

4.6 Révision avant-test de l'unité 4 – Trigonométrie avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Section 1 : 4.1 – Mesure en radians

1) Détermine la mesure approximative en radians, au centième près, pour chaque angle.

a) 33°

$$33 \times \frac{\pi}{180} \cong 0.58$$

b) 138°

$$138 \times \frac{\pi}{180} \cong 2.41$$

c) 252°

$$252 \times \frac{\pi}{180} \cong 4.40$$

d) 347°

$$347 \times \frac{\pi}{180} \cong 6.06$$

2) Détermine la mesure approximative en degrés, au dixième près, pour chaque angle.

a) 1.24

$$1.24 \times \frac{180}{\pi} \cong 71.0^\circ$$

b) 2.82

$$2.82 \times \frac{180}{\pi} \cong 161.6^\circ$$

c) 4.78

$$4.78 \times \frac{180}{\pi} \cong 273.9^\circ$$

d) 6.91

$$6.91 \times \frac{180}{\pi} \cong 395.9^\circ$$

3) Détermine la mesure exacte en radians de chaque angle.

a) 75°

$$75 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}$$

b) 20°

$$20 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{9}$$

c) 12°

$$12 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{15}$$

d) 9°

$$9 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{20}$$

4) Détermine la mesure exacte en degrés de chaque angle.

a) $\frac{2\pi}{5}$

$$\frac{2\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = 72^\circ$$

b) $\frac{4\pi}{9}$

$$\frac{4\pi}{9} \times \frac{180}{\pi} = 80^\circ$$

c) $\frac{7\pi}{12}$

$$\frac{7\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} = 105^\circ$$

d) $\frac{11\pi}{18}$

$$\frac{11\pi}{18} \times \frac{180}{\pi} = 110^\circ$$

5) Un arc de cercle mesurant 22.5 cm sous-tend un angle au centre de $\frac{4\pi}{3}$ radians. Trouve le rayon approximatif du cercle, au dixième de cm près.

$$\theta = \frac{a}{r}$$

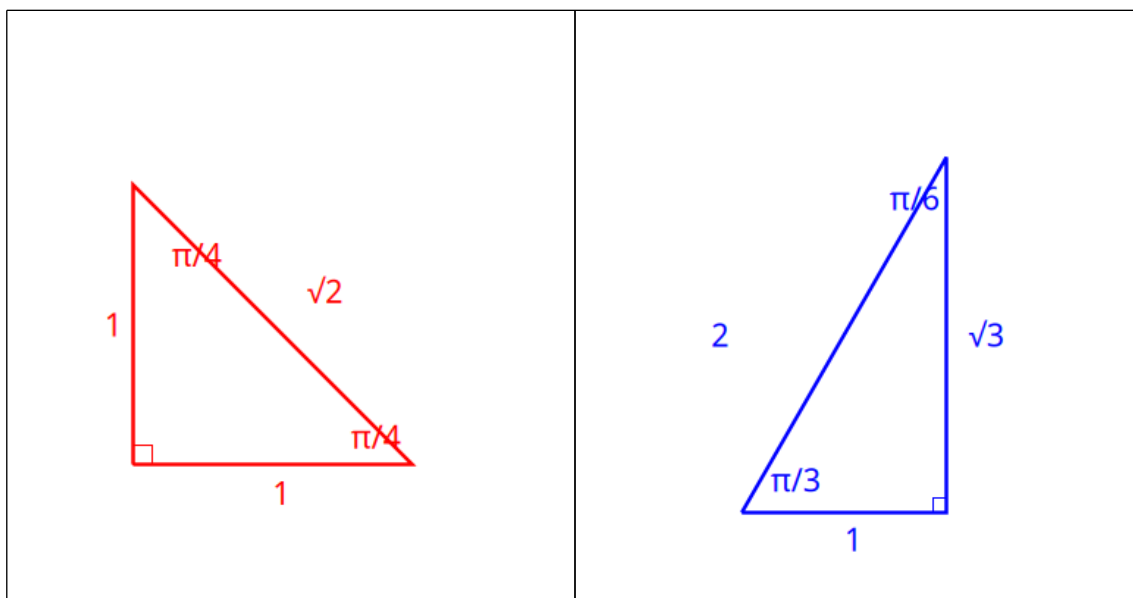
$$\frac{4\pi}{3} = \frac{22.5}{r}$$

$$r = \frac{22.5(3)}{4\pi}$$

$$r \cong 5.4 \text{ cm}$$

Section 2 : 4.2 – Rapports trigonométriques et angles particuliers

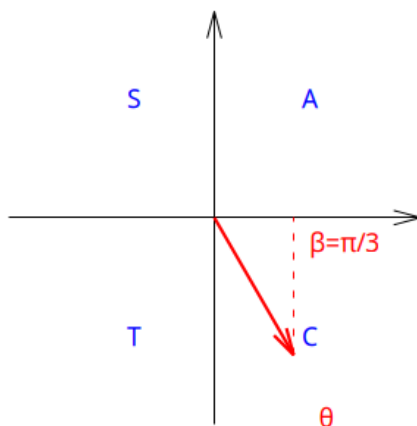
6) Dessine les deux triangles spéciaux en utilisant les mesures en radians.



7) Trouve la valeur exacte (à l'aide de la règle CAST et en dessinant les triangles spéciaux) pour...

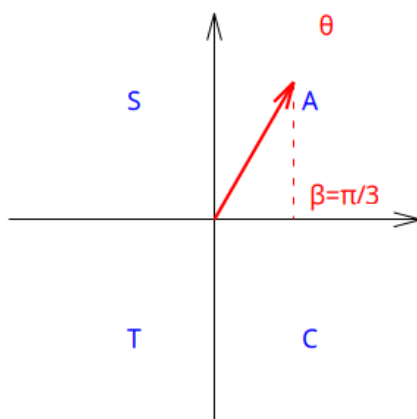
7) Trouve la valeur exacte (à l'aide de la règle CAST et en dessinant les triangles spéciaux) pour...

a) $\sin \frac{5\pi}{3}$



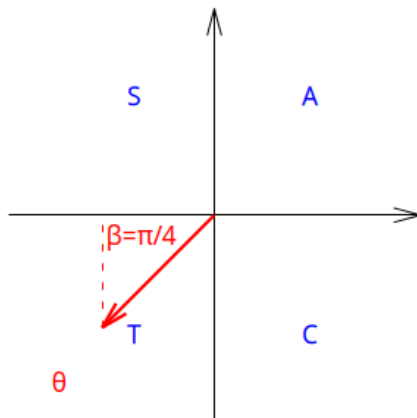
$$\sin \frac{5\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) $\cot \frac{\pi}{3}$



