

4.2 Rapports trigonométriques et angles particuliers – Leçon avec solutions

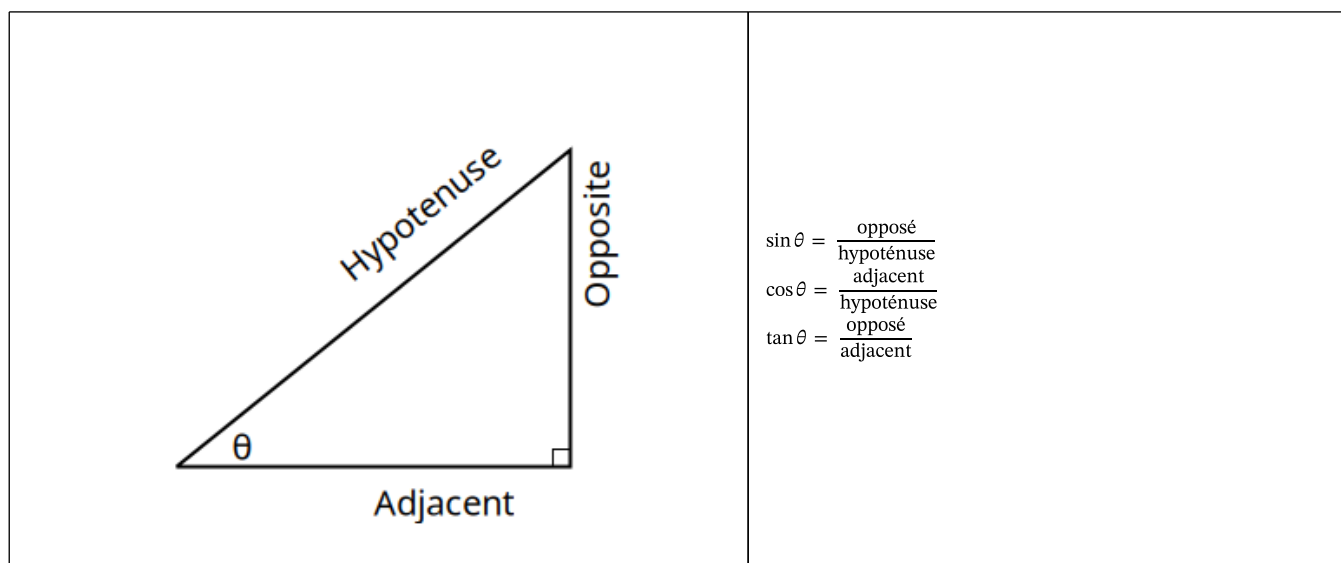
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Révision de la trigonométrie de l'an dernier

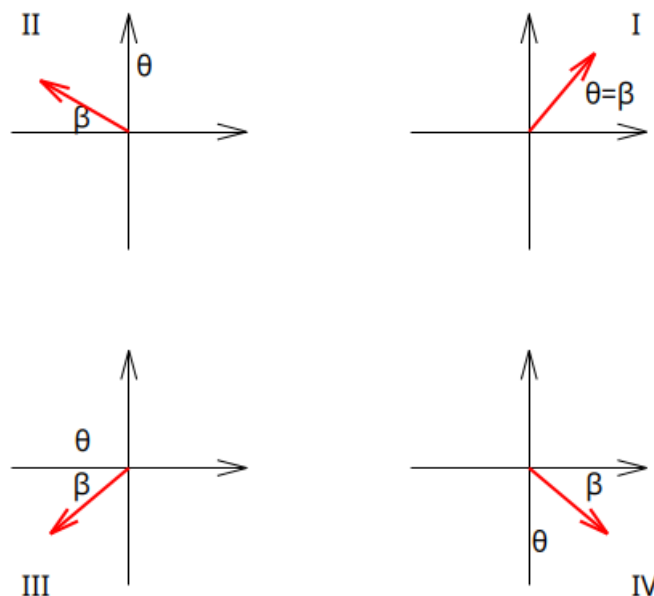
Qu'est-ce que SOHCAHTOA?

Si on sait qu'un triangle rectangle a un angle de θ , tous les autres triangles rectangles ayant un angle de θ sont **semblables** et ont donc des rapports équivalents entre leurs côtés correspondants. Les trois rapports primaires sont montrés dans le diagramme à droite.



