminer les solutions approximatives de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$, au centième de radian près.

a) $\cos x + 0.6 = 0$

$$\cos x = -0.6$$



$$x_1 = \cos^{-1}(-0.6) \approx 2.21$$

$$\beta = \pi - 2.21 \approx 0.93$$

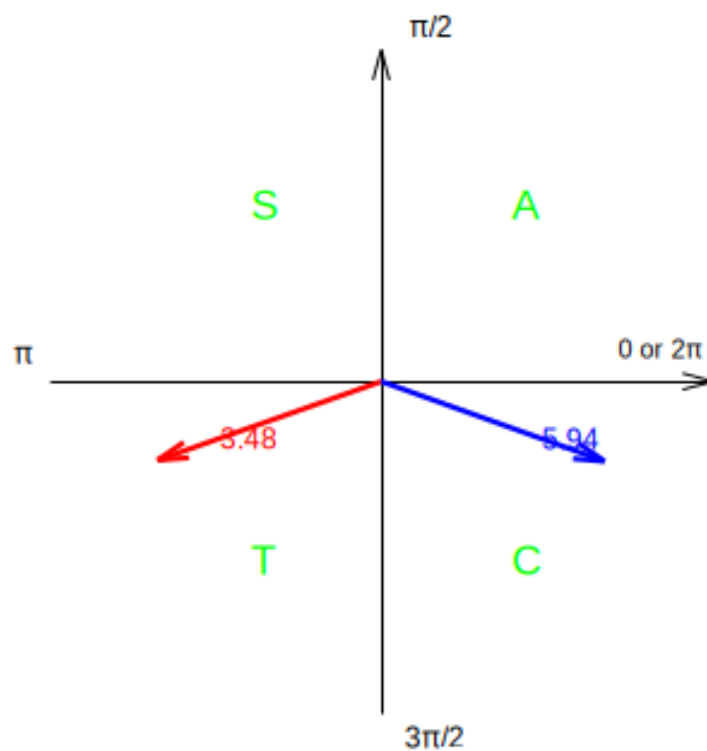
$$x_2 = \pi + 0.93 \approx 4.07$$

$$\text{b) } \sin x - 2.5 = 0$$

$\sin x = 2.5$. **Remarque :** $-1 \leq \sin x \leq 1$. **Aucune solution.**

$$\text{c) } \csc x + 3 = 0$$

$$\csc x = -3 \rightarrow \sin x = -\frac{1}{3}$$

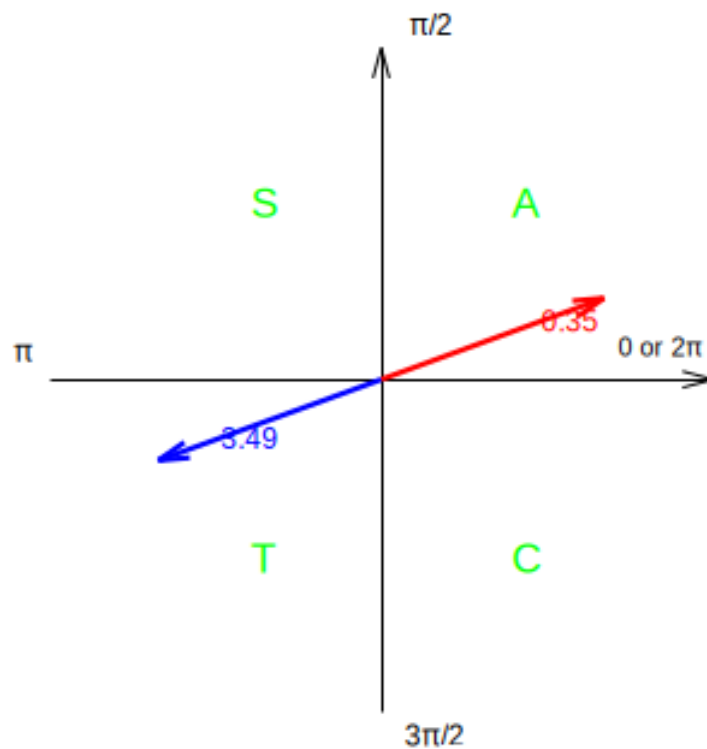


$$x_1 = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) \approx -0.34 + 2\pi \approx 5.94$$

$$x_2 = \pi + 0.34 \approx 3.48$$

d) $\cot x - 2.75 = 0$

$$\cot x = 2.75 \rightarrow \tan x = \frac{4}{11}$$



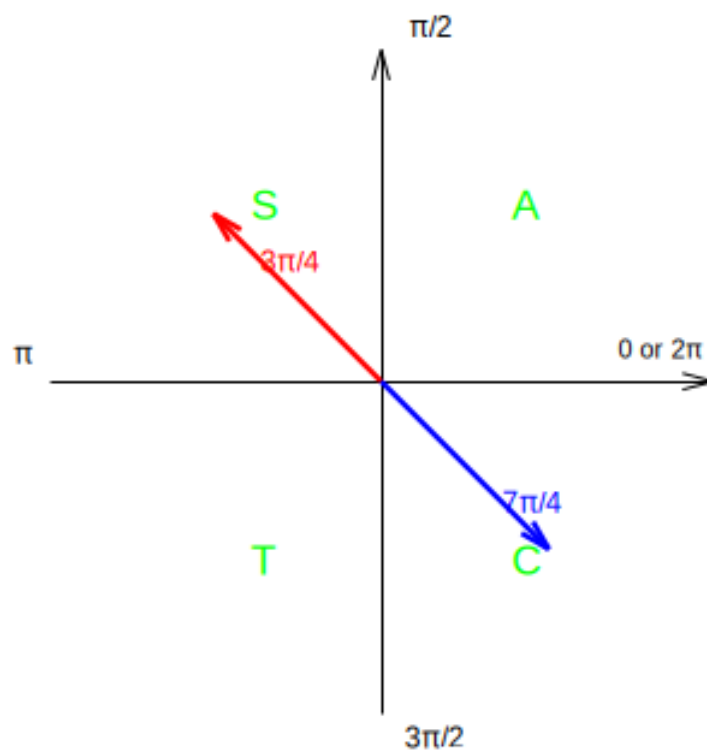
$$x_1 = \tan^{-1}\left(\frac{4}{11}\right) \approx 0.35$$