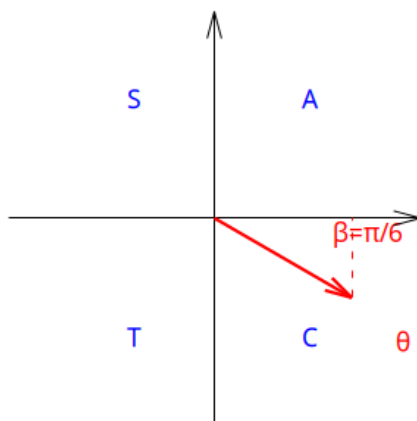
$$\cot \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\tan \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

c) $\cos \frac{5\pi}{4}$



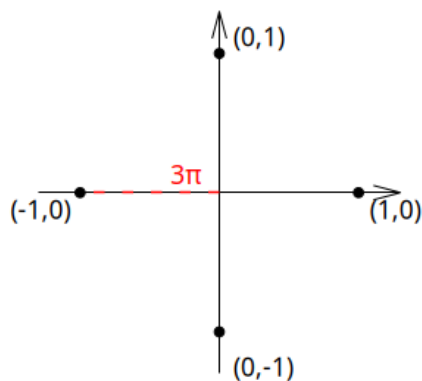
$$\cos \frac{5\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

d) $\sec \frac{11\pi}{6}$



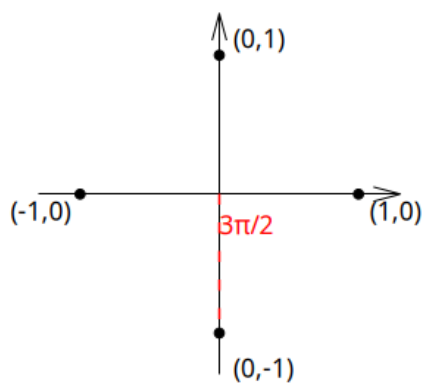
$$\sec \frac{11\pi}{6} = \frac{1}{\cos \frac{11\pi}{6}} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

e) $\tan 3\pi$



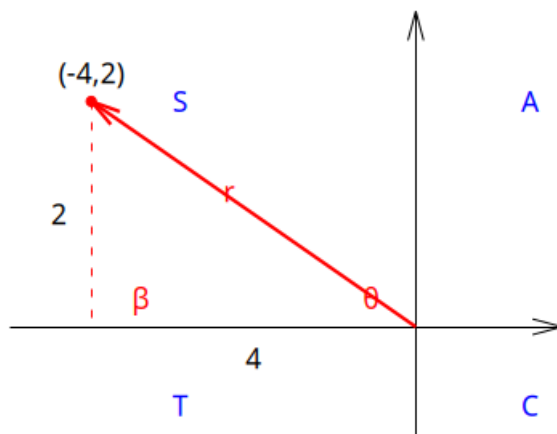
$$\tan 3\pi = \tan(3\pi - 2\pi) = \tan \pi = \frac{y}{x} = \frac{0}{-1} = 0$$

f) $\sin \frac{3\pi}{2}$



$$\sin \frac{3\pi}{2} = \frac{y}{r} = \frac{-1}{1} = -1$$

8) Suppose que le bras terminal pour l'angle θ passe par le point $(-4, 2)$. Trouve les valeurs exactes de $\cot \theta$ et $\sin \theta$.



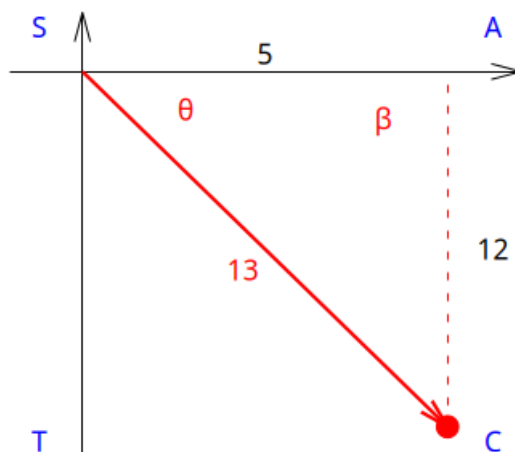
$$r^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$

$$r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\cot \theta = -\cot \beta = -\frac{1}{\tan \beta} = -\frac{1}{\left(\frac{2}{4}\right)} = -2$$

$$\sin \theta = \sin \beta = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

9) Suppose que $\sin \theta = -\frac{12}{13}$, et $\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq 2\pi$. Trouve $\sec \theta$ et $\tan \theta$.



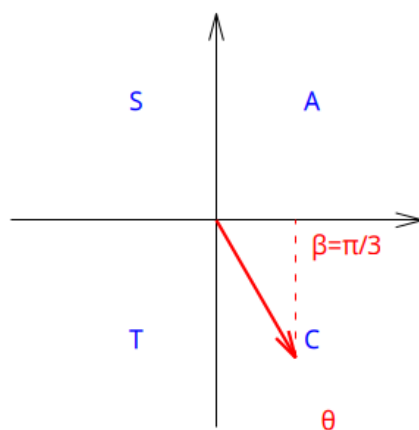
$$x^2 + 12^2 = 13^2$$

$$x = \sqrt{25} = 5$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \beta} = \frac{1}{\left(\frac{5}{13}\right)} = \frac{13}{5}$$

$$\tan \theta = -\tan \beta = -\frac{12}{5}$$

10) Détermine les valeurs exactes des 6 rapports trigonométriques de $\frac{5\pi}{3}$ radians.



$$\sin \frac{5\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \csc \frac{5\pi}{3} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \frac{5\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \quad \sec \frac{5\pi}{3} = 2$$

$$\tan \frac{5\pi}{3} = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \quad \cot \frac{5\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

11) Détermine une valeur exacte pour chaque expression.

$$a) \frac{\cot \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{3} \csc \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)(1)} = 2$$

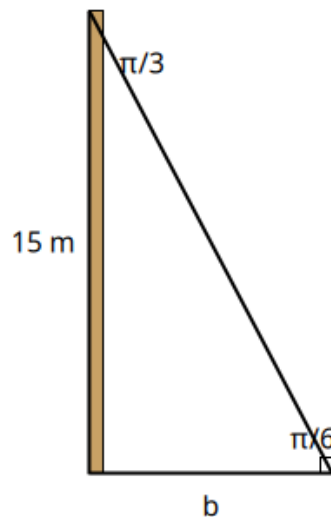
$$b) \cos \frac{\pi}{6} \csc \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$c) \sec\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)$$

$$\frac{1}{-\cos \frac{\pi}{4}} + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{6} + 1}{2\sqrt{3}}$$

12) Un chalet de ski est construit avec un côté le long d'une falaise verticale de sorte qu'il ait une hauteur de 15 m, comme illustré. Détermine une mesure exacte pour la base du chalet, b .