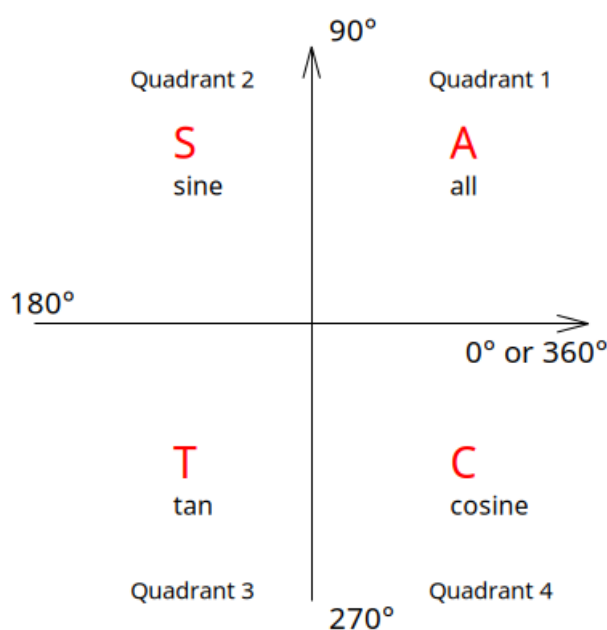
Qu'est-ce qu'un angle de référence?

Tout angle supérieur à 90° a un angle de référence. L'angle de référence est compris entre 0° et 90° et nous aide à déterminer les rapports trigonométriques exacts lorsqu'on nous donne un angle obtus (angle supérieur à 90°). L'angle de référence est l'angle entre le bras terminal et **l'axe des x le plus proche** ($0/360$ ou 180).



Qu'est-ce que la règle CAST?

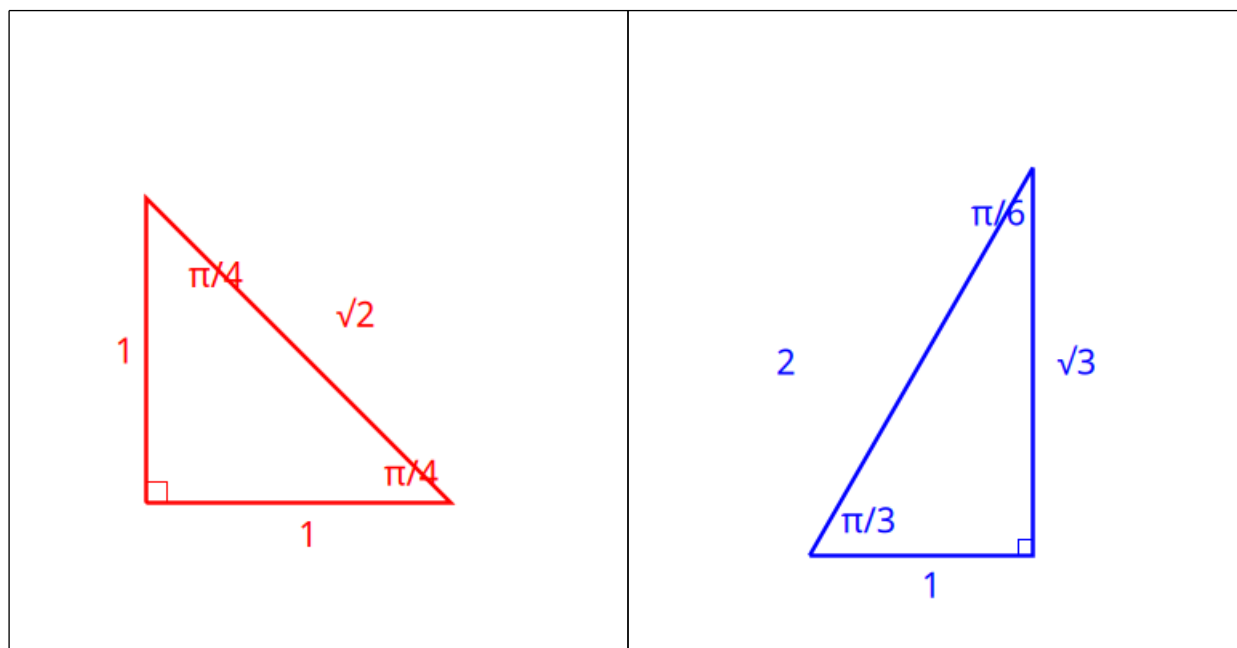
Lorsqu'on détermine les rapports trigonométriques d'angles positifs, on tourne dans le sens antihoraire à partir de 0 degré vers 360. La règle CAST nous aide à déterminer quels rapports trigonométriques **sont positifs** dans chaque **quadrant**



