

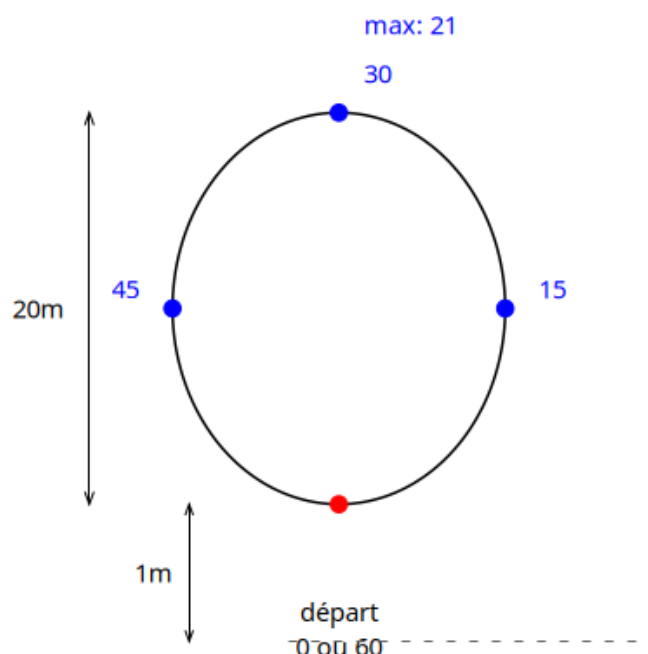
W5 5.3 Applications de la trigonométrie – Feuille de travail avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Considère une grande roue d'un diamètre de 20 mètres. Une passagère doit monter d'une marche de 1 mètre pour s'asseoir, et un tour complet de la roue prend 60 secondes.

a) Écris une fonction cosinus qui représente la hauteur, h , d'une passagère t secondes après le début du tour. Commence par déterminer la hauteur maximale et minimale de la passagère.



$$a = \frac{21 - 1}{2} = 10$$

$$k = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30}$$

$$c = 21 - 10 = 11$$

$$d_{\cos} = 30$$

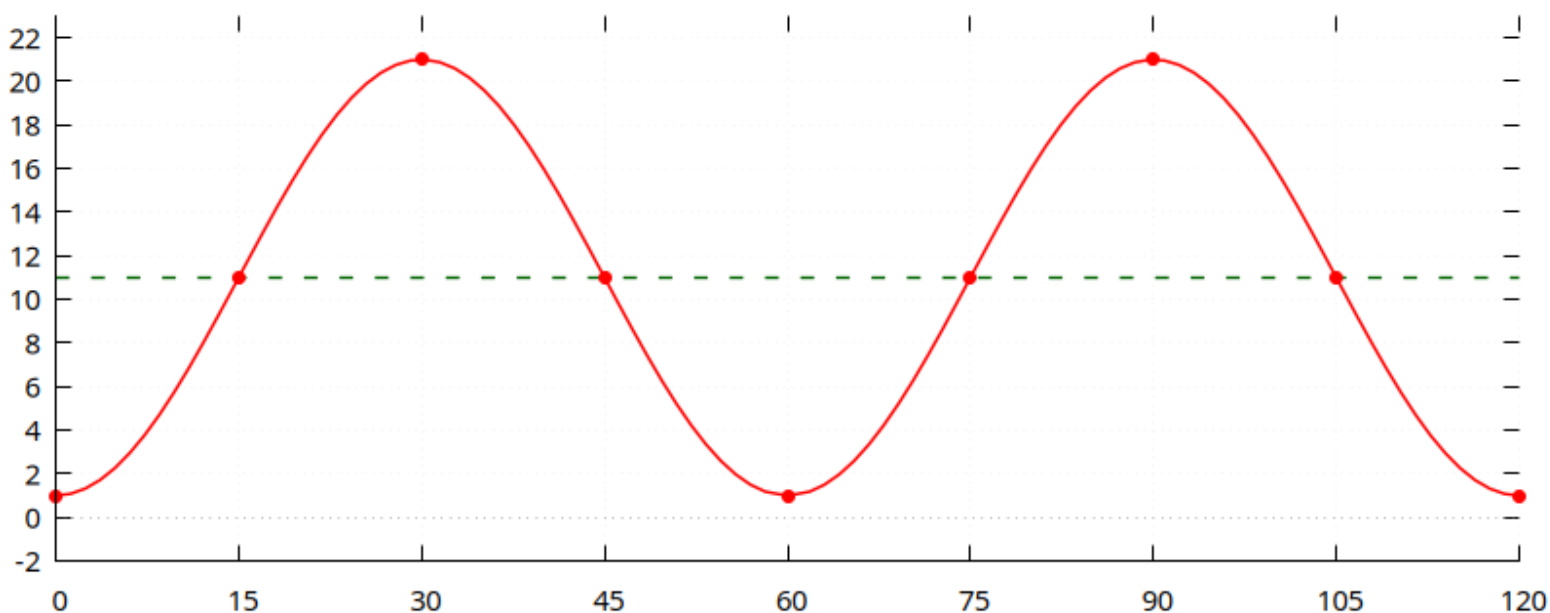
$$h(t) = 10 \cos \left[\frac{\pi}{30}(t - 30) \right] + 11$$