$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{a}{15}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{a}{15}$$

$$a = \frac{15}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{b}{\left(\frac{a}{\sin \frac{\pi}{6}}\right)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2b}{15}$$

$$15\sqrt{3} = 4b$$

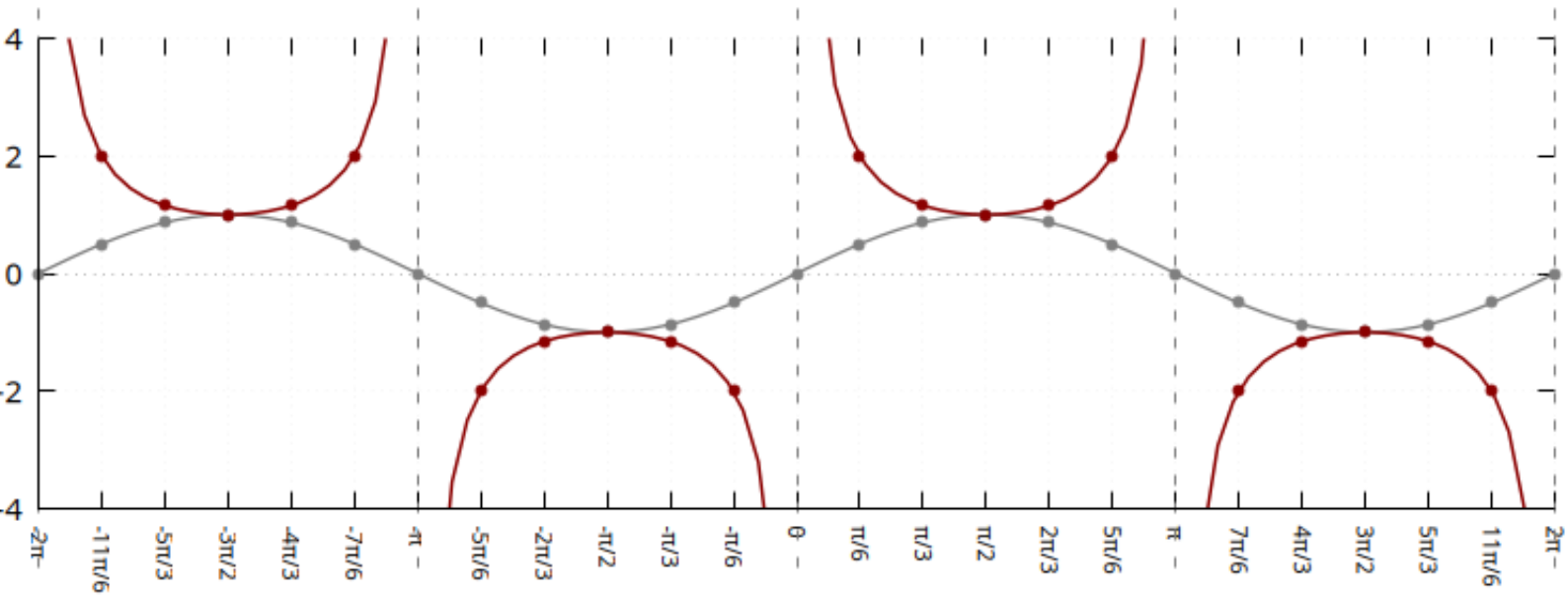
$$b = \frac{15\sqrt{3}}{4} \text{ m}$$

Section 3 : 4.2 – Rapports trigonométriques et angles particuliers

13) Utilise le graphique donné de $f(x) = \sin x$ pour représenter graphiquement $g(x) = \csc x$. Complète également le tableau de valeurs.

x	$f(x)$	$g(x)$
0	0	non défini
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	2

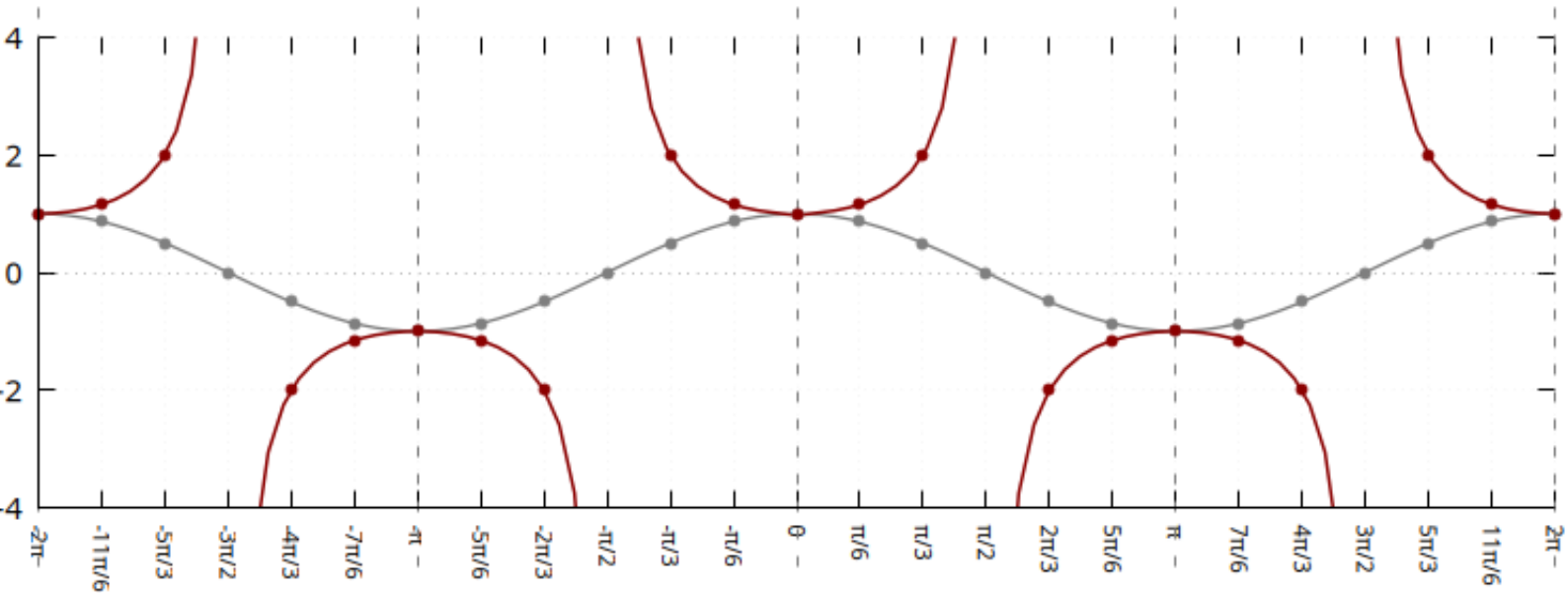
$\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.87$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \cong 1.15$
$\frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$	1	1
$\frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.87$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \cong 1.15$
$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	2
$\frac{6\pi}{6} = \pi$	0	non défini
$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	-2
$\frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} \cong -0.87$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} \cong -1.15$
$\frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$	-1	-1
$\frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} \cong -0.87$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} \cong -1.15$
$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	-2
$\frac{12\pi}{6} = 2\pi$	0	non défini



14) Utilise le graphique donné de $f(x) = \cos x$ pour représenter graphiquement $g(x) = \sec x$. Complète également le tableau de valeurs.

