

5.5 Résoudre des équations trigonométriques linéaires – Leçon avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Dans la leçon précédente, nous avons travaillé avec des identités. Les identités sont des équations vraies pour TOUTE valeur de x . Dans cette leçon, nous travaillerons avec des équations qui ne sont pas des identités. Nous devons résoudre pour la ou les valeurs qui rendent l'équation vraie.

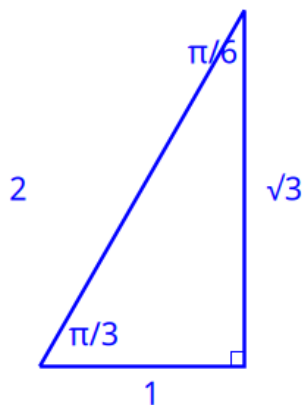
Rappelons que 2 solutions sont possibles pour un angle entre 0 et 2π avec un rapport donné. Utiliser l'angle de référence et la règle CAST pour déterminer les angles.

Pour résoudre une équation trigonométrique, considérer les 3 outils suivants :

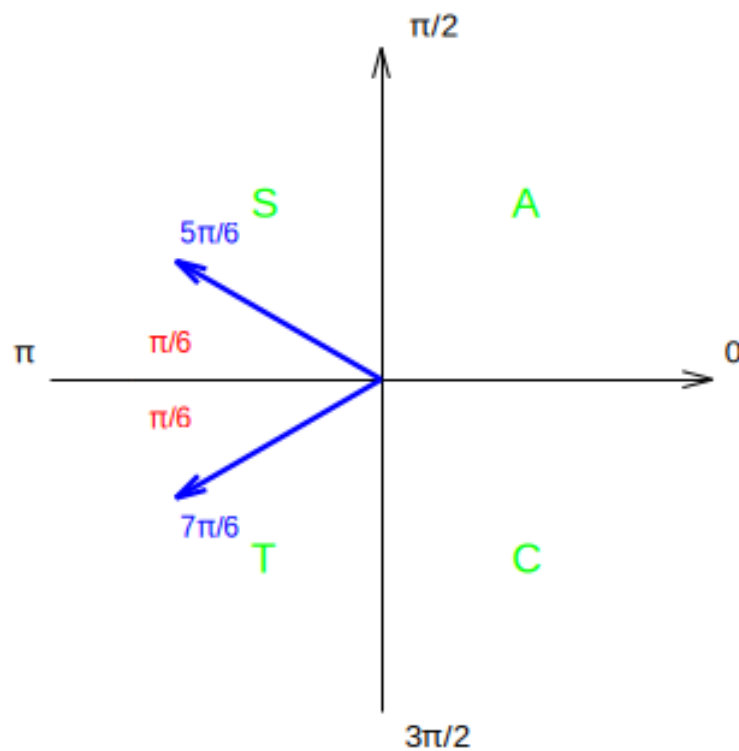
1. Triangles spéciaux
2. Graphiques des fonctions trigonométriques
3. Calculatrice

Exemple 1 : Trouver toutes les solutions de $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$-\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow$ Graphique? Non $\rightarrow$ Triangle? Oui



$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, donc l'angle de référence est $\frac{\pi}{6}$. Placer l'angle de référence dans les quadrants 2 et 3 pour rendre le rapport négatif.



$$\theta_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

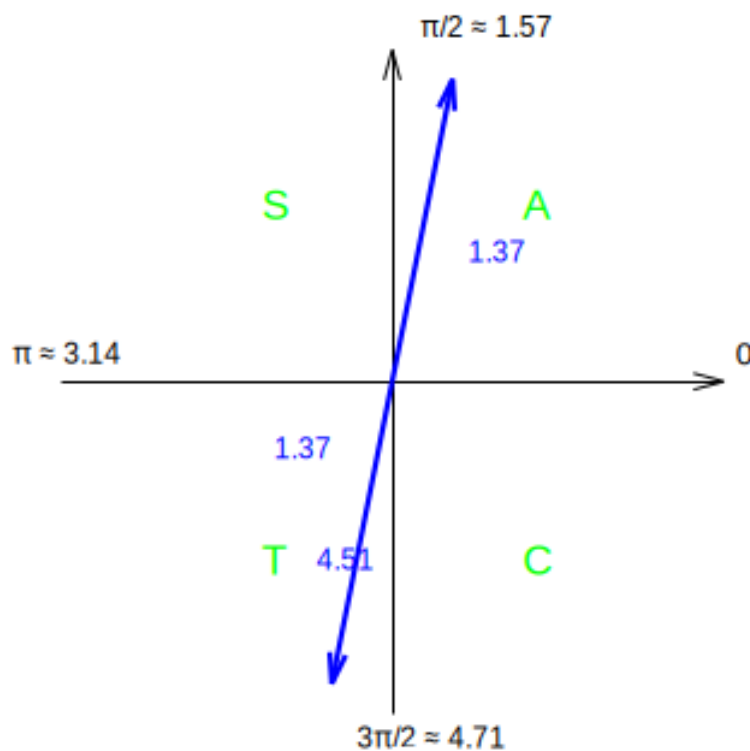
$$\theta_2 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

$$\cos \frac{5\pi}{6} = \cos \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exemple 2 : Trouver toutes les solutions de $\tan \theta = 5$ dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$\tan \theta = 5 \rightarrow$ Graphique? Non $\rightarrow$ Triangle? Non $\rightarrow$ Calculatrice

Remarque : Tan est positif aux quadrants I et III.



