

5.4 Prouver des identités trigonométriques – Leçon avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

En utilisant votre feuille de toutes les identités apprises dans cette unité, prouver chacune des suivantes :

Exemple 1 : Prouver $\frac{\sin(2x)}{1 + \cos(2x)} = \tan x$

MG	MD
$= \frac{\sin(2x)}{1 + \cos(2x)}$ $= \frac{\sin(2x)}{1 + 2\cos^2 x - 1}$ $= \frac{2\sin x \cos x}{2\cos^2 x}$ $= \frac{\sin x}{\cos x}$	$= \tan x$ $= \frac{\sin x}{\cos x}$

MG = MD

Exemple 2 : Prouver $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$

MG	MD
$= \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ $= \cos \frac{\pi}{2} \cos x - \sin \frac{\pi}{2} \sin x$ $= 0(\cos x) - 1 \sin x$ $= -\sin x$	$= -\sin x$

MG = MD

Exemple 3 : Prouver $\csc(2x) = \frac{\csc x}{2\cos x}$

MG	MD
$= \csc(2x)$ $= \frac{1}{\sin(2x)}$ $= \frac{1}{2\sin x \cos x}$	$= \frac{\csc x}{2\cos x}$ $= \csc x \cdot \frac{1}{2\cos x}$ $= \frac{1}{\sin x} \cdot \frac{1}{2\cos x}$ $= \frac{1}{2\sin x \cos x}$

MG = MD

Exemple 4 : Prouver $\cos x = \frac{1}{\cos x} - \sin x \tan x$

MG	MD
$= \cos x$	$= \frac{1}{\cos x} - \sin x \tan x$ $= \frac{1}{\cos x} - \sin x \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)$ $= \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin^2 x}{\cos x}$ $= \frac{\cos^2 x}{\cos x}$ $= \cos x$

MG = MD

Exemple 5 : Prouver $\tan(2x) - 2 \tan(2x) \sin^2 x = \sin 2x$

MG	MD
$\begin{aligned} &= \tan(2x) - 2 \tan(2x) \sin^2 x \\ &= \tan(2x)[1 - 2 \sin^2 x] \\ &= \tan(2x) \cos(2x) \\ &= \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)} \cdot \cos(2x) \\ &= \sin(2x) \end{aligned}$	$= \sin(2x)$

MG = MD

Exemple 6 : Prouver $\frac{\cos(x - y)}{\cos(x + y)} = \frac{1 + \tan x \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

MG	MD
$\begin{aligned} &= \frac{\cos(x - y)}{\cos(x + y)} \\ &= \frac{\cos x \cos y + \sin x \sin y}{\cos x \cos y - \sin x \sin y} \end{aligned}$	$\begin{aligned} &= \frac{1 + \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin y}{\cos y}\right)}{1 - \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin y}{\cos y}\right)} \times \frac{\cos x \cos y}{\cos x \cos y} \\ &= \frac{\cos x \cos y + \sin x \sin y}{\cos x \cos y - \sin x \sin y} \end{aligned}$

MG = MD