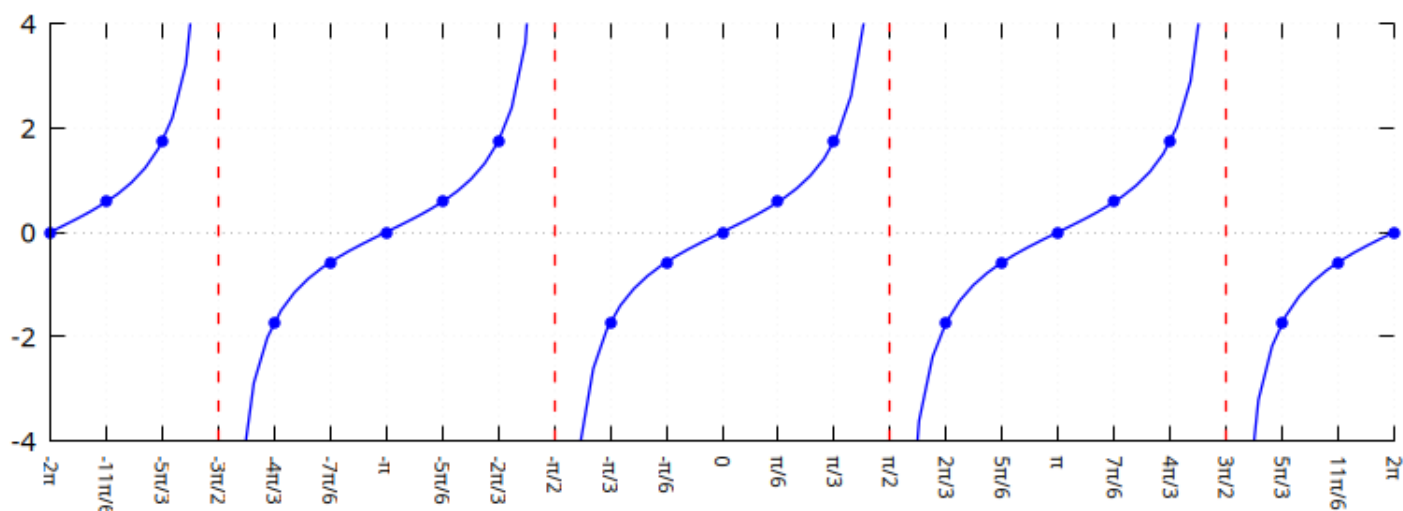
x	$f(x)$	$g(x)$
0	1	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.87$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \cong 1.15$
$\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	2
$\frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$	0	non défini
$\frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-2
$\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} \cong -0.87$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} \cong -1.15$
$\frac{6\pi}{6} = \pi$	-1	-1
$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} \cong -0.87$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} \cong -1.15$
$\frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-2

$\frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$	0	non défini
$\frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	2
$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.87$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \cong 1.15$
$\frac{12\pi}{6} = 2\pi$	1	1



15) Représente graphiquement la fonction $f(x) = \tan x$

x	$f(x)$
0	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0.58$
$\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3} \cong 1.73$
$\frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$	non défini
$\frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$	$-\sqrt{3} \cong -1.73$
$\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \cong -0.58$
$\frac{6\pi}{6} = \pi$	0
$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0.58$
$\frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}$	$\sqrt{3} \cong 1.73$
$\frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$	non défini
$\frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$	$-\sqrt{3} \cong -1.73$
$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \cong -0.58$
$\frac{12\pi}{6} = 2\pi$	0