$$x_2 = \pi + 0.35 \approx 3.49$$

12) Déterminer les solutions exactes de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) $\tan x + 1 = 0$

$$\tan x = -1$$

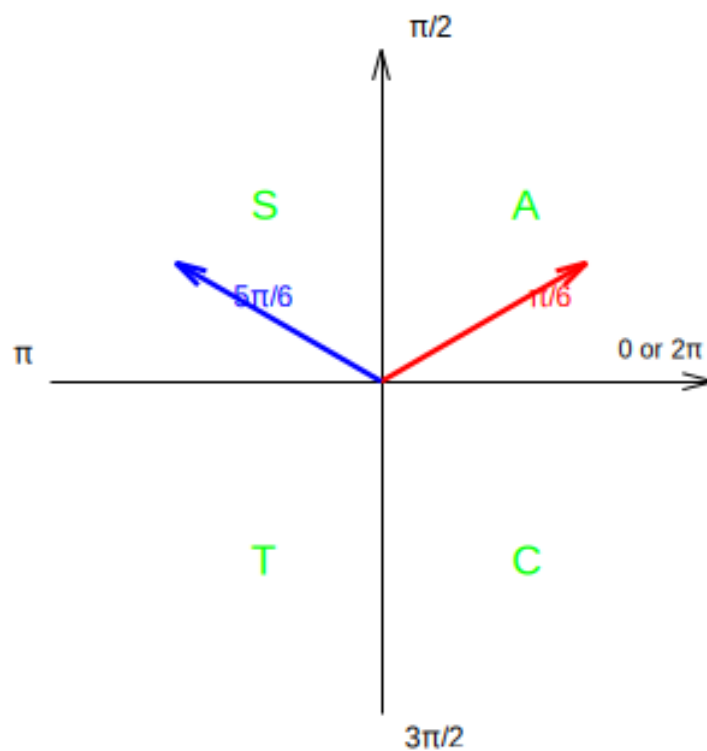


$$x_1 = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

b) $\sin x - 0.5 = 0$

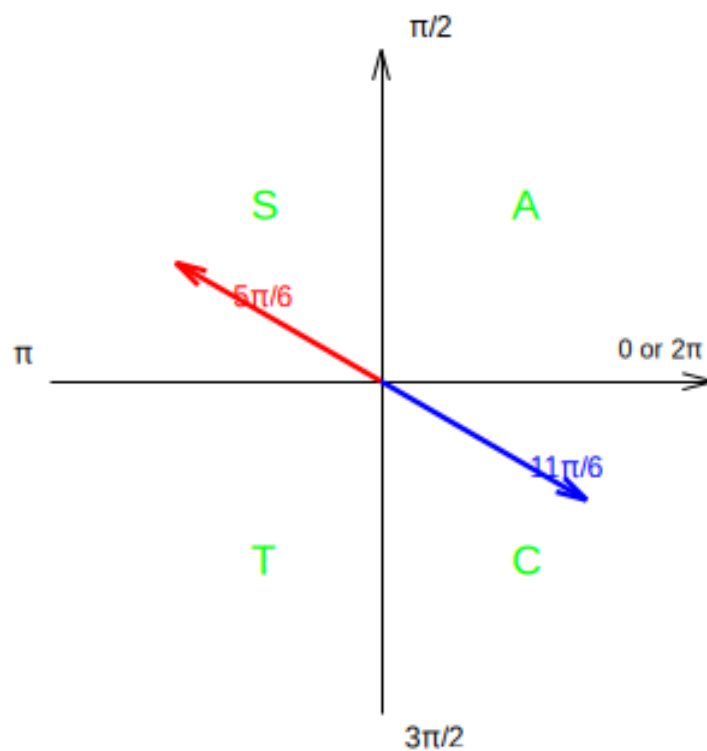
$$\sin x = \frac{1}{2}$$



$$x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{c) } \cot x + \sqrt{3} = 0$$