b) À quelle hauteur sera la passagère après 10 secondes? Après 160 secondes?

$$h(10) = 10 \cos \left[\frac{\pi}{30}(10 - 30) \right] + 11 \cong 6 \text{ m}$$

$$h(160) = 10 \cos \left[\frac{\pi}{30}(160 - 30) \right] + 11 \cong 16 \text{ m}$$

c) Esquisse un graphique pour cette fonction.



2) L'équation $T = 40 \cos \left[\frac{\pi}{10}(x - 10) \right] + 160$ décrit comment un élément dans un four chauffe et refroidit de façon cyclique, où x est le temps en minutes et T est la température en °C.

a) Quelle est la période du chauffage de cet élément? Que signifie-t-elle?

$$\text{Période} = \frac{2\pi}{\left(\frac{\pi}{10}\right)} = 2\pi \left(\frac{10}{\pi}\right) = 20$$

Toutes les 20 minutes, un cycle de chauffage et de refroidissement se termine.

b) À quel moment du cycle de chauffage l'élément atteint-il sa température maximale? Quelle est la température maximale? Quelle est la minimale?

$d_{\cos} = 10$, donc il atteint la température maximale après 10 minutes.

$$\text{max} = c + a = 160 + 40 = 200^\circ\text{C}$$

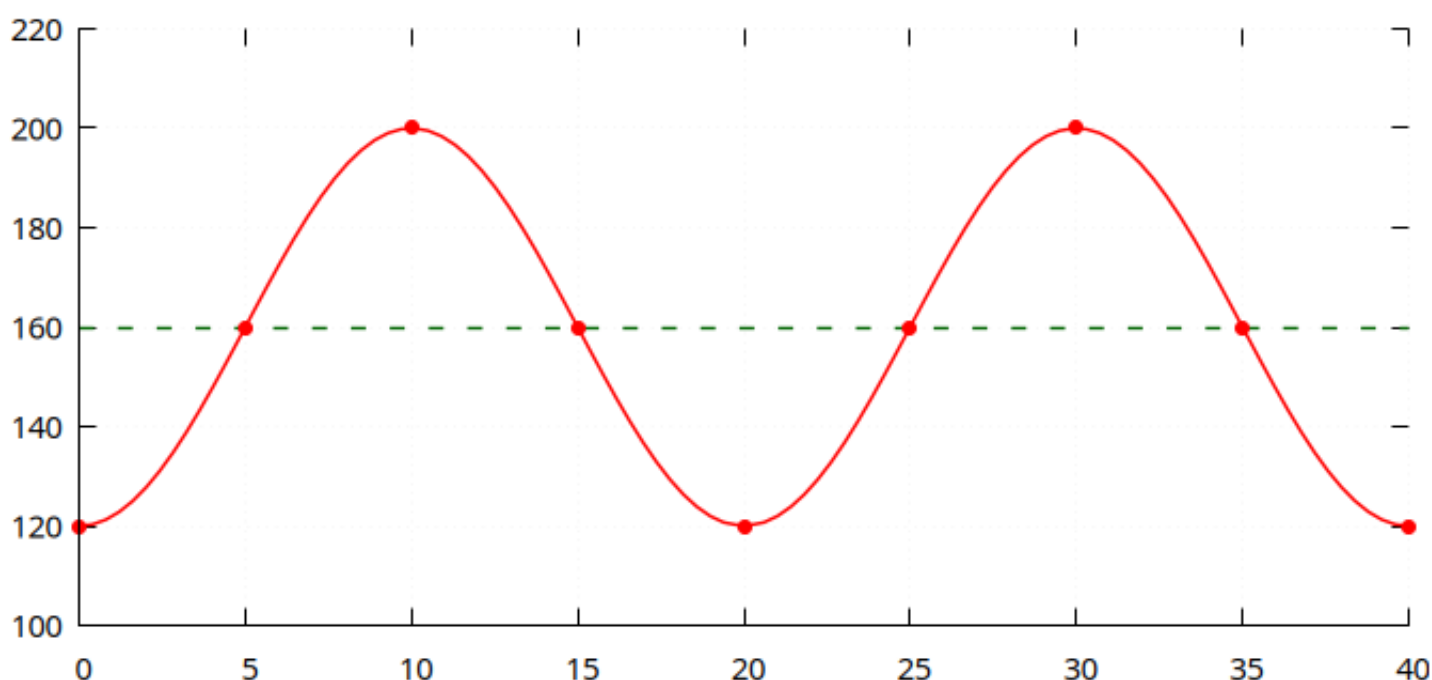
$$\text{min} = c - a = 160 - 40 = 120^\circ\text{C}$$