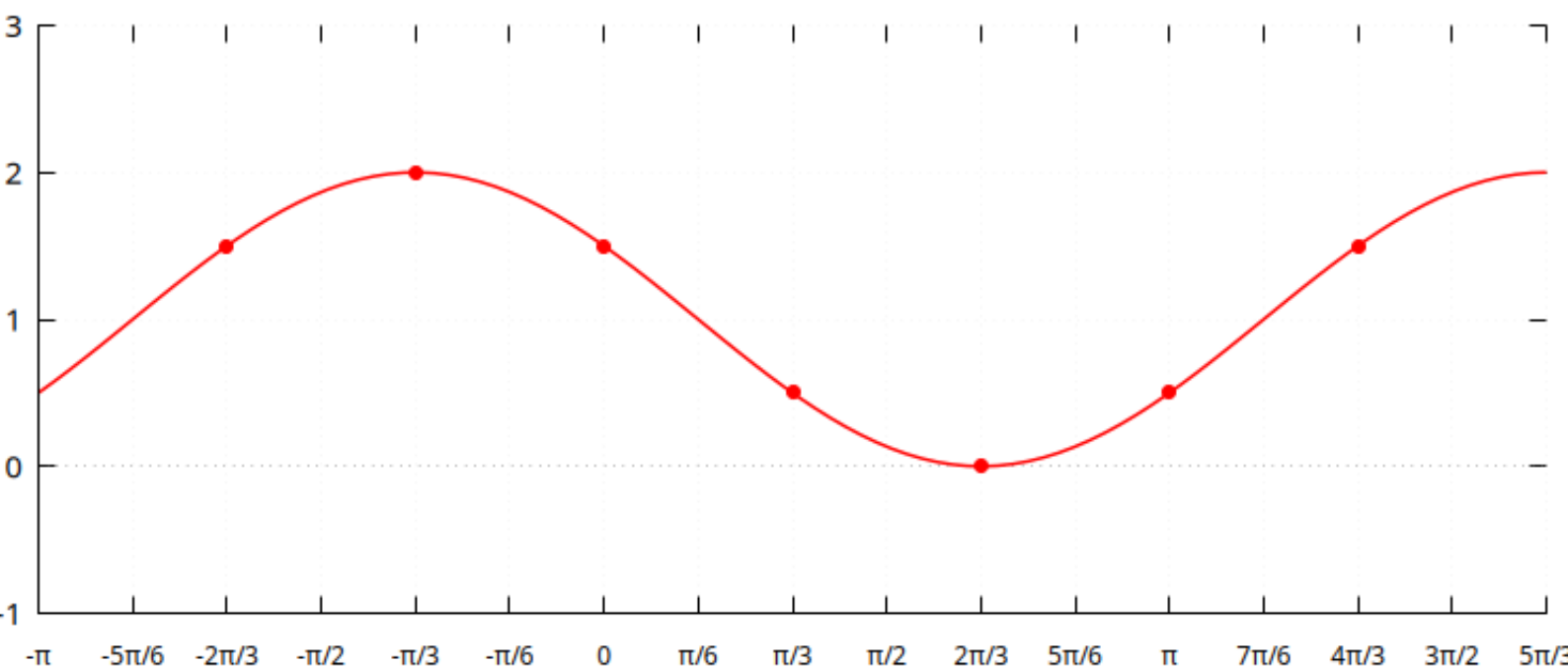


Section 4 : 5.3 – Transformations des fonctions trigonométriques

16) Pour chaque fonction, remplis le tableau de renseignements, puis représente graphiquement deux cycles de la fonction transformée en utilisant les transformations de la fonction mère. Choisis une échelle appropriée.

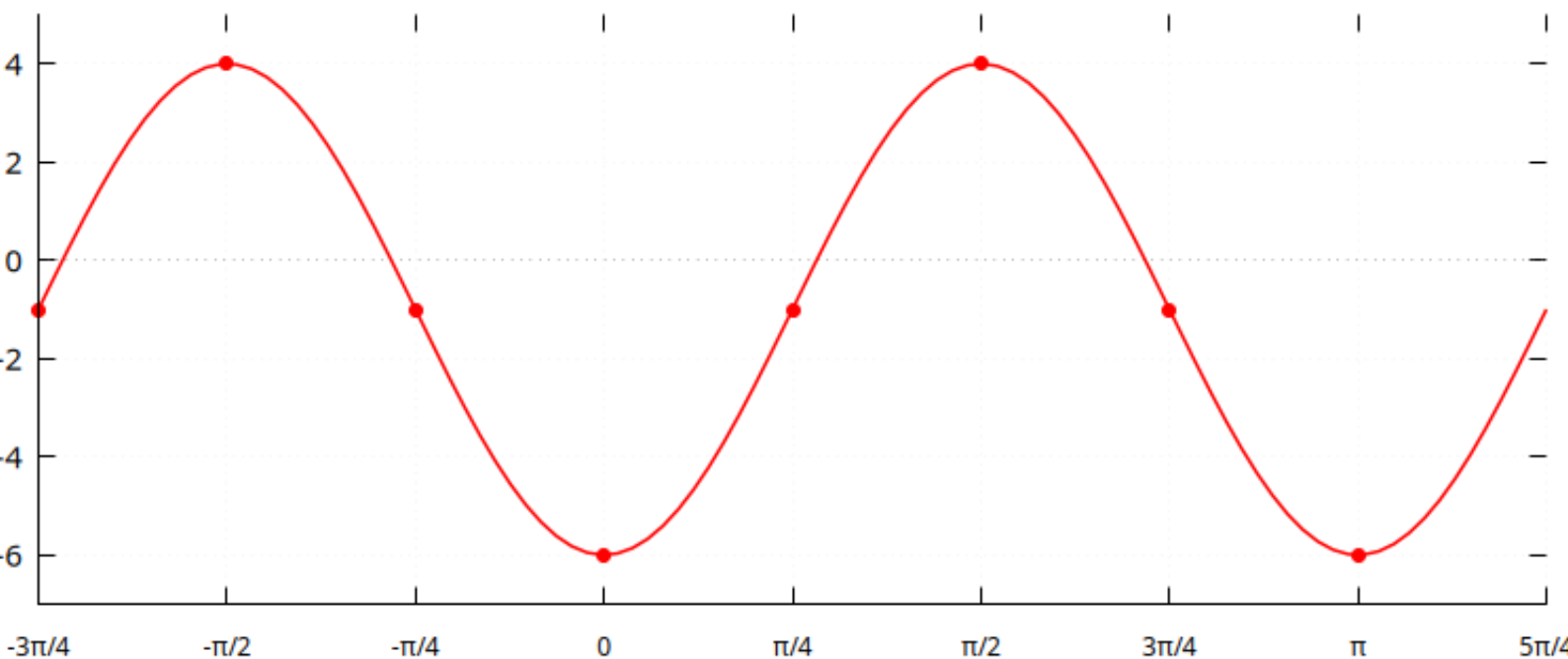
a) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$

Amplitude : $ a = 1$	Période : $\frac{2\pi}{ k } = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$
Déphasage : $\frac{\pi}{3}$ radians vers la gauche	Déplacement vertical : vers le haut de 1 unité
Max : $c + a = 1 + 1 = 2$	Min : $c - a = 1 - 1 = 0$



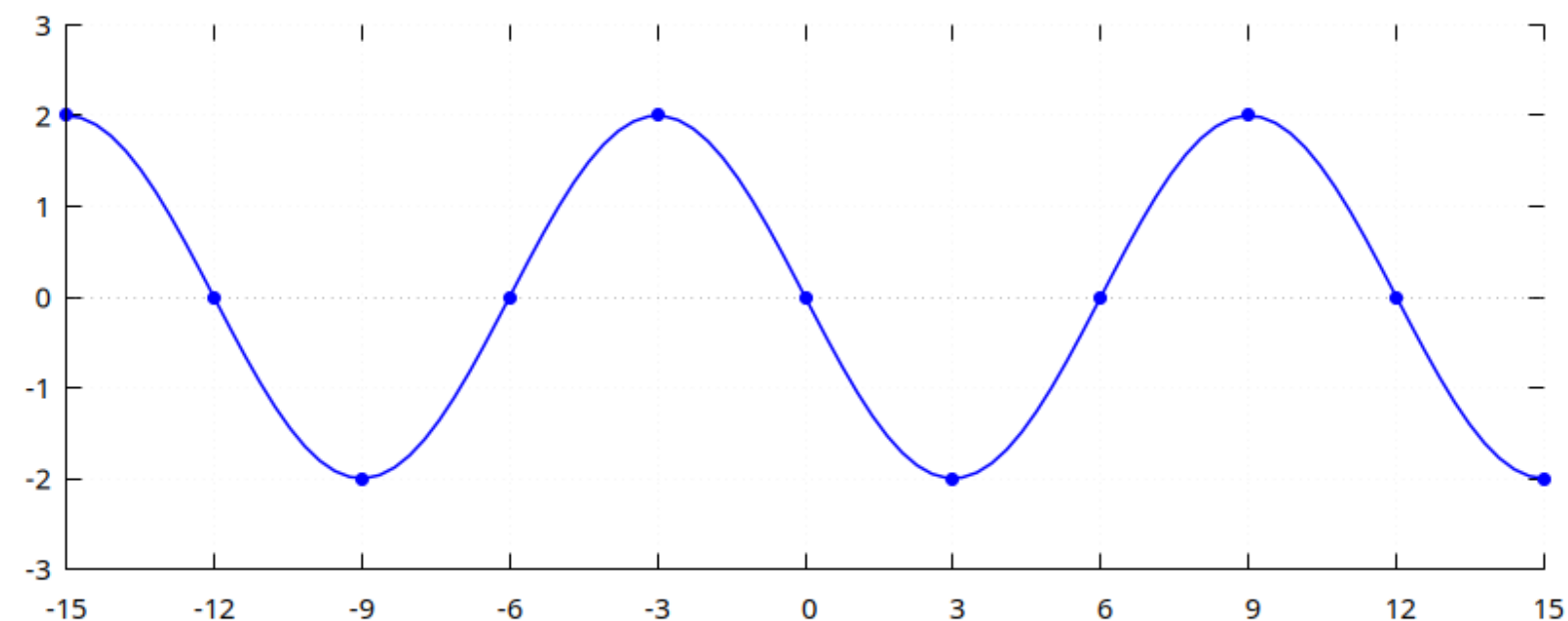
b) $y = 5 \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right] - 1$