$$\cot x = -\sqrt{3} \rightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

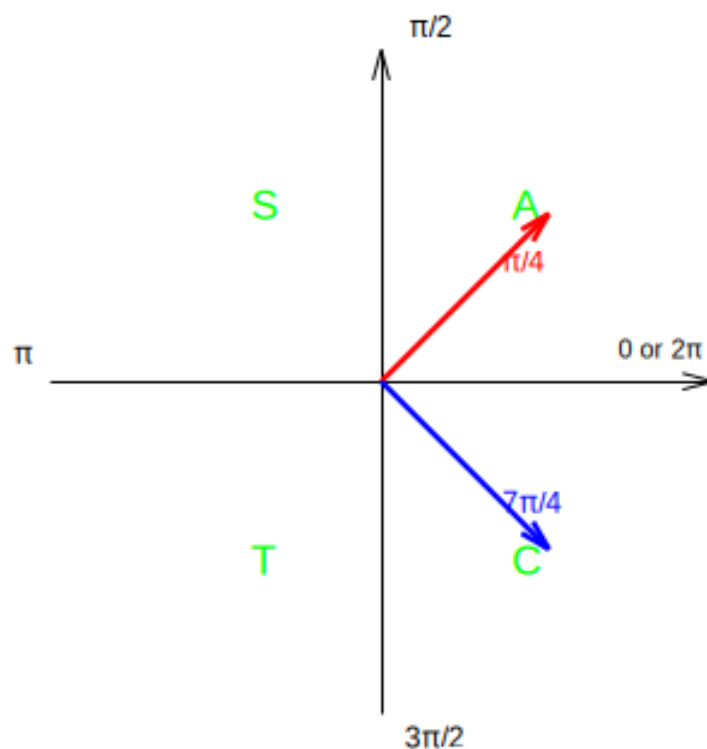


$$x_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

d) $\sec x - \sqrt{2} = 0$

$$\sec x = \sqrt{2} \rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$x_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

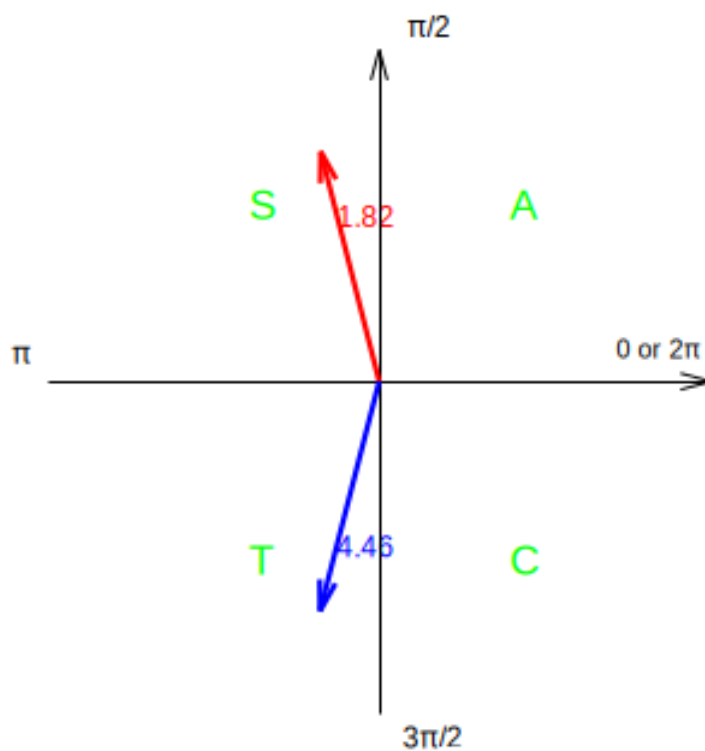
Section 6 : Résoudre des équations trigonométriques à angle double

13) Déterminer les solutions de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$, au centième de radian près. Donner des réponses exactes lorsque c'est possible.

a) $\cos(2x) = -\frac{1}{4}$

Période de $\cos(2x) = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2} = \pi$. Soit $k = 2x$.

$$\cos k = -\frac{1}{4}$$



$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) \approx 1.32$$

$$k_1 = \pi - 1.32 \approx 1.82, k_2 = \pi + 1.32 \approx 4.46$$

$$2x_1 = 1.82 \rightarrow x_1 \approx 0.91, 2x_2 = 4.46 \rightarrow x_2 \approx 2.23$$

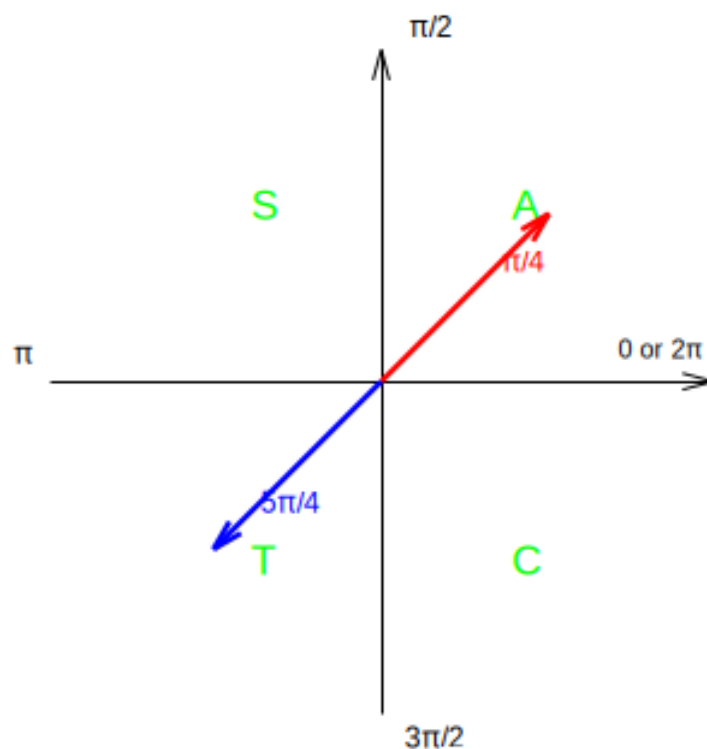
$$x_3 = x_1 + \pi \approx 4.05, x_4 = x_2 + \pi \approx 5.37$$

Réponses : $x \approx 0.91, 2.23, 4.05, 5.37$

b) $5 \tan(3x) - 5 = 0$

Période de $\tan(3x) = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{3}$. Soit $k = 3x$.

