

3.3 Lois du produit et du quotient des logarithmes – Feuille de travail avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Simplifie à l'aide des lois des logarithmes, puis évalue.

a) $\log 9 + \log 6$

$$\begin{aligned}\log 9 + \log 6 &= \log(9 \times 6) \\ &= \log(54) \\ &= 1.732\end{aligned}$$

b) $\log 48 - \log 6$

$$\begin{aligned}\log 48 - \log 6 &= \log\left(\frac{48}{6}\right) \\ &= \log(8) \\ &= 0.903\end{aligned}$$

c) $\log_3 7 + \log_3 3$

$$\begin{aligned}\log_3 7 + \log_3 3 &= \log_3(7 \times 3) \\ &= \log_3(21) \\ &= \frac{\log 21}{\log 3} \\ &= 2.771\end{aligned}$$

2) Simplifie chaque expression algébrique.

a) $\log x + \log y + \log(2z)$

$$= \log(2xyz)$$

b) $\log_2 a + \log_2(3b) - \log_2(2c)$

$$= \log_2\left(\frac{3ab}{2c}\right)$$

c) $2\log m + 3\log n - 4\log y$

$$\begin{aligned}2\log m + 3\log n - 4\log y &= \log m^2 + \log n^3 - \log y^4 \\ &= \log\left(\frac{m^2 n^3}{y^4}\right)\end{aligned}$$

3) Évalue à l'aide de la loi du produit des logarithmes.

a) $\log_6 18 + \log_6 2$

$$\begin{aligned}\log_6 18 + \log_6 2 &= \log_6(18 \times 2) \\ &= \log_6(36) \\ &= \frac{\log 36}{\log 6} \\ &= 2\end{aligned}$$

b) $\log 40 + \log 2.5$

$$\begin{aligned}\log 40 + \log 2.5 &= \log(40 \times 2.5) \\ &= \log(100) \\ &= 2\end{aligned}$$

c) $\log_{12} 8 + \log_{12} 2 + \log_{12} 9$

$$\begin{aligned}\log_{12} 8 + \log_{12} 2 + \log_{12} 9 &= \log_{12}(8 \times 2 \times 9) \\ &= \log_{12}(144) \\ &= \frac{\log 144}{\log 12} \\ &= 2\end{aligned}$$

4) Évalue à l'aide de la loi du quotient des logarithmes.

a) $\log_3 54 - \log_3 2$

$$\begin{aligned}\log_3 54 - \log_3 2 &= \log_3\left(\frac{54}{2}\right) \\ &= \log_3(27) \\ &= 3\end{aligned}$$

b) $\log 50\,000 - \log 5$

$$\begin{aligned}\log 50\,000 - \log 5 &= \log\left(\frac{50\,000}{5}\right) \\ &= \log(10\,000) \\ &= 4\end{aligned}$$

c) $\log_4 320 - \log_4 5$

$$\begin{aligned}\log_4 320 - \log_4 5 &= \log_4 \left(\frac{320}{5} \right) \\ &= \log_4 (64) \\ &= 3\end{aligned}$$

5) Évalue, à l'aide des lois des logarithmes

a) $3\log_{16} 2 + 2\log_{16} 8 - \log_{16} 2$

$$\begin{aligned}3\log_{16} 2 + 2\log_{16} 8 - \log_{16} 2 &= \log_{16} (2^3) + \log_{16} (8^2) - \log_{16} (2) \\ &= \log_{16} (8) + \log_{16} (64) - \log_{16} (2) \\ &= \log_{16} (256) \\ &= 2\end{aligned}$$

b) $\log 20 + \log 2 + \frac{1}{3} \log 125$

$$\begin{aligned}\log 20 + \log 2 + \frac{1}{3} \log 125 &= \log (20 \times 2) + \log \left(125^{\frac{1}{3}} \right) \\ &= \log (40) + \log (5) \\ &= \log (40 \times 5) \\ &= \log (200) \\ &\cong 2.301\end{aligned}$$

6) Écris comme une somme ou une différence de logarithmes. Simplifie, si possible.

a) $\log_7 (cd)$

$$= \log_7 c + \log_7 d$$

b) $\log_3 \left(\frac{m}{n} \right)$

$$= \log_3 m - \log_3 n$$

c) $\log (uv^3)$

$$\begin{aligned}\log (uv^3) &= \log u + \log v^3 \\ &= \log u + 3\log v\end{aligned}$$

d) $\log \left(\frac{a\sqrt{b}}{c^2} \right)$

$$\begin{aligned}\log \left(\frac{a\sqrt{b}}{c^2} \right) &= \log a + \log b^{\frac{1}{2}} - \log c^2 \\ &= \log a + \frac{1}{2} \log b - 2\log c\end{aligned}$$

e) $\log_2 10$

$$\begin{aligned}\log_2 10 &= \log_2 (2 \times 5) \\ &= \log_2 2 + \log_2 5 \\ &= 1 + \log_2 5\end{aligned}$$

7) Simplifie

a) $\log \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} \right)$

$$\begin{aligned}\log \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} \right) &= \log x^2 - \log x^{\frac{1}{2}} \\ &= 2\log x - \frac{1}{2} \log x \\ &= \frac{3}{2} \log x\end{aligned}$$

b) $\log \sqrt{k} + \log (\sqrt{k})^3 + \log \sqrt[3]{k^2}$

$$\begin{aligned}\log \sqrt{k} + \log (\sqrt{k})^3 + \log \sqrt[3]{k^2} &= \log k^{\frac{1}{2}} + \log k^{\frac{3}{2}} + \log k^{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{2} \log k + \frac{3}{2} \log k + \frac{2}{3} \log k \\ &= \frac{3}{6} \log k + \frac{9}{6} \log k + \frac{4}{6} \log k \\ &= \frac{16}{6} \log k \\ &= \frac{8}{3} \log k\end{aligned}$$

c) $\log (x^2 - 4) - \log (x - 2)$

$$\begin{aligned}\log (x^2 - 4) - \log (x - 2) &= \log \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) \\ &= \log \left[\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} \right] \\ &= \log (x + 2)\end{aligned}$$

d) $\log(x^2 - x - 6) - \log(2x - 6)$

$$\begin{aligned}\log(x^2 - x - 6) - \log(2x - 6) &= \log\left(\frac{x^2 - x - 6}{2x - 6}\right) \\ &= \log\left[\frac{(x - 3)(x + 2)}{2(x - 3)}\right] \\ &= \log\left(\frac{x + 2}{2}\right)\end{aligned}$$