Amplitude : $ a = 5$	Période : $\frac{2\pi}{ k } = \frac{2\pi}{2} = \pi$
Déphasage : $\frac{\pi}{4}$ vers la droite	Déplacement vertical : 1 vers le bas
Max : $c + a = -1 + 5 = 4$	Min : $c - a = -1 - 5 = -6$



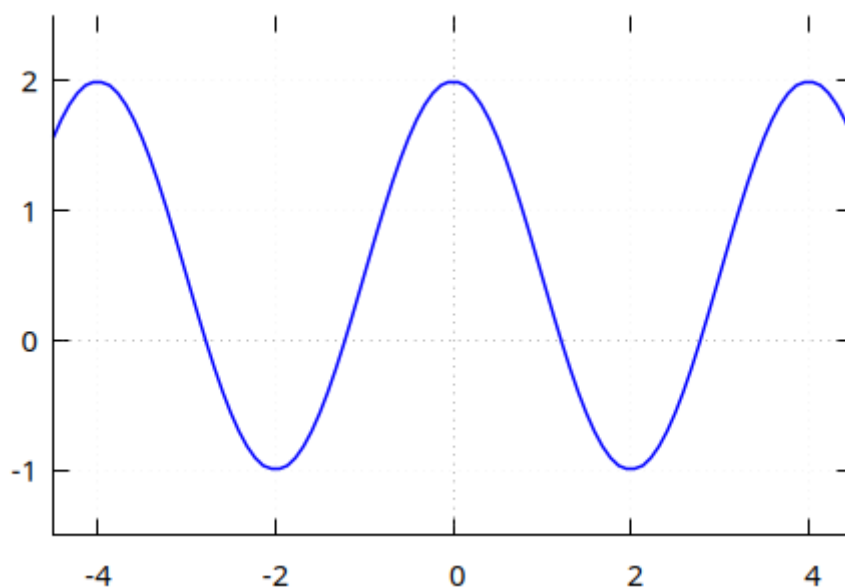
c) $y = -2 \sin \left(\frac{\pi}{6} x \right)$

Amplitude : $ a = -2 = 2$	Période : $\frac{2\pi}{ k } = \frac{2\pi}{(\frac{\pi}{6})} = 12$
Déphasage : aucun	Déplacement vertical : aucun
Max : $c + a = 0 + 2 = 2$	Min : $c - a = 0 - 2 = -2$



17) Modélise chaque graphique montré sous forme de fonction sinus et cosinus.

a)



$$a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{2 - (-1)}{2} = 1.5$$

$$k = \frac{2\pi}{\text{période}} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$c = \max - |a| = 2 - 1.5 = 0.5$$

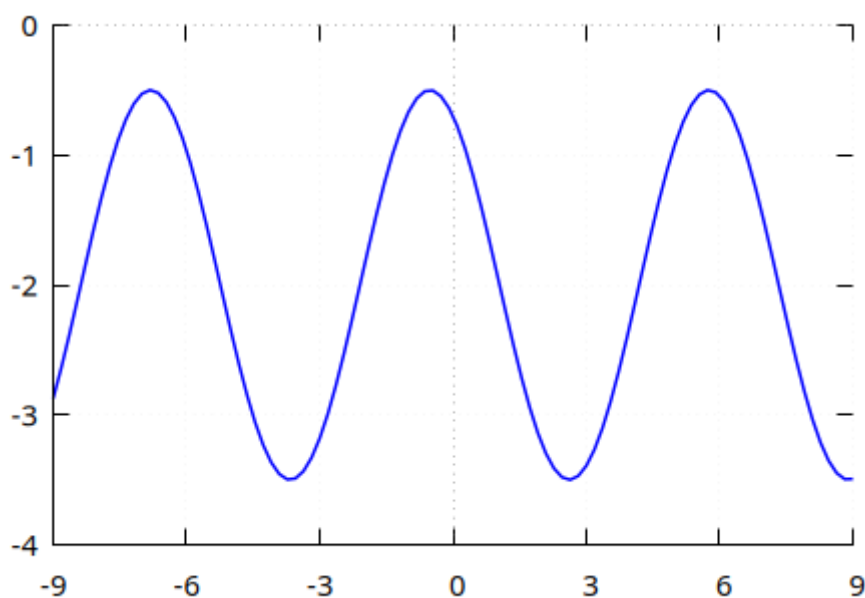
$$d_{\cos} = 0$$

$$d_{\sin} = d_{\cos} - \frac{\pi}{2k} = 0 - \frac{\pi}{2\left(\frac{\pi}{2}\right)} = -1$$

$$y = \frac{3}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{2} \sin\left[\frac{\pi}{2}(x+1)\right] + \frac{1}{2}$$

b)



$$a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{-0.5 - (-3.5)}{2} = 1.5$$

$$k = \frac{2\pi}{\text{période}} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