$$\tan(3x) = 1 \rightarrow \tan k = 1$$



$$k_1 = \frac{\pi}{4}, k_2 = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$3x_1 = \frac{\pi}{4} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{12}, 3x_2 = \frac{5\pi}{4} \rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{12}$$

$$x_3 = x_1 + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{12} + \frac{4\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}, x_4 = x_2 + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{12} + \frac{4\pi}{12} = \frac{9\pi}{12} = \frac{3\pi}{4}$$

$$x_5 = x_4 + \frac{\pi}{3} = \frac{9\pi}{12} + \frac{4\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}, x_6 = x_5 + \frac{\pi}{3} = \frac{13\pi}{12} + \frac{4\pi}{12} = \frac{17\pi}{12}$$

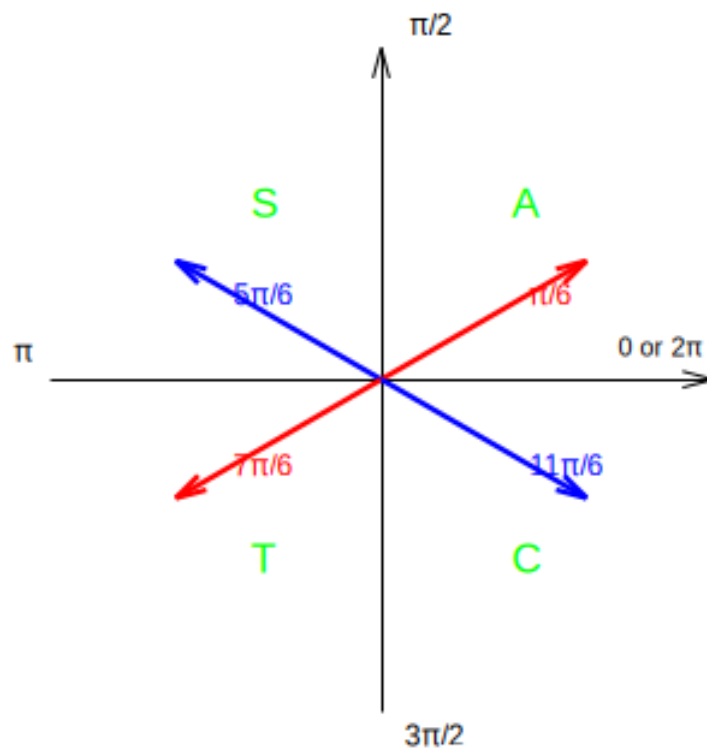
$$\text{Réponses : } x = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{3\pi}{4}, \frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}, \frac{7\pi}{4}$$

Section 7 : Résoudre des équations trigonométriques quadratiques

14) Déterminer les solutions approximatives de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$, au centième de radian près.

a) $\sin^2 x - 0.25 = 0$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2}$$

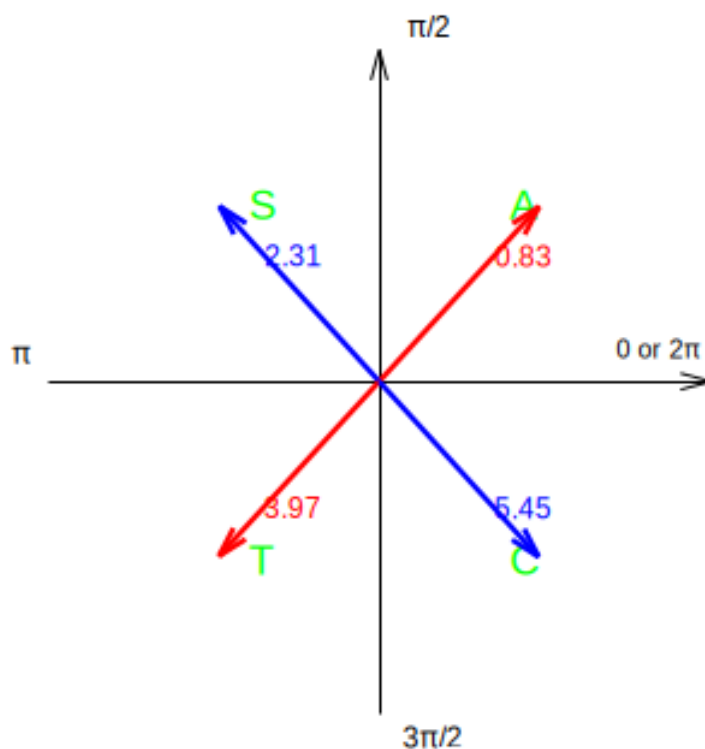


$$x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \frac{5\pi}{6}, x_3 = \frac{7\pi}{6}, x_4 = \frac{11\pi}{6}$$

Réponses (au centième près) : $x \approx 0.52, 2.62, 3.66, 5.76$

b) $\tan^2 x - 1.21 = 0$

$$\tan^2 x = 1.21 \rightarrow \tan x = \pm 1.1$$



$$\beta = \tan^{-1}(1.1) \approx 0.83$$

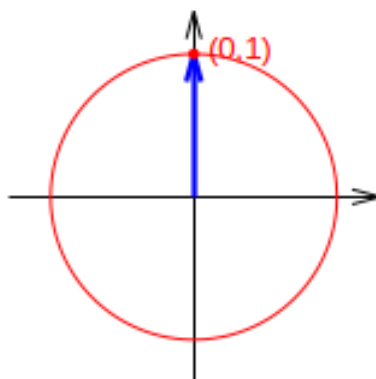
$$x_1 \approx 0.83, x_2 = \pi - 0.83 \approx 2.31, x_3 = \pi + 0.83 \approx 3.97, x_4 = 2\pi - 0.83 \approx 5.45$$

15) Pour chacune des questions suivantes, déterminer une solution exacte si possible. Si des solutions exactes ne sont pas possibles, déterminer des solutions approximatives arrondies au centième près.

a) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

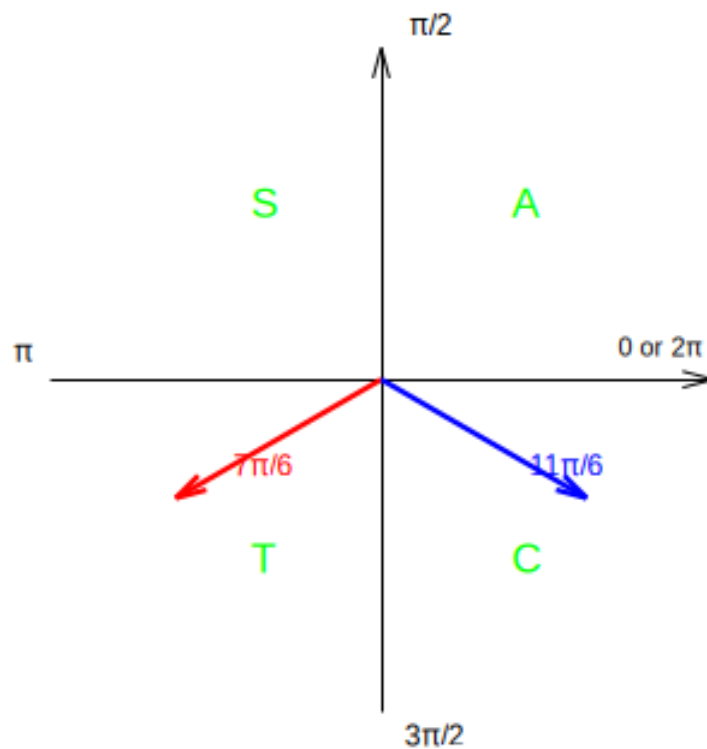
$$(\sin x - 1)(2\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = 1$$



$$x_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$



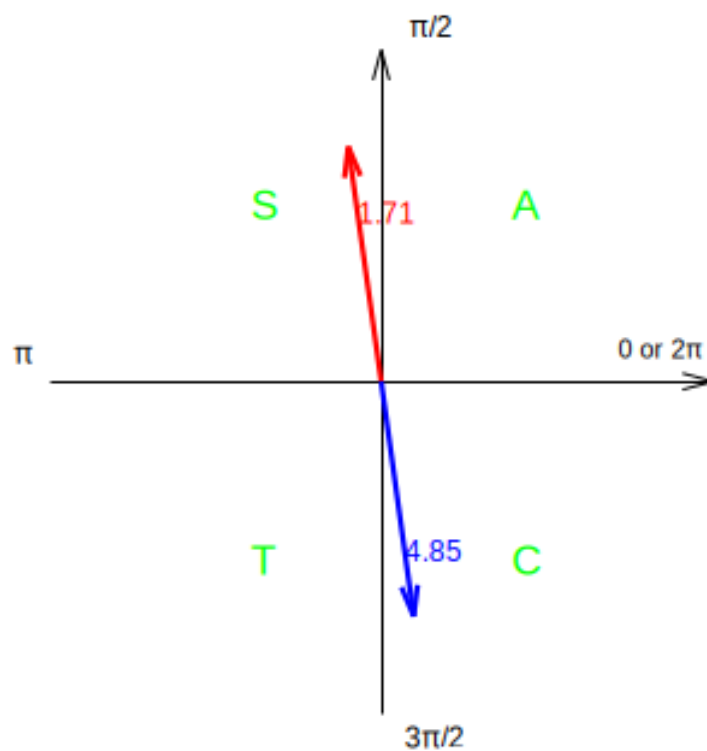
$$x_2 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}, \quad x_3 = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

Réponses : $x = \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

b) $\tan^2 x + 3 \tan x - 28 = 0$

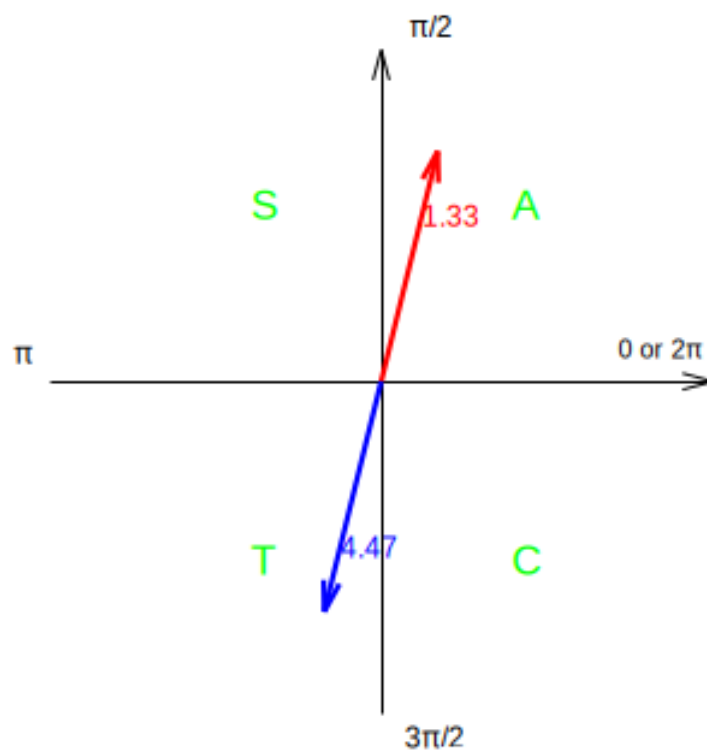
$$(\tan x + 7)(\tan x - 4) = 0$$

$$\tan x = -7$$



$$x_1 = \tan^{-1}(-7) \approx -1.43 + 2\pi \approx 4.85, \quad x_2 \approx \pi - 1.43 \approx 1.71$$