Remarque : Il existe plusieurs angles ayant le même rapport trigonométrique. Tu peux utiliser les angles de référence et la règle CAST pour les trouver.

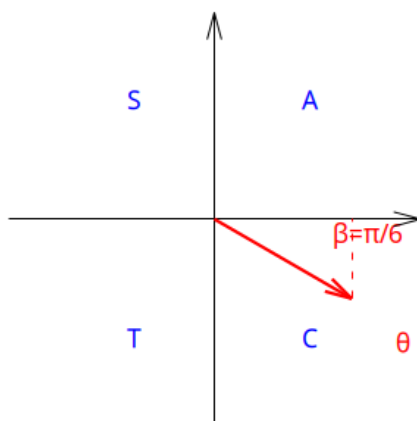
Partie 2 : Trouver les rapports trigonométriques exacts pour les angles particuliers

Commence par dessiner les deux triangles spéciaux en utilisant les mesures en radians



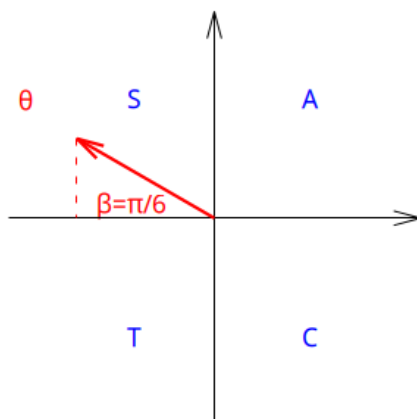
Exemple 1 : Trouve la valeur exacte pour chaque rapport trigonométrique donné.

a) $\tan \frac{11\pi}{6}$



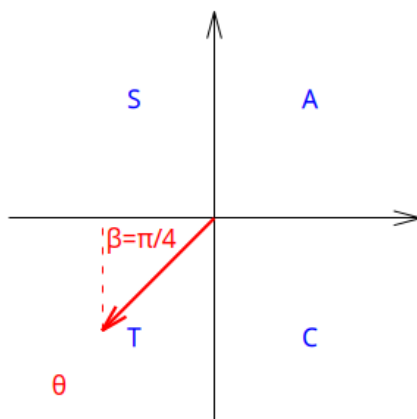
$$\begin{aligned}\beta &= 2\pi - \frac{11\pi}{6} \\ &= \frac{12\pi}{6} - \frac{11\pi}{6} \\ &= \frac{\pi}{6} \\ \tan \frac{11\pi}{6} &= -\tan \frac{\pi}{6} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

b) $\sin \frac{5\pi}{6}$



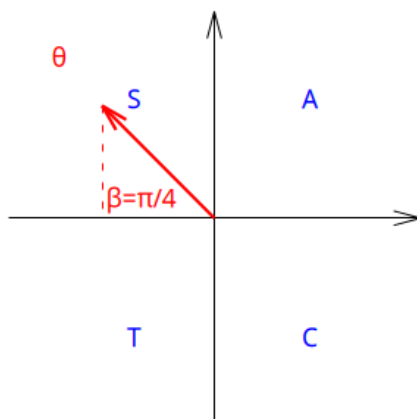
$$\begin{aligned}\beta &= \pi - \frac{5\pi}{6} \\ &= \frac{6\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} \\ &= \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{5\pi}{6} &= \sin \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