c) Utilise cette équation pour calculer la température de l'élément 4 minutes et 12 minutes dans le cycle.

$$T(4) = 40 \cos \left[\frac{\pi}{10}(4 - 10) \right] + 160 \cong 147.6^\circ\text{C}$$

$$T(12) = 40 \cos \left[\frac{\pi}{10}(12 - 10) \right] + 160 \cong 192.4^\circ\text{C}$$

d) Esquisse un graphique pour cette fonction.



3) Pendant une période de 12 heures, les marées dans une zone de la baie de Fundy font monter le niveau de l'eau à 6 m au-dessus du niveau moyen de la mer et descendre à 6 m sous ce niveau. La profondeur de l'eau à marée basse est de 2 m.

a) Quelle est la profondeur de l'eau au niveau moyen de la mer?

$$\min = 2, a = 6$$

$$c = \min + |a| = 2 + 6 = 8 \text{ m}$$

b) Quelle est la profondeur de l'eau à marée haute?

$$\max = c + |a| = 8 + 6 = 14 \text{ m}$$

c) Quand se produisent la marée haute et la marée basse si l'eau est au niveau moyen de la mer à minuit et que la marée monte?

$$\text{Période} = 12 \text{ heures}, k = \frac{\pi}{6}$$

Commence au niveau moyen; le premier maximum survient $\frac{\pi}{2k}$ après cela $= \frac{\pi}{2(\frac{\pi}{6})} = 3$ heures plus tard.

Maximum à 3 h et à 15 h (2 cycles en 24 heures)

Le premier minimum survient $\frac{\pi}{k}$ après le maximum $= 3 + \frac{\pi}{(\frac{\pi}{6})} = 3 + 6 = 9$ h et 21 h.

d) Crée une équation sinus pour représenter ce scénario. Soit y la profondeur de l'eau en mètres et x le nombre d'heures après minuit.

$$y = 6 \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 8$$

4) Un bras robotisé effectue 10 piqûres par minute sur une chaîne de montage. Il monte à une hauteur de 28 cm, descend à une hauteur de 4 cm en frappant la pointe, puis répète le mouvement. Le bras est au repos (ou commence) à la hauteur maximale.

a) Quelle est la période du mouvement du bras robotisé? Autrement dit, combien de temps faut-il pour aller de la hauteur maximale, jusqu'à la pointe, puis remonter à la hauteur maximale, si le bras répète ce mouvement 10 fois en une minute?

$$\text{période} = \frac{60 \text{ s}}{10 \text{ cycles}} = 6 \text{ s/cycle}$$

b) Écris une fonction cosinus qui représente la hauteur, h , du bras robotisé t secondes après le début du processus.