$$\tan x = 4$$



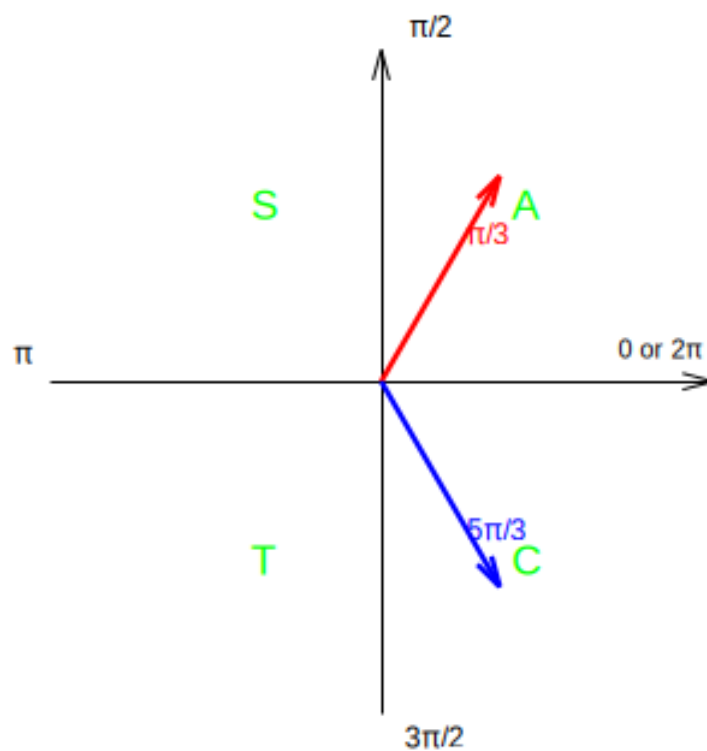
$$x_3 = \tan^{-1}(4) \approx 1.33, x_4 \approx \pi + 1.33 \approx 4.47$$

Réponses : $x \approx 1.33, 1.71, 4.47, 4.85$

c) $\sec^2 x - 5 \sec x + 6 = 0$

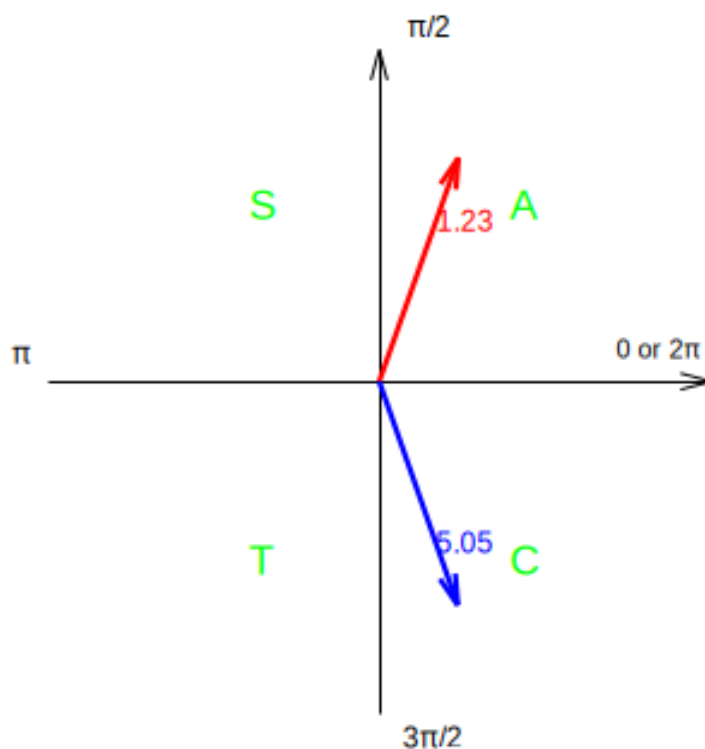
$$(\sec x - 2)(\sec x - 3) = 0$$

$$\sec x = 2 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$



$$x_1 = \frac{\pi}{3}, x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\sec x = 3 \rightarrow \cos x = \frac{1}{3}$$



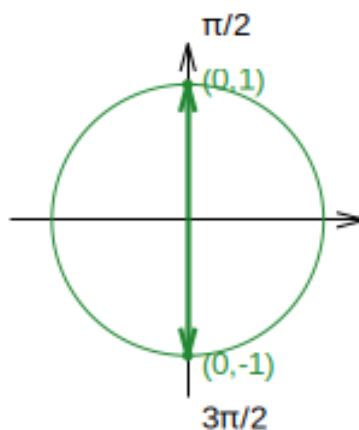
$$x_3 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 1.23, \quad x_4 = 2\pi - 1.23 \approx 5.05$$