$$c = \max - |a| = -0.5 - 1.5 = -2$$

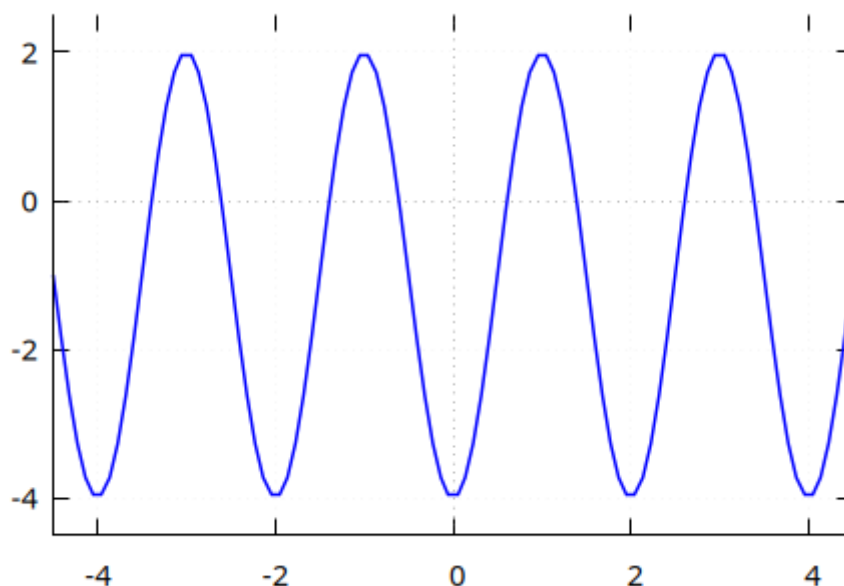
$$d_{\cos} = -\frac{\pi}{6}$$

$$d_{\sin} = d_{\cos} - \frac{\pi}{2k} = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{4\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}$$

$$y = \frac{3}{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2$$

$$y = \frac{3}{2} \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - 2$$

c)



$$a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{2 - (-4)}{2} = 3$$

$$k = \frac{2\pi}{\text{période}} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$c = \max - |a| = 2 - 3 = -1$$

$$d_{\cos} = 1$$

$$d_{\sin} = d_{\cos} - \frac{\pi}{2k} = 1 - \frac{\pi}{2\pi} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y = 3 \cos[\pi(x-1)] - 1$$

$$y = 3 \sin\left[\pi\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] - 1$$

18) Une fonction cosinus a une valeur maximale de 7, une valeur minimale de 1, une période de $\frac{\pi}{2}$, et un déphasage de $\frac{3\pi}{4}$ radians vers la droite.

a) Écris une équation pour cette fonction.

$$a = \frac{7-1}{2} = 3$$

$$k = \frac{2\pi}{\left(\frac{\pi}{2}\right)} = 4$$

$$d_{\cos} = \frac{3\pi}{4}$$

$$c = 7 - 3 = 4$$

$$y = 3 \cos\left[4\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)\right] + 4$$

b) Écris une équation sinus équivalente pour cette fonction.

$$d_{\sin} = d_{\cos} - \frac{\pi}{2k} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2(4)} = \frac{6\pi}{8} - \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi}{8}$$

$$y = 3 \sin \left[4 \left(x - \frac{5\pi}{8} \right) \right] + 4$$

Section 5 : 5.3 – Applications de la trigonométrie

19) Le lac Pitt est un lac d'eau douce dans le sud de la Colombie-Britannique ayant le plus grand marnage de tous les lacs d'eau douce au monde. Sur une période quotidienne de 24 heures, la marée haute survient traditionnellement à 11 h, atteignant 5.8 m, et la marée basse survient traditionnellement à 23 h, atteignant seulement 0.4 m. (Il s'agit d'heures et de hauteurs saisonnières).

a) Détermine une fonction cosinus qui donne la hauteur de la marée du lac, h , en fonction du nombre d'heures après minuit, t .

$$a = \frac{5.8 - 0.4}{2} = 2.7$$

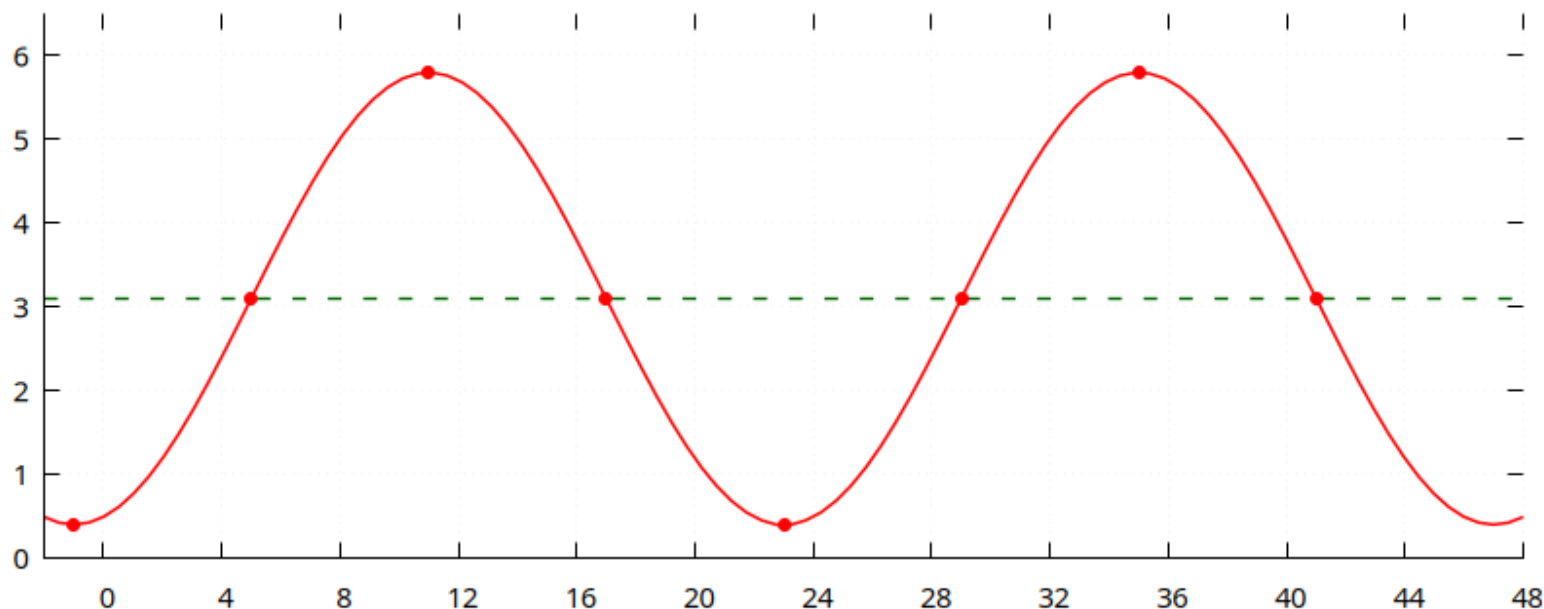
$$d_{\cos} = 11$$

$$k = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$$

$$c = 5.8 - 2.7 = 3.1$$

$$h(t) = 2.7 \cos \left[\frac{\pi}{12} (t - 11) \right] + 3.1$$

b) Crée une esquisse de cette fonction (esquisse d'abord, étiquette ensuite).