c) $\cos \frac{5\pi}{4}$



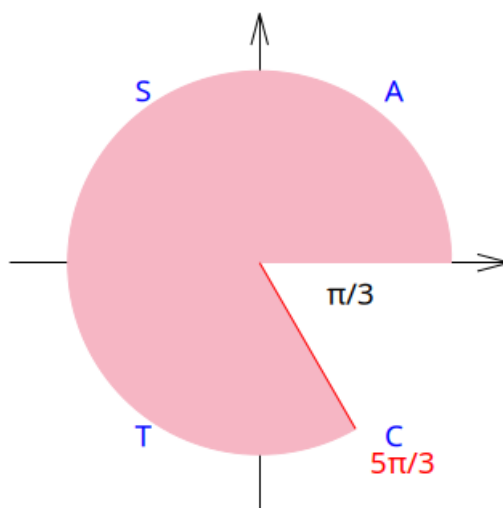
$$\begin{aligned}\beta &= \frac{5\pi}{4} - \pi \\ &= \frac{5\pi}{4} - \frac{4\pi}{4} \\ &= \frac{\pi}{4} \\ \cos \frac{5\pi}{4} &= -\cos \frac{\pi}{4} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

d) $\sec \frac{3\pi}{4}$



$$\begin{aligned}\beta &= \pi - \frac{3\pi}{4} \\ &= \frac{4\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} \\ &= \frac{\pi}{4} \\ \sec \frac{3\pi}{4} &= \frac{1}{\cos \frac{3\pi}{4}} \\ &= \frac{1}{-\cos \frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{1}{-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} \\ &= -\sqrt{2}\end{aligned}$$

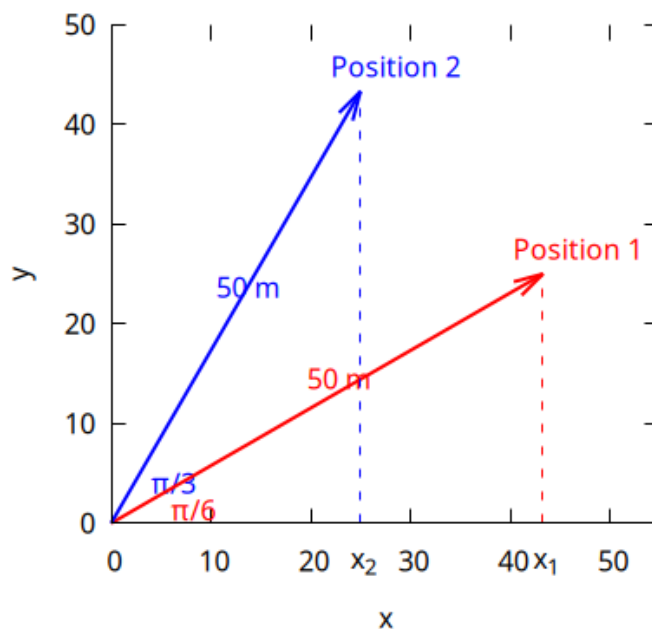
Exemple 2 : Trouve la valeur des 6 rapports trigonométriques pour $\frac{5\pi}{3}$



$\sin \frac{5\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\csc \frac{5\pi}{3} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$
$\cos \frac{5\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$	$\sec \frac{5\pi}{3} = 2$
$\tan \frac{5\pi}{3} = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$	$\cot \frac{5\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Partie 3 : Question d'application

Exemple 3 : Justin fait voler un cerf-volant au bout d'une corde de 50 m. Le soleil est directement au-dessus, et la corde forme un angle de $\frac{\pi}{6}$ avec le sol. La vitesse du vent augmente, et le cerf-volant s'élève jusqu'à ce que la corde forme un angle de $\frac{\pi}{3}$ avec le sol. Détermine une expression exacte pour la distance horizontale entre les deux positions du cerf-volant le long du sol.



$$\begin{aligned}
 \cos \frac{\pi}{6} &= \frac{x_1}{50} \\
 \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{x_1}{50} \\
 x_1 &= \frac{50\sqrt{3}}{2} \\
 x_1 &= 25\sqrt{3} \\
 \cos \frac{\pi}{3} &= \frac{x_2}{50} \\
 \frac{1}{2} &= \frac{x_2}{50} \\
 x_2 &= \frac{50}{2} \\
 x_2 &= 25
 \end{aligned}$$

La distance horizontale entre les deux positions du cerf-volant $= x_1 - x_2 = 25\sqrt{3} - 25 = 25(\sqrt{3} - 1)$ mètres