$$a = \frac{28 - 4}{2} = 12$$

$$k = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$c = 28 - 12 = 16$$

$$d_{\cos} = 0$$

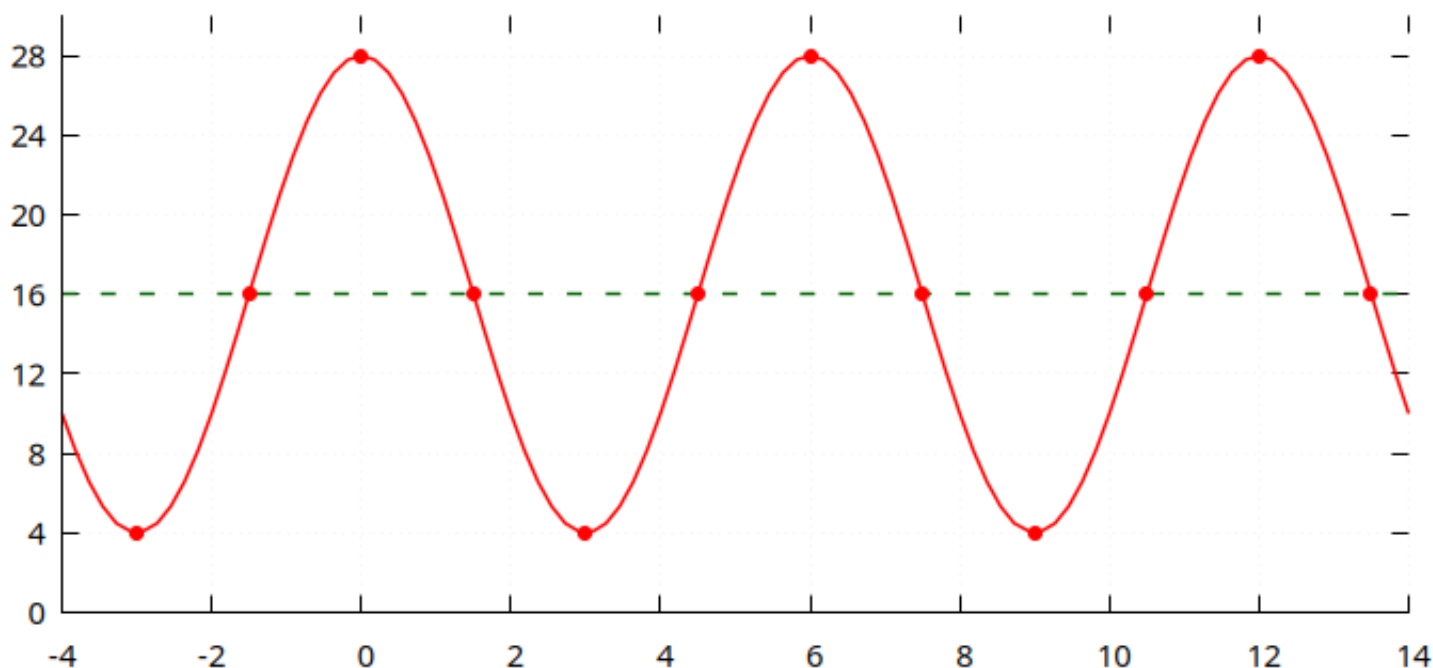
$$h(t) = 12 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 16$$

c) Quelle sera la hauteur du bras après 10 secondes? Après 50 secondes?