Réponses : $x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 1.23, 5.05$

d) $2\cos^2 x - 4\cos x = 0$

$$2\cos x(\cos x - 2) = 0$$

$$\cos x = 0$$



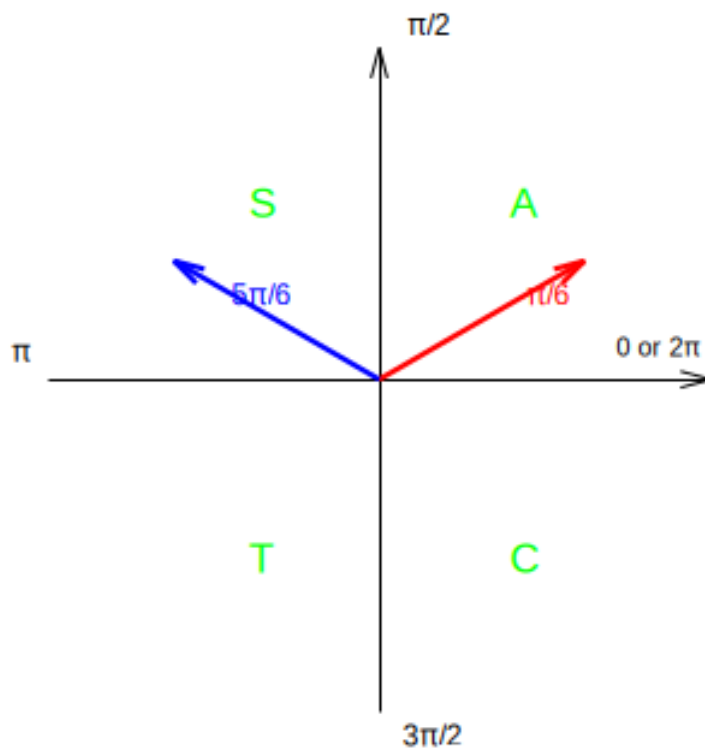
$$\cos x - 2 = 0 \rightarrow \cos x = 2 \rightarrow \text{Aucune solution}$$

Réponse : $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

e) $6\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

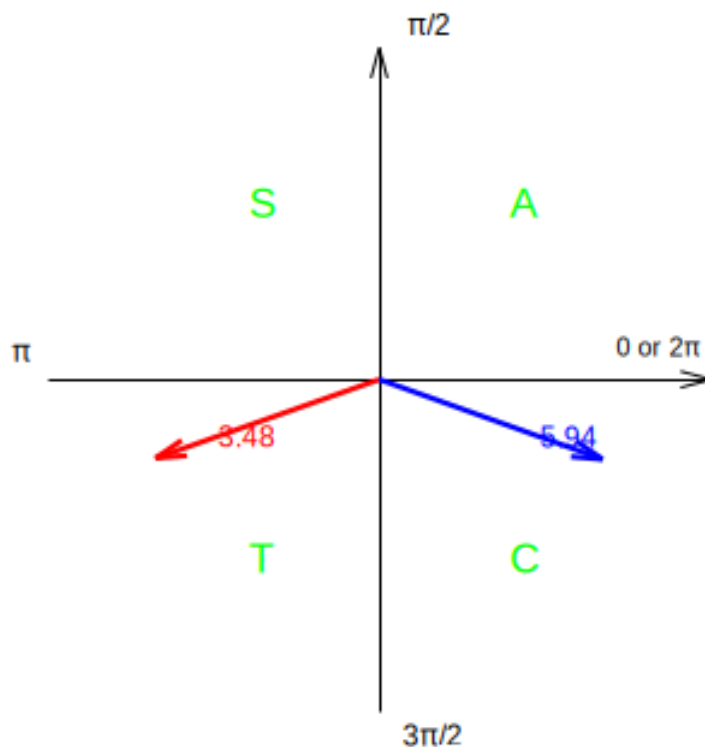
$(2\sin x - 1)(3\sin x + 1) = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$



$x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$\sin x = -\frac{1}{3}$



$$x_3 = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) \approx -0.34 + 2\pi \approx 5.94, \quad x_4 = \pi + 0.34 \approx 3.48$$

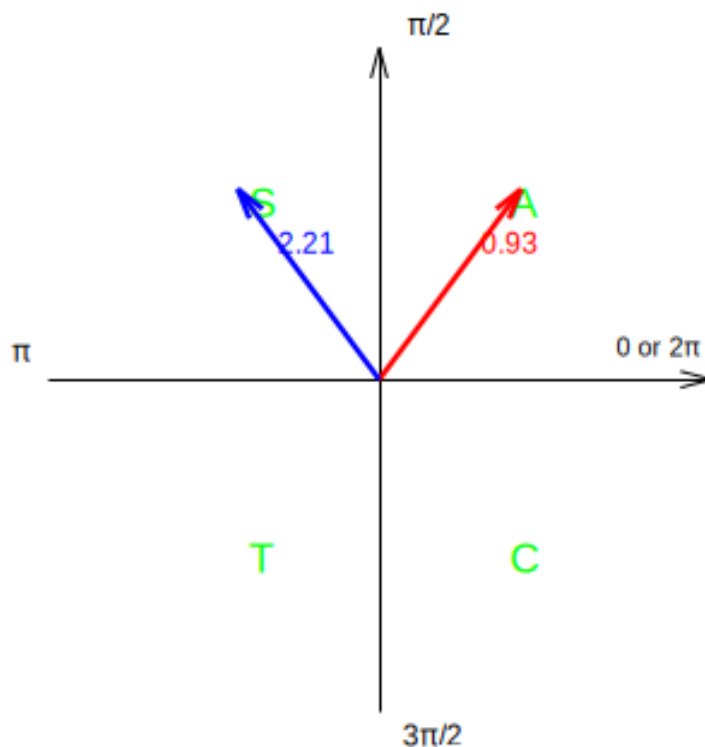
Réponses : $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, 3.48, 5.94$

16) La hauteur, h , en mètres, au-dessus du sol d'un passager sur une grande roue peut être modélisée par l'équation $h(t) = 10 \sin\left[\frac{\pi}{15}(t - 7.5)\right] + 12$, où t est le temps en secondes. À $t = 0$, le passager est au point le plus bas. Déterminer les deux premiers instants où le passager se trouve à 20 mètres au-dessus du sol, au centième de seconde près.

