

3.8 Le logarithme naturel – Feuille de travail avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Utilise une calculatrice pour approximer chacune des expressions suivantes au millième près

a) $\ln 6.2$

$$\cong 1.825$$

b) $\ln 2.1$

$$\cong 0.742$$

c) $\ln e$

$$= 1$$

d) e^5

$$\cong 148.413$$

2) Développe chaque logarithme

a) $\ln x^2$

$$= 2 \ln x$$

b) $\ln \sqrt[3]{x}$

$$\begin{aligned}\ln \sqrt[3]{x} &= \ln \left(x^{\frac{1}{3}} \right) \\ &= \frac{1}{3} \ln x\end{aligned}$$

c) $\ln \frac{u^3}{wv^4}$

$$\begin{aligned}\ln \frac{u^3}{wv^4} &= \ln(u^3) - \ln(wv^4) \\ &= 3 \ln(u) - [\ln(w) + \ln(v^4)] \\ &= 3 \ln(u) - \ln(w) - 4 \ln(v)\end{aligned}$$

3) Condense chaque expression en un seul logarithme

a) $4 \ln 2$

$$\begin{aligned}4 \ln 2 &= \ln(2^4) \\ &= \ln(16)\end{aligned}$$

b) $\ln 10 - 5 \ln 7$

$$\begin{aligned}\ln 10 - 5 \ln 7 &= \ln(10) - \ln(7^5) \\ &= \ln \left(\frac{10}{7^5} \right) \\ &= \ln \left(\frac{10}{16807} \right)\end{aligned}$$

c) $3 \ln x + 3 \ln y$

$$\begin{aligned}3 \ln x + 3 \ln y &= \ln(x^3) + \ln(y^3) \\ &= \ln(x^3 y^3)\end{aligned}$$

4) Résous chaque équation. Arrondis ta réponse à 4 décimales si nécessaire.

a) $e^x = 2$

$$\begin{aligned}x &= \ln(2) \\ x &\cong 0.6931\end{aligned}$$

b) $e^{-3n} = 83$

$$\begin{aligned}-3n &= \ln(83) \\ n &= \frac{\ln(83)}{-3} \\ n &\cong -1.4729\end{aligned}$$

c) $e^{k+7} = 26$

$$\begin{aligned}k + 7 &= \ln(26) \\ k &= \ln(26) - 7 \\ k &\cong -3.7419\end{aligned}$$

d) $9e^{1.4p-10} - 10 = 17$

$$\begin{aligned} 9e^{1.4p-10} &= 27 \\ e^{1.4p-10} &= 3 \\ 1.4p - 10 &= \ln(3) \\ p &= \frac{\ln(3) + 10}{1.4} \\ p &\cong 7.9276 \end{aligned}$$

e) $\ln x = -5$

$$\begin{aligned} e^{-5} &= x \\ x &\cong 0.0067 \end{aligned}$$

f) $7.316 = e^{\ln(2x)}$

Règle : $b^{\log_b(x)} = x$

$$\begin{aligned} 7.316 &= 2x \\ x &= \frac{7.316}{2} \\ x &\cong 3.658 \end{aligned}$$

g) $\ln(-m) = \ln(m+10)$

$$\begin{aligned} -m &= m+10 \\ -2m &= 10 \\ m &= -5 \end{aligned}$$

h) $\ln(9x+1) = \ln(x^2+9)$

$$\begin{aligned} 9x+1 &= x^2+9 \\ 0 &= x^2-9x+8 \\ 0 &= (x-8)(x-1) \\ x &= 8, 1 \end{aligned}$$

i) $\ln(1-8x) - 10 = -7$

$$\begin{aligned} \ln(1-8x) &= 3 \\ e^3 &= 1-8x \\ 8x &= 1-e^3 \\ x &= \frac{1-e^3}{8} \\ x &\cong -2.3857 \end{aligned}$$

j) $\ln(5-2x^2) + \ln 9 = \ln 43$

$$\ln(5-2x^2) = \ln(43) - \ln(9)$$

$$\ln(5-2x^2) = \ln\left(\frac{43}{9}\right)$$

$$5-2x^2 = \frac{43}{9}$$

$$5 - \frac{43}{9} = 2x^2$$

$$\frac{2}{9} = 2x^2$$

$$\frac{1}{9} = x^2$$

$$x = \pm \frac{1}{3}$$