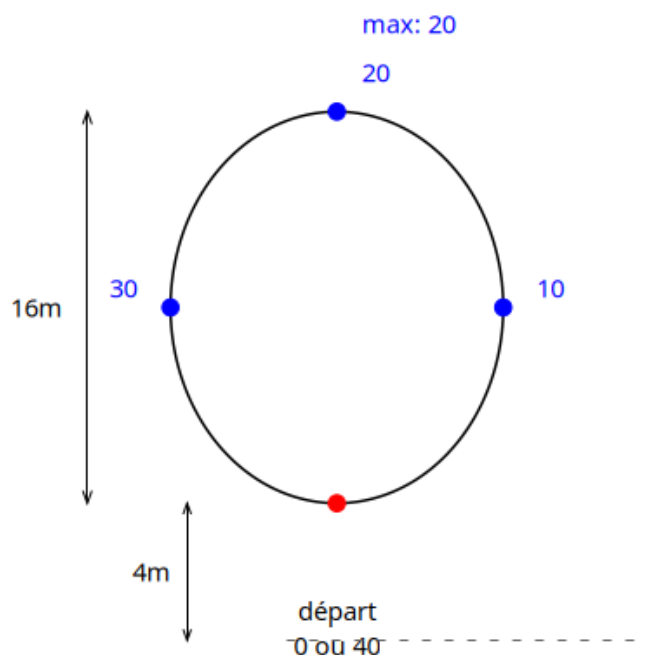
c) Quelle est la hauteur de la marée à 13 h 30?

$$h(13.5) = 2.7 \cos \left[\frac{\pi}{12} (13.5 - 11) \right] + 3.1 \cong 5.24 \text{ m}$$

20) Une grande roue dans un parc d'attractions effectue une révolution toutes les 40 secondes. La roue a un diamètre de 16 mètres et son centre est à 12 mètres au-dessus du sol.

20) Une grande roue dans un parc d'attractions effectue une révolution toutes les 40 secondes. La roue a un diamètre de 16 mètres et son centre est à 12 mètres au-dessus du sol.

a) Modélise la hauteur du passager au-dessus du sol à l'aide d'une fonction sinus.



$$a = \frac{20 - 4}{2} = 8$$

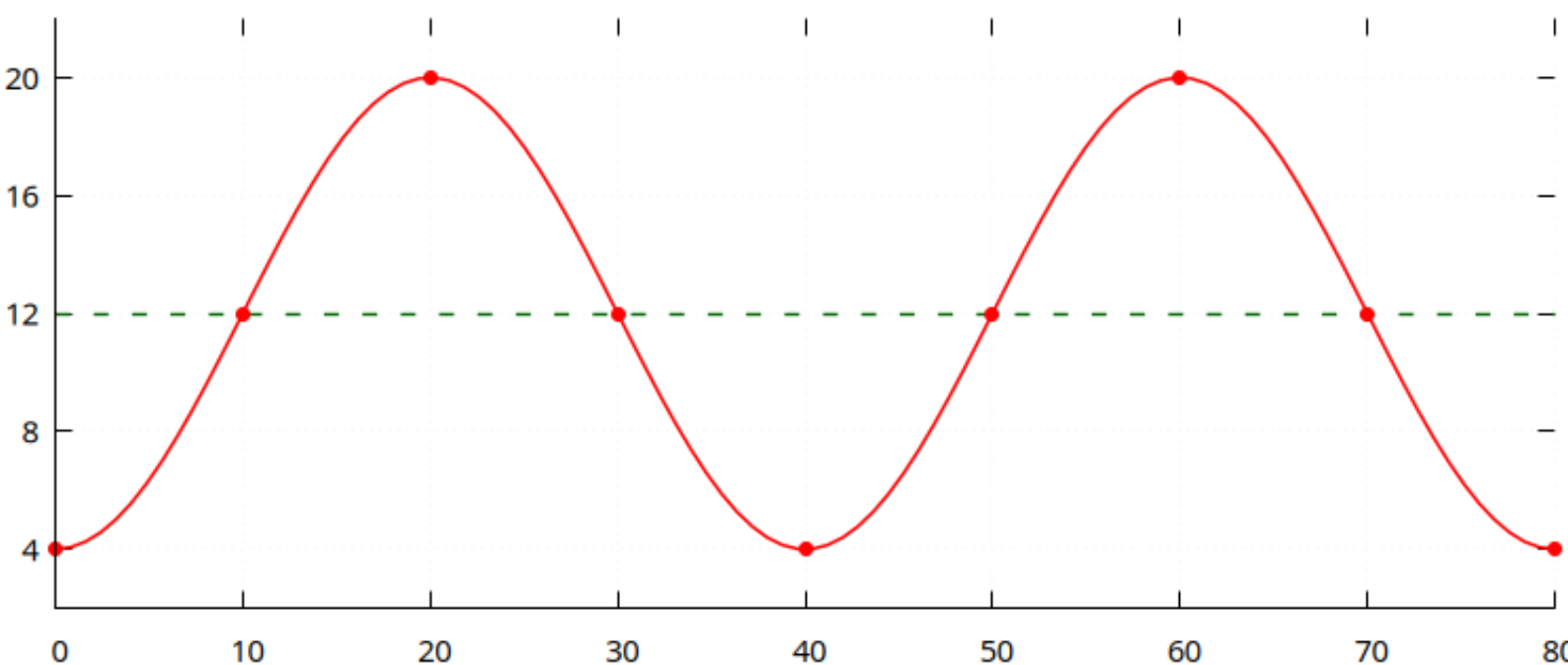
$$k = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}$$

$$c = 20 - 8 = 12$$

$$d_{\sin} = 10$$

$$h(t) = 8 \sin \left[\frac{\pi}{20}(t - 10) \right] + 12$$

b) Esquisse un graphique de la hauteur du passager au-dessus du sol pour 2 cycles.



21) Une personne qui écoutait une sirène a rapporté que la fréquence du son fluctuait avec le temps, mesuré en secondes. La fréquence minimale entendue par la personne était de 500 Hz, et la fréquence maximale était de 1000 Hz. La fréquence maximale s'est produite à $t = 0$ et à $t = 15$. La personne a également rapporté qu'en 15 secondes, elle a entendu la fréquence maximale 6 fois (incluant les instants $t = 0$ et $t = 15$). Quelle est l'équation de la fonction cosinus qui décrit la fréquence de cette sirène?

$$a = \frac{1000 - 500}{2} = 250$$

$$k = \frac{2\pi}{3} \text{ (5 cycles complets en 15 secondes, puisque le maximum survient 6 fois)}$$

$$c = 1000 - 250 = 750$$

$$d_{\cos} = 0$$

$$f(t) = 250 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 750$$

