

5.8 Révision avant-test de l'unité 5 – Identités et équations trigonométriques

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Section 1 : Identités de transformation et de cofonction

1) Sachant que $\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cong 0.7818$, utiliser des expressions trigonométriques équivalentes pour évaluer ce qui suit,

a) $\cos \frac{3\pi}{14}$

b) $\cos \frac{11\pi}{14}$

Section 2 : Angles composés

2) Utiliser une formule des angles composés appropriée pour exprimer comme une seule fonction trigonométrique, puis déterminer une valeur exacte pour chacune.

a) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6}$

b) $\cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{5\pi}{12}$

3) Appliquer une formule des angles composés, puis déterminer une valeur exacte pour chacune.

a) $\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)$

b) $\sin\left(\frac{5\pi}{4} - \frac{2\pi}{3}\right)$

4) L'angle x est au premier quadrant et l'angle y est au deuxième quadrant tels que $\cos x = \frac{12}{13}$ et $\sin y = \frac{7}{25}$. Déterminer une valeur exacte pour...

a) $\sin x$

b) $\cos y$

c) $\sin(x + y)$

d) $\sin(x - y)$

e) $\cos(x + y)$

f) $\cos(x - y)$

5) Utiliser une formule des angles composés appropriée pour déterminer une valeur exacte pour chacune.

a) $\sin \frac{11\pi}{12}$

b) $\cos \frac{25\pi}{12}$

c) $\tan \frac{7\pi}{12}$

6) Une échelle de 15 m appuyée contre un mur est en position dangereuse si elle fait un angle de moins de $\frac{\pi}{12}$ radians avec le mur. Utiliser une formule des angles composés pour déterminer une expression exacte de la distance minimale à laquelle le pied de l'échelle peut être placé du mur pour que l'échelle soit stable en toute sécurité.

Section 3 : Formules des angles doubles

7) Exprimer chacune des expressions suivantes comme un seul rapport trigonométrique, puis évaluer

a) $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$

b) $\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$

c) $1 - 2 \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

d) $\frac{2 \tan \frac{\pi}{6}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{6}}$

7) L'angle x se situe au troisième quadrant, et $\tan x = \frac{7}{24}$.

a) Déterminer une valeur exacte pour $\cos(2x)$

b) Déterminer une valeur exacte pour $\sin(2x)$

8) Sachant que $\sin x = \frac{5}{13}$ et $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, trouver $\sin(2x)$

9) Sachant que $\cos x = -\frac{4}{5}$ et $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, trouver $\tan(2x)$

Section 4 : Identités trigonométriques

10) Prouver chacune des identités suivantes sur une feuille séparée

a) $\sin^2 x (1 + \cot^2 x) = 1$

b) $1 - \cos^2 x = \tan x \cos x \sin x$

c) $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin x \cos x} = 1 - \tan x$

d) $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = 2 \csc^2 x$

e) $\sin(2\pi - x) = -\sin x$

f) $[\sin(2x)](\tan x + \cot x) = 2$

g) $2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$

h) $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin(2x)$

i) $\frac{1 - \sin^2 x}{\cot^2 x} = 1 - \cos^2 x$

j) $(\csc x - \cot x)^2 = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

k) $\frac{1 - 2\sin^2 x}{\cos x + \sin x} + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos x$

Section 5 : Résoudre des équations trigonométriques linéaires

11) Déterminer les solutions approximatives de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$, au centième de radian près.

a) $\cos x + 0.6 = 0$

b) $\sin x - 2.5 = 0$

c) $\csc x + 3 = 0$

d) $\cot x - 2.75 = 0$

12) Déterminer les solutions exactes de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) $\tan x + 1 = 0$

b) $\sin x - 0.5 = 0$

c) $\cot x + \sqrt{3} = 0$

d) $\sec x - \sqrt{2} = 0$

Section 6 : Résoudre des équations trigonométriques à angle double

13) Déterminer les solutions de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$, au centième de radian près. Donner des réponses exactes lorsque c'est possible.

a) $\cos(2x) = -\frac{1}{4}$

b) $5 \tan(3x) - 5 = 0$

Section 7 : Résoudre des équations trigonométriques quadratiques

14) Déterminer les solutions approximatives de chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$, au centième de radian près.

a) $\sin^2 x - 0.25 = 0$

b) $\tan^2 x - 1.21 = 0$

15) Pour chacune des questions suivantes, déterminer une solution exacte si possible. Si des solutions exactes ne sont pas possibles, déterminer des solutions approximatives arrondies au centième près.

a) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

b) $\tan^2 x + 3\tan x - 28 = 0$

c) $\sec^2 x - 5\sec x + 6 = 0$

d) $2\cos^2 x - 4\cos x = 0$

e) $6\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

16) La hauteur, h , en mètres, au-dessus du sol d'un passager sur une grande roue peut être modélisée par l'équation $h(t) = 10 \sin \left[\frac{\pi}{15}(t - 7.5) \right] + 12$, où t est le temps en secondes. À $t = 0$, le passager est au point le plus bas. Déterminer les deux premiers instants où le passager se trouve à 20 mètres au-dessus du sol, au centième de seconde près.

17) La hauteur, en mètres, d'un clou sur une roue à eau au-dessus de la surface de l'eau, en fonction du temps, peut être modélisée par la fonction $h(t) = -4 \sin \left[\frac{\pi}{4}(t - 1) \right] + 2.5$, où t est le temps en secondes. Pendant quelles périodes le clou est-il sous l'eau durant les 24 premières secondes de rotation de la roue?