$$h(10) = 12 \cos\left[\frac{\pi}{3}(10)\right] + 16 = 10 \text{ cm}$$

$$h(50) = 12 \cos\left[\frac{\pi}{3}(50)\right] + 16 = 10 \text{ cm}$$

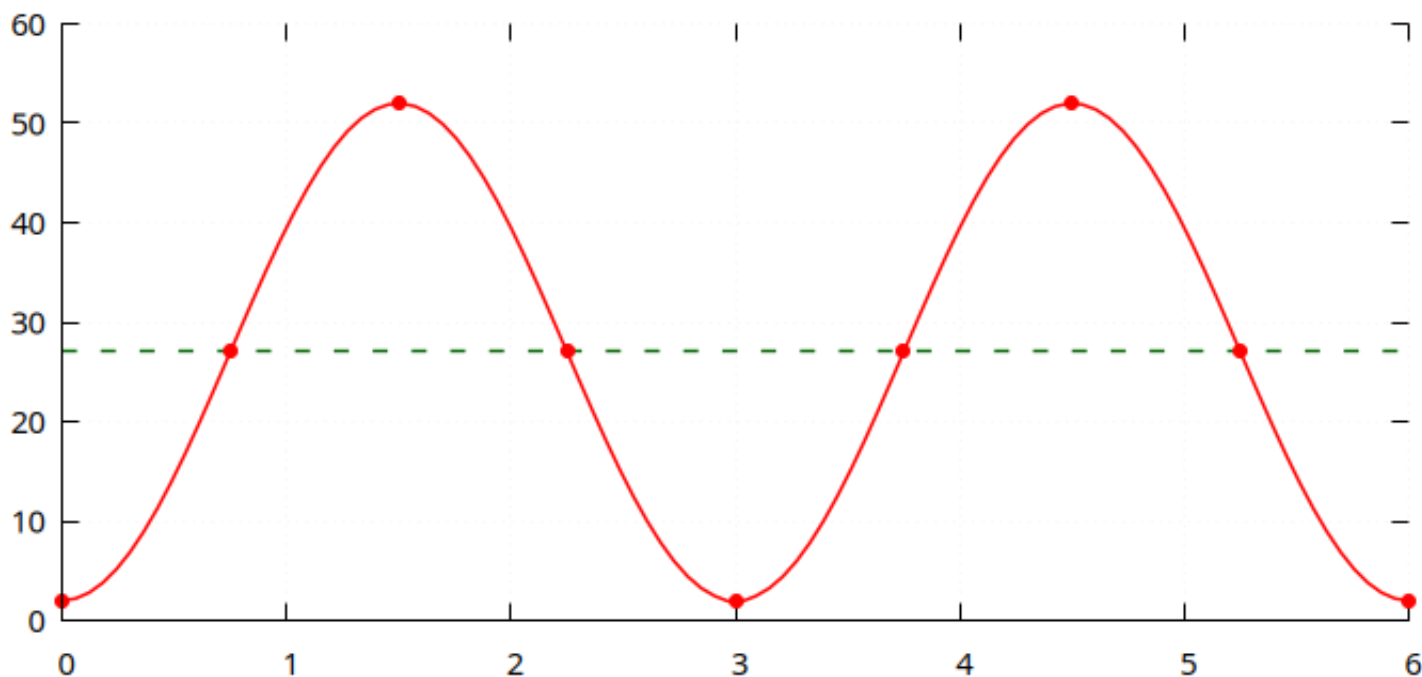
d) Esquisse un graphique pour cette fonction.



5) Un barreau d'une roue pour hamster, d'un rayon de 25 cm, se déplace à une vitesse constante. Il fait une révolution complète en 3 secondes. L'axe de la roue pour hamster se trouve à 27 cm au-dessus du sol.

a) Esquisse un graphique de la hauteur du barreau au-dessus du sol pendant deux révolutions complètes, en commençant lorsque le barreau est le plus proche du sol.

$$\min = 2, a = 25, c = 27$$



b) Décris les transformations nécessaires pour transformer $y = \cos x$ en la fonction que tu as représentée graphiquement en a).

Réflexion verticale

Étirement vertical par un facteur de 25

$$k = \frac{2\pi}{3}$$

Compression horizontale par un facteur de $\frac{3}{2\pi}$

Déplacement vers le haut de 27 unités

c) Écris l'équation qui modélise cette situation.

$$h(t) = -25 \cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right) + 27$$

6) La tension artérielle de chaque personne est différente, mais il existe une plage de valeurs considérée comme saine. La fonction $P(t) = -20 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t\right) + 100$ modélise la tension artérielle, p , en millimètres de mercure, au temps t , en secondes, d'une personne au repos.

a) Quelle est la période de la fonction? Que représente la période pour un individu?

$$\text{période} = \frac{2\pi}{\left(\frac{5\pi}{3}\right)} = 2\pi \left(\frac{3}{5\pi}\right) = \frac{6}{5} = 1.2$$

1.2 seconde entre les battements du cœur d'une personne.

b) Combien de fois le cœur de cette personne bat-il chaque minute?

$$\text{bpm} = \frac{60}{1.2} = 50 \text{ bpm}$$

c) Esquisse un graphique de la fonction.