$$20 = 10 \sin\left[\frac{\pi}{15}(t - 7.5)\right] + 12$$

$$0.8 = \sin\left[\frac{\pi}{15}(t - 7.5)\right]. \text{ Soit } x = \frac{\pi}{15}(t - 7.5).$$

$$\sin x = 0.8$$



$$x_1 = \sin^{-1}(0.8) \approx 0.93, x_2 = \pi - 0.93 \approx 2.21$$

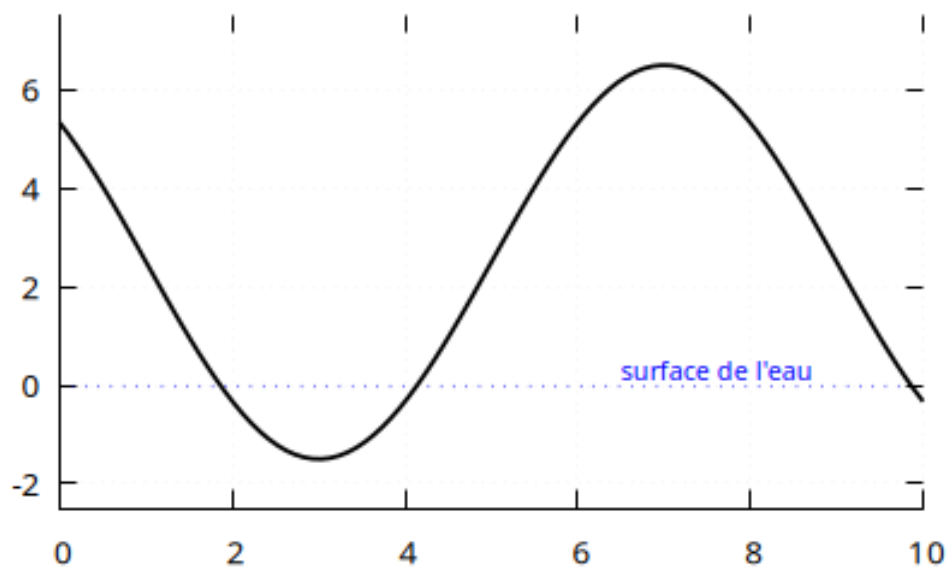
$$0.93 = \frac{\pi}{15}(t - 7.5) \rightarrow t - 7.5 \approx 4.44 \rightarrow t \approx 11.93 \text{ secondes}$$

$$2.21 = \frac{\pi}{15}(t - 7.5) \rightarrow t - 7.5 \approx 10.55 \rightarrow t \approx 18.07 \text{ secondes}$$

17) La hauteur, en mètres, d'un clou sur une roue à eau au-dessus de la surface de l'eau, en fonction du temps, peut être modélisée par la fonction $h(t) = -4\sin\left[\frac{\pi}{4}(t - 1)\right] + 2.5$, où t est le temps en secondes. Pendant quelles périodes le clou est-il sous l'eau durant les 24 premières secondes de rotation de la roue?

$$\text{amp} = 4; \text{période} = \frac{2\pi}{\pi/4} = 8 \text{ secondes}$$

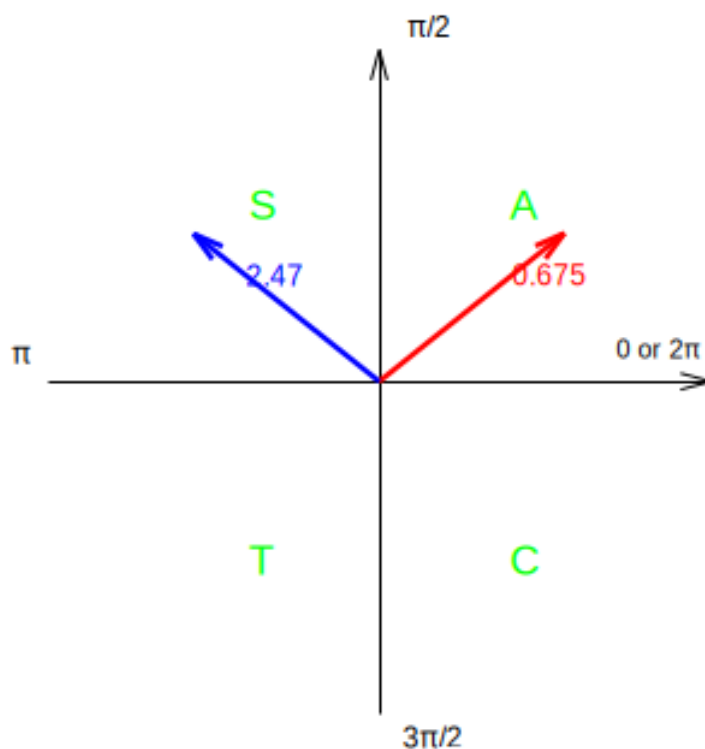
$$\text{max} = 2.5 + 4 = 6.5; \text{min} = 2.5 - 4 = -1.5$$



$$0 = -4 \sin \left[\frac{\pi}{4}(t-1) \right] + 2.5$$

$$0.625 = \sin \left[\frac{\pi}{4}(t-1) \right]. \text{ Soit } x = \frac{\pi}{4}(t-1).$$

$$\sin x = 0.625$$



$$x_1 \approx 0.675 \rightarrow t \approx 1.86; x_2 \approx 2.47 \rightarrow t \approx 4.14$$

Sous l'eau : $1.86 < t < 4.14$ secondes

Puisque la période est de 8 secondes, le clou est de nouveau sous l'eau à $9.86 < t < 12.14$ et $17.86 < t < 20.14$ secondes