$$\tan \theta = 5$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}(5)$$

$$\theta_1 \approx 1.37 \text{ radians}$$

$$\theta_2 = \pi + 1.37$$

$$\theta_2 \approx 4.51 \text{ radians}$$

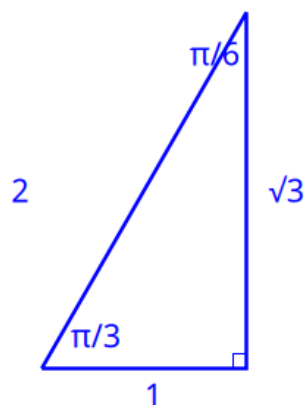
$$\tan(1.37) = \tan(4.51) = 5$$

Exemple 3 : Trouver toutes les solutions de $2 \sin x + 1 = 0$ dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$

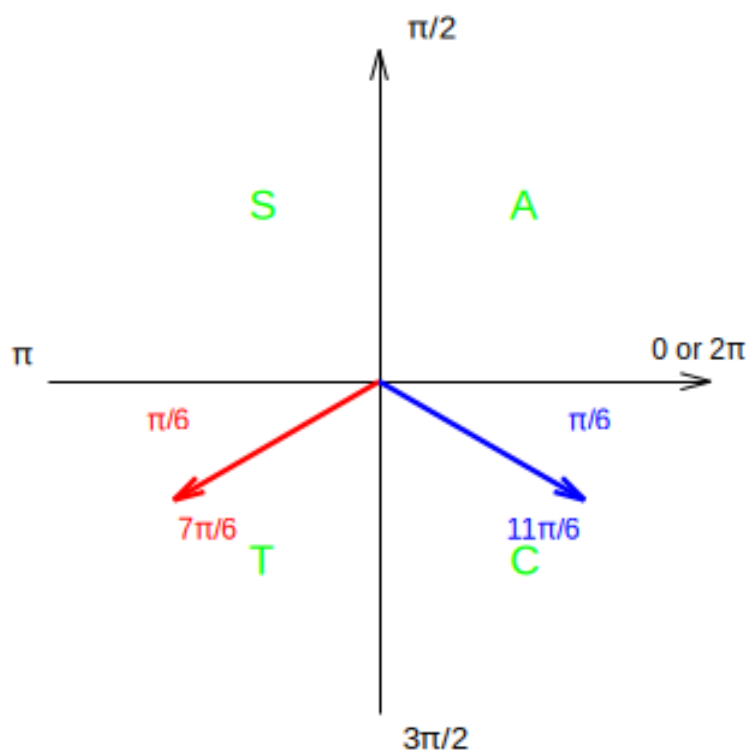
$$2 \sin x + 1 = 0$$

$$2 \sin x = -1$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{Graphique? Non} \rightarrow \text{Triangle? Oui}$$



$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, utiliser comme angle de référence aux quadrants 3 et 4 pour rendre le rapport négatif.



$$\theta_1 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

$$\theta_2 = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

$$\sin \frac{7\pi}{6} = \sin \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

Exemple 4 : Résoudre $3(\tan x + 1) = 2$, où $0 \leq x \leq 2\pi$

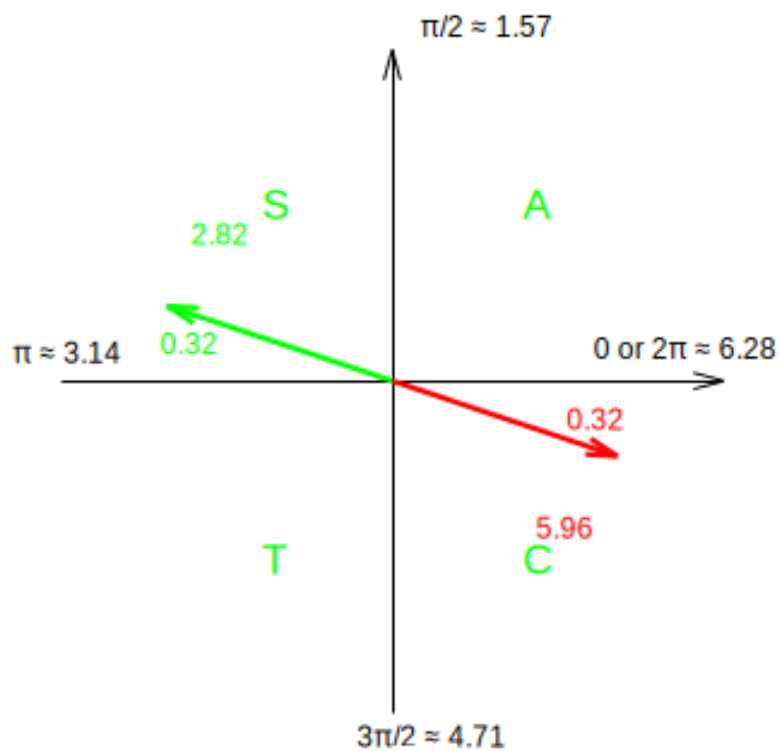
$$3(\tan x + 1) = 2$$

$$\tan x + 1 = \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{2}{3} - 1$$

$$\tan x = -\frac{1}{3} \rightarrow \text{Graphique? Non} \rightarrow \text{Triangle? Non} \rightarrow \text{Calculatrice}$$

Remarque : Tan est négatif aux quadrants II et IV.



$$\tan x = -\frac{1}{3}$$

$$x_1 = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$x_1 = -0.32175$$

$$x_1 = 2\pi - 0.32175$$

$$x_1 \approx 5.96 \text{ radians}$$

$$x_2 = \pi - 0.32$$

$$x_2 \approx 2.82 \text{ radians}$$

$$\tan(5.96) = \tan(2.82) = -\frac{1